2016-2017 学年高二（下）期末数学试卷（文科）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．已知集合 A={x|（x﹣1）（3﹣x）<0}，B={x|﹣2≤x≤2}，则 A∩B=（　　）

A．[﹣2，1）　B．（1，2]　C．[﹣2，﹣1）　　D．（﹣1，2]

2．已知复数 $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，则复数 $\overline{z}+|z|$ 在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．王安石在《游褒禅山记》中写道"世之奇伟、瑰怪，非常之观，常在于险远，而人之所罕至焉，故非有志者不能至也"，请问"有志"是到达"奇伟、瑰怪，非常之观"的（　　）

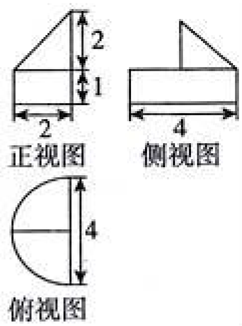
A．充要条件　　B．既不充分也不必要条件

C．充分条件　　D．必要条件

4．已知 x，y 满足 $\begin{cases}x-y-1\geqslant 0\\x+y\geqslant 0\\x\leqslant 3\end{cases}$，则（x﹣1）^{2}+（y﹣1）^{2} 的取值范围是（　　）

A．[5，25] B．[1，25] C．$[\frac{1}{2}，20]$　　D．$[\frac{5}{2}，20]$

5．如图是一个几何体的三视图，则此几何体的体积是（　　）

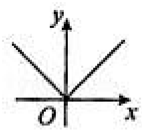


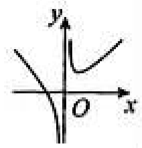
A．$2\pi+\frac{8}{3}$　B．$2\pi+\frac{4}{3}$　C．$\frac{10}{3}\pi$　　D．$\frac{8\pi}{3}$

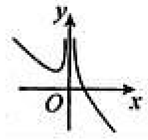
6．已知公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 满足 a_1，a_3，a_4 成等比数列，S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 $\frac{S_3-S_2}{S_5-S_3}$ 的值为（　　）

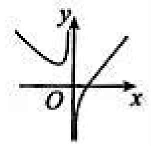
A．2　　B．3　　C．$\frac{1}{5}$　D．4

7．函数$f(x)=|x|+\dfrac{2}{x}$的图象可能是（　　）

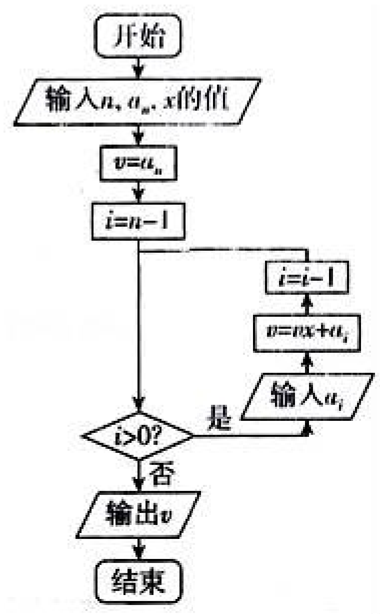
A. 

B. 

C. 

D. 

8．执行如图所示的程序框图，数列$\{a_n\}$满足$a_n=n-1$，输入$n=4$，$x=3$，则输出的结果v的值为（　　）



A．34　B．68　C．96　D．102

9．在三棱锥A﹣BCD中AB=AC=1，DB=DC=2，AD=BC=$\sqrt{3}$，则三棱锥A﹣BCD的外接球的表面积为（　　）

A．π　B．$\dfrac{7\pi}{4}$C．4π　D．7π

10．已知函数f（x）=2sin（ωx+φ）（ω＞0，﹣π＜φ＜0）在区间$[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}]$上单调递增，且函数值从﹣2增大到0．若$x_1$、$x_2\in[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}]$，且f（$x_1$）=f（$x_2$），则f（$x_1+x_2$）=（　　）

A．$-\sqrt{2}$B．$\sqrt{2}$ C．$-\sqrt{3}$D．$\sqrt{3}$

11．已知双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0），过其左焦点F作斜率为$\dfrac{1}{2}$的直线与双曲线的两条渐近线的交点分别为A、B，若$\overrightarrow{FA}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，则双曲线的两条渐近线方程为（　　）

A. $y=\pm\frac{1}{3}x$ B. $y=\pm(\sqrt{2}-1)x$ C. $y=\pm x$ D. $y=\pm\frac{1}{4}x$

12．已知函数 f（x）$=ax^3-3x^2+1$，若 f（x）存在唯一的零点 x_0，且 $x_0>0$，则 a 的取值范围为（　　）

A.（﹣∞，﹣2） B.（﹣∞，0） C.（2，+∞） D.（1，+∞）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13．已知平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，且 $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|$=_______.

