2012—2013学年度上学期期中阶段测试

高二文科数学试卷答案

一．选择题

1-5ABAAA　6-10BDCDC　11-12CD

二．填空题

13. $\exists x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right),x\le\sin x$　　14. $-\dfrac{1}{2}<a<\dfrac{3}{2}$

15. $(-\infty,-1)\cup(-1,0)$　　16. $\lambda\le 2$

三．解答题

17．解：　由命题p知$0<c<1$，

由命题q知：$2\leqslant x+\dfrac{1}{x}\leqslant\dfrac{5}{2}$.

要使此式恒成立，则$2>\dfrac{1}{c}$，即$c>\dfrac{1}{2}$.

又由p或q为真，p且q为假知，

p、q 必有一真一假，

①p为真，q为假时，p为真，$0<c<1$；

q为假，$c\leqslant\dfrac{1}{2}$，$\therefore 0<c\leqslant\dfrac{1}{2}$.

②p为假，q为真时，p为假，$c\leqslant 0$或$c\geqslant 1$；

q真，$c>\dfrac{1}{2}$，$\therefore c\geqslant 1$.

综上可知，c的取值范围为$0<c\leqslant\dfrac{1}{2}$或$c\geqslant 1$.

18．解：（1）由S_4,S_{10},S_7成等差数列，得$S_4+S_7=2S_{10}$.

当$q=1$时，$S_4=4a_1,S_7=7a_1,S_{10}=10a_1,\because a_1\ne 0,\therefore S_4+S_7\ne 2S_{10}$.所以$q\ne 1$.

则$\dfrac{a_1(1-q^4)}{1-q}+\dfrac{a_1(1-q^7)}{1-q}=2\dfrac{a_1(1-q^{10})}{1-q}$,

化简得：$1+q^3=2q^6$,解得$q^3=-\dfrac{1}{2}$.

则$a_2+a_5=a_2+a_2q^3=\dfrac{1}{2}a_2,a_8=a_2q^6=\dfrac{1}{4}a_2$.

所以$a_2+a_5=2a_8$,即a_2,a_8,a_5也成等差数列。

（2）设以 a_2,a_8,a_5 为前三项的等差数列的第四项是数列 $\{a_n\}$ 的第 k 项，则有

$a_k-a_5=a_8-a_2$，即 $a_1q^{k-1}-a_1q^4=a_1q^7-a_1q$. 整理得 $q^{k-2}=-\dfrac{5}{4}$.

因为 $q^{3(k-2)}=(-\dfrac{1}{2})^{k-2}=(-\dfrac{5}{4})^3=-\dfrac{125}{64}$ 无解，所以不存在。

19.解: (1)解法 1：∵$l\perp x$ 轴，∴F_2 的坐标为$(\sqrt{2}，0)$.

由意可知 $\begin{cases}\dfrac{2}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1\\ a^2-b^2=2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a^2=4\\ b^2=2\end{cases}$，

∴所求椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

解法 2：由椭圆定义可知 $|MF_1|+|MF_2|=2a$.

由题意知 $|MF_2|=1$，∴$|MF_1|=2a-1$.

又由 Rt△MF_1F_2 可知 $(2a-1)^2=(2\sqrt{2})^2+1$，$a>0$，

∴$a=2$，

由 $a^2-b^2=2$ 得 $b^2=2$.

∴椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

(2)直线 BF_2 的方程为 $y=x-\sqrt{2}$.

由 $\begin{cases}y=x-\sqrt{2}\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}$ 得点 N 的坐标为 $\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3}，\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)$.

又 $|F_1F_2|=2\sqrt{2}$，

∴$S_{\triangle F_1BN}=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\left(\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)=\dfrac{8}{3}$.

20. 解：（1）以题意可得：$T=\begin{cases}\left[x-\dfrac{3x}{2(96-x)}\right]A(1\le x\le 94,x\in N)\\ 0(x>94,x\in N)\end{cases}$.

（2）由（1）可知当日产量超过 94 件时，不能盈利。

当 $1\le x\le 94$ 时，$T=(x+\dfrac{3}{2}-\dfrac{144}{96-x})A=[97\dfrac{1}{2}-(96-x)-\dfrac{144}{96-x}]A$

$\because x\le 94,\therefore 96-x>0,\therefore (96-x)+\dfrac{144}{96-x}\ge 2\sqrt{144}=24.$

$\therefore T\le (97\dfrac{1}{2}-24)A=\dfrac{147}{2}A.$

等号当且仅当 $96-x=\dfrac{144}{96-x}$ 时，即 $x=84$ 时成立。

所以要获得最大利润，日产量应为84件。

21.

