

两点间的距离练习题

一、选择题

1. 已知点 $A(-3,4)$ 和 $B(0, b)$, 且 $|AB|=5$, 则 b 等于()

- A. 0 或 8 B. 0 或 -8
C. 0 或 6 D. 0 或 -6

A [由 $\sqrt{(-3-0)^2 + (4-b)^2} = 5$, 解得 $b=0$ 或 8 .]

2. 以 $A(1,5)$, $B(5,1)$, $C(-9, -9)$ 为顶点的三角形是()

- A. 等边三角形 B. 等腰三角形
C. 直角三角形 D. 无法确定

B

3. 设点 A 在 x 轴上, 点 B 在 y 轴上, AB 的中点是 $P(2, -1)$, 则 $|AB|$ 等于()

- A. 5 B. $4\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{10}$

C [设 $A(a,0)$, $B(0, b)$, 则 $\frac{a}{2}=2, \frac{b}{2}=-1$,

解得 $a=4, b=-2$,

$\therefore |AB|=2\sqrt{5}$.]

4. 已知点 $A(1,2)$, $B(3,1)$, 则到 A, B 两点距离相等的点的坐标满足的条件是()

- A. $4x+2y=5$ B. $4x-2y=5$
C. $x+2y=5$ D. $x-2y=5$

B [设到 A, B 距离相等的点 $P(x, y)$,

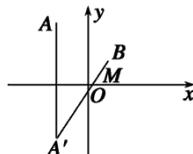
则由 $|PA|=|PB|$ 得,

$4x-2y=5$.]

5. 已知 $A(-3,8)$, $B(2,2)$, 在 x 轴上有一点 M , 使得 $|MA|+|MB|$ 最短, 则点 M 的坐标是()

- A. $(-1,0)$ B. $(1,0)$
C. $(\frac{22}{5}, 0)$ D. $(0, \frac{22}{5})$

B



[(如图) A 关于 x 轴对称点为

$A'(-3, -8)$,

则 $A'B$ 与 x 轴的交点即为 M ,

求得 M 坐标为 $(1,0)$.]

6. 设 A, B 是 x 轴上两点, 点 P 的横坐标为 2 , 且 $|PA|=|PB|$, 若直线 PA 的方程为 $x-y+1=0$, 则直线 PB 的方程

为()

- A. $x+y-5=0$ B. $2x-y-1=0$
 C. $2y-x-4=0$ D. $2x+y-7=0$

A [由已知得 $A(-1,0)$, $P(2,3)$, 由 $|PA|=|PB|$, 得 $B(5,0)$, 由两点式得直线 PB 的方程为 $x+y-5=0$.]

二、填空题

7. 已知点 $A(x,5)$ 关于点 $C(1, y)$ 的对称点是 $B(-2, -3)$, 则点 $P(x, y)$ 到原点的距离是_____.

$\sqrt{17}$

解析 由题意知 $\begin{cases} 1 = \frac{x-2}{2}, \\ y = \frac{5-3}{2}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=4, \\ y=1. \end{cases}$

$\therefore d = \sqrt{4^2+1^2} = \sqrt{17}$.

8. 点 M 到 x 轴和到点 $N(-4,2)$ 的距离都等于 10, 则点 M 的坐标为_____.

$(2,10)$ 或 $(-10,10)$

9. 等腰 $\triangle ABC$ 的顶点是 $A(3,0)$, 底边长 $|BC|=4$, BC 边的中点是 $D(5,4)$, 则此三角形的腰长为_____.

$2\sqrt{6}$

解析 $|BD| = \frac{1}{2}|BC| = 2$,

$|AD| = \sqrt{(5-3)^2 + (4-0)^2} = 2\sqrt{5}$. 在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中,

由勾股定理得腰长 $|AB| = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{6}$.

10. 已知直线 $l: y = -2x + 6$ 和点 $A(1, -1)$, 过点 A 作直线 l_1 与直线 l 相交于 B 点, 且 $|AB|=5$, 求直线 l_1 的方程.

解 由于 B 在 l 上, 可设 B 点坐标为 $(x_0, -2x_0+6)$.

由 $|AB|^2 = (x_0-1)^2 + (-2x_0+7)^2 = 25$,

化简得 $x_0^2 - 6x_0 + 5 = 0$, 解得 $x_0 = 1$ 或 5 .

当 $x_0 = 1$ 时, AB 方程为 $x = 1$,

当 $x_0 = 5$ 时, AB 方程为 $3x + 4y + 1 = 0$.

综上, 直线 l_1 的方程为 $x = 1$ 或 $3x + 4y + 1 = 0$.

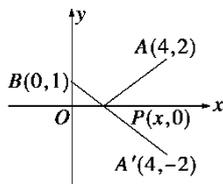
三、解答题

11. 求证: 三角形的中位线长度等于底边长度的一半.

证明 略

12. 求函数 $y = \sqrt{x^2 - 8x + 20} + \sqrt{x^2 + 1}$ 的最小值.

解



原式可化为

$y = \sqrt{(x-4)^2 + (0-2)^2} + \sqrt{(x-0)^2 + (0-1)^2}$.

考虑两点间的距离公式，如图所示，

令 $A(4,2)$, $B(0,1)$, $P(x,0)$,

则上述问题可转化为：在 x 轴上求一点 $P(x,0)$,

使得 $|PA|+|PB|$ 最小。

作点 $A(4,2)$ 关于 x 轴的对称点 $A'(4, -2)$,

由图可直观得出

$$|PA|+|PB|=|PA'|+|PB|\geq|A'B|,$$

故 $|PA|+|PB|$ 的最小值为 $A'B$ 的长度。

由两点间的距离公式可得 $|A'B|=\sqrt{4^2+(-2-1)^2}=5$,

所以函数 $y=\sqrt{x^2-8x+20}+\sqrt{x^2+1}$ 的最小值为 5。