14．已知 cos（$\frac{\pi}{4}-\alpha$）$=\frac{3}{5}$，则 sin2α=_______.

15．已知圆 C：$(x-a)^2+y^2=1$，若直线 l：y=x+a 与圆 C 有公共点，且点 A（1，0）在圆 C 内部，则实数 a 的取值范围是_______.

16．已知在△ABC 中，三角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，其满足（a﹣3b）cosC=c（3cosB﹣cosA），AF=2FC，则 $\frac{AB}{BF}$ 的取值范围为_______.

三、解答题：本大题共 5 小题，满分 60 分.解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤

17．已知正项等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_1+a_5=\frac{1}{3}a_3^2$，$S_7=56$.

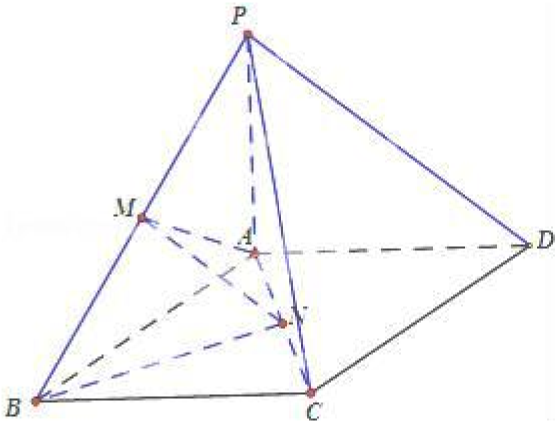
（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求数列 $\{3^{a_n}\}$ 的前 n 项和.

18．在四棱锥 P﹣ABCD 中，底面 ABCD 是边长为 1 的正方形，PA⊥平面 ABCD，PA=AB，M，N 分别为 PB，AC 的中点，

（1）求证：MN∥平面 PAD；

（2）求点 B 到平面 AMN 的距离.



19. 某同学在生物研究性学习中想对春季昼夜温差大小与黄豆种子发芽多少之间的关系进行研究，于是他在4月份的30天中随机挑选了5天进行研究，且分别记录了每天昼夜温差与每天每100颗种子浸泡后的发芽数，得到如下资料：

日期	4月1日	4月7日	4月15日	4月21日	4月30日
温差x/°C	10	11	13	12	8
发芽数y/颗	23	25	30	26	16

（1）从这5天中任选2天，记发芽的种子数分别为m，n，求事件“m，n均不小于25的概率.

（2）从这5天中任选2天，若选取的是4月1日与4月30日的两组数据，请根据这5天中的另三天的数据，求出y关于x的线性回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；

（3）若由线性回归方程得到的估计数据与所选出的检验数据的误差均不超过2颗，则认为得到的线性回归方程是可靠的，试问（2）中所得的线性回归方程是否可靠？

（参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$）

20. 椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）与x轴，y轴的正半辆分别交于A，B两点，原点O到直线AB的距离为$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，该椭圆的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）过点$P(0，\dfrac{5}{3})$的直线l与椭圆交于两个不同的点M，N，求线段MN的垂

直平分线在 y 轴上截距的取值范围.

21．已知函数$f(x)=\frac{a}{x}+\ln x-1$，$a\in R$.

（1）若曲线 y=f（x）在 P（1，f（1））处的切线平行于直线 y=﹣x+1，求函数 y=f（x）的单调区间；

（2）若 a＞0，且对任意 x∈（0，2e]时，f（x）＞0 恒成立，求实数 a 的取值范围.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22．在直角坐标系 xOy 中，以原点为 O 极点，以 x 轴正半轴为极轴，圆 C 的极坐标方程为$\rho=4\sqrt{2}\cos(\theta+\frac{\pi}{4})$.

（1）将圆 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；

（2）过点 P（2，0）作斜率为 1 直线 l 与圆 C 交于 A，B 两点，试求$\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}$的值.

[选修 4-5：不等式选讲]

23．已知函数 f（x）=|x﹣a|.

（Ⅰ）若不等式 f（x）≤m 的解集为[﹣1，5]，求实数 a，m 的值；

（Ⅱ）当 a=2 且 0≤t＜2 时，解关于 x 的不等式 f（x）+t≥f（x+2）.