解：（Ⅰ）∵$n=1$时，$a_1+S_1=a_1+a_1=2$ ∴$a_1=1$ ∵$S_n=2-a_n$即$a_n+S_n=2$，

∴$a_{n+1}+S_{n+1}=2$ 两式相减：$a_{n+1}-a_n+S_{n+1}-S_n=0$即$a_{n+1}-a_n+a_{n+1}=0$

故有$2a_{n+1}=a_n$ ∵$a_n\neq 0$，∴$\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{1}{2}(n\in N^*)$

所以，数列$\{a_n\}$为首项$a_1=1$，公比为$\dfrac{1}{2}$的等比数列，$a_n=(\dfrac{1}{2})^{n-1}(n\in N^*)$……4分

（Ⅱ）∵$b_{n+1}=b_n+a_n(n=1,2,3,\cdots)$，∴$b_{n+1}-b_n=(\dfrac{1}{2})^{n-1}$

得 $b_2-b_1=1$ $b_3-b_2=\dfrac{1}{2}$ $b_4-b_3=(\dfrac{1}{2})^2\cdots$ $b_n-b_{n-1}=(\dfrac{1}{2})^{n-2}$（$n=2,3\cdots$）

将这$n-1$个等式相加

$$b_n-b_1=1+\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^3+\cdots+(\frac{1}{2})^{n-2}=\frac{1-(\frac{1}{2})^{n-1}}{1-\frac{1}{2}}=2-2(\frac{1}{2})^{n-1}$$

又∵$b_1=1$，∴$b_n=3-2(\dfrac{1}{2})^{n-1}$（$n=1,2,3\cdots$）……………………8分

（Ⅲ）∵$c_n=n(3-b_n)=2n(\dfrac{1}{2})^{n-1}$

∴$T_n=2[(\dfrac{1}{2})^0+2(\dfrac{1}{2})+3(\dfrac{1}{2})^2+\cdots+(n-1)(\dfrac{1}{2})^{n-2}+n(\dfrac{1}{2})^{n-1}]$ ①

而$\dfrac{1}{2}T_n=2[(\dfrac{1}{2})+2(\dfrac{1}{2})^2+3(\dfrac{1}{2})^3+\cdots+(n-1)(\dfrac{1}{2})^{n-1}+n(\dfrac{1}{2})^n]$ ②

①－②得：$\dfrac{1}{2}T_n=2[(\dfrac{1}{2})^0+(\dfrac{1}{2})^1+(\dfrac{1}{2})^2+\cdots+(\dfrac{1}{2})^{n-1}]-2n(\dfrac{1}{2})^n$

$$T_n=4\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}-4n(\frac{1}{2})^n=8-\frac{8}{2^n}-4n(\frac{1}{2})^n=8-(8+4n)\frac{1}{2^n}(n=1,2,3,\cdots)$$ ……………………12分

22. （Ⅰ）依题意有$\begin{cases}a=2,\\c=1\end{cases}$，又因为$b^2=a^2-c^2$，所以得$\begin{cases}a^2=4,\\b^2=3.\end{cases}$

故椭圆C的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ……4分

（Ⅱ）依题意，点M,N满足$\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1,\\my=x-1,\end{cases}$

即 y_M, y_N 是方程 $(3m^2+4)y^2+6my-9=0$ 的两个根.

得 $\begin{cases} \Delta = 144\cdot(m^2+1)>0, \\ y_M+y_N=\dfrac{-6m}{3m^2+4}, \\ y_My_N=\dfrac{-9}{3m^2+4}, \\ y_M-y_N=\dfrac{12\cdot\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}. \end{cases}$

设 $\angle MAx=\alpha, \angle NAx=\beta$，则 $\angle MAN=\alpha+\beta$,

由 $\tan\alpha = k_{AM}=\dfrac{y_M}{x_M+2}$， $\tan\beta=-k_{AN}=-\dfrac{y_N}{x_N+2}$,

得 $\tan\angle MAN = \dfrac{3(y_M-y_N)}{(m^2+1)y_My_N+3m(y_M+y_N)+9}$

$=\dfrac{4\sqrt{m^2+1}}{3}$.

所以当 $m=0$ 时，即 l 垂直 x 轴时 $\tan\angle MAN$ 的值最小，该最小值为 $\dfrac{4}{3}$,

故 $\angle MAN$ 的最小值是 $\arctan\dfrac{4}{3}$.

……12 分