2016-2017 学年高二（下）期末数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．已知集合 A={x|（x﹣1）（3﹣x）<0}，B={x|﹣2≤x≤2}，则 A∩B=（　　）

A．[﹣2，1）　B．（1，2]　C．[﹣2，﹣1）　　D．（﹣1，2]

【考点】1E：交集及其运算．

【分析】化简集合 A，根据交集的定义写出 A∩B 即可．

【解答】解：集合 A={x|（x﹣1）（3﹣x）<0}

={x|（x﹣1）（x﹣3）>0}

={x|<1 或 x>3}，

B={x|﹣2≤x≤2}，

则 A∩B={x|﹣2≤x<1}=[﹣2，1）．

故选：A．

2．已知复数 $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，则复数 $\overline{z}+|z|$ 在复平面内对应的点位于（　　）

A．第一象限　B．第二象限　C．第三象限　D．第四象限

【考点】A4：复数的代数表示法及其几何意义．

【分析】由复数 z 求出 $\overline{z}$ 和 $|z|$，代入 $\overline{z}+|z|$ 求出在复平面内对应的点的坐标得答案．

【解答】解：∵ $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，∴ $\overline{z}=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$，$|z|=\sqrt{(-\frac{1}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=1$，

∴ $\overline{z}+|z|=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i+1=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$．

则复数 $\overline{z}+|z|$ 在复平面内对应的点的坐标为：$(\frac{1}{2}，-\frac{\sqrt{3}}{2})$，位于第四象限．

故选：D．

3．王安石在《游褒禅山记》中写道"世之奇伟、瑰怪，非常之观，常在于险远，

而人之所罕至焉，故非有志者不能至也”，请问“有志”是到达“奇伟、瑰怪，非常之观”的（　　）

A．充要条件　B．既不充分也不必要条件

C．充分条件　D．必要条件

【考点】2L：必要条件、充分条件与充要条件的判断．

【分析】非有志者不能至也”，可得能够到达“奇伟、瑰怪，非常之观”的必须有志，而有志者是未必到达“奇伟、瑰怪，非常之观”的．即可判断出结论．

【解答】解：非有志者不能至也”，可得能够到达“奇伟、瑰怪，非常之观”的必须有志，而有志者是未必到达“奇伟、瑰怪，非常之观”的．

因此有志是到达“奇伟、瑰怪，非常之观”的必要条件．

故选：D．

4．已知 x，y 满足 $\begin{cases}x-y-1\geqslant 0\\ x+y\geqslant 0\\ x\leqslant 3\end{cases}$，则（x﹣1）^{2}+（y﹣1）^{2}的取值范围是（　　）

A．[5，25] B．[1，25] C．$[\frac{1}{2}，20]$　D．$[\frac{5}{2}，20]$

【考点】7C：简单线性规划．

【分析】画出约束条件的可行域，利用目标函数的几何意义求解即可．

【解答】解：x，y 满足 $\begin{cases}x-y-1\geqslant 0\\ x+y\geqslant 0\\ x\leqslant 3\end{cases}$ 的可行域如图：

（x﹣1）^{2}+（y﹣1）^{2}的几何意义是可行域内的点与 D（1，1）的距离的平方，由图形可知 DP 距离的平方最小，DA 距离的平方最大．

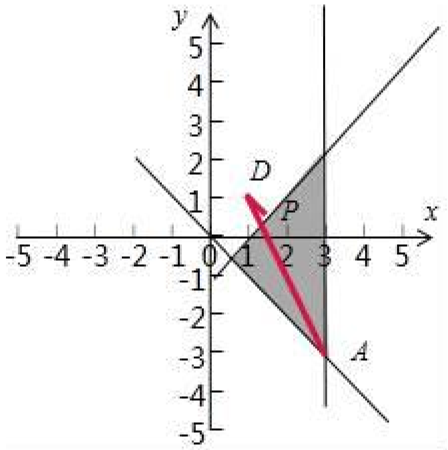
由 $\begin{cases}x=3\\ x+y=0\end{cases}$，解得 A（3，﹣3）．

（x﹣1）^{2}+（y﹣1）^{2}的最小值为：$(\frac{1}{\sqrt{2}})^2=\frac{1}{2}$．

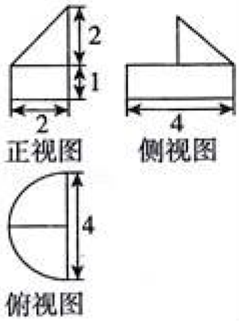
（x﹣1）^{2}+（y﹣1）^{2}的最大值为：（3﹣1）^{2}+（﹣3﹣1）^{2}=20．

（x﹣1）^{2}+（y﹣1）^{2}的取值范围是$[\frac{1}{2}，20]$

故选：C．



5．如图是一个几何体的三视图，则此几何体的体积是（　　）



A．$2\pi+\frac{8}{3}$　B．$2\pi+\frac{4}{3}$　C．$\frac{10}{3}\pi$　D．$\frac{8\pi}{3}$

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【分析】由已知得到几何体是$\frac{1}{4}$圆锥与$\frac{1}{2}$圆柱的组合体，由图中数据求体积．

【解答】解：由已知得到几何体是$\frac{1}{4}$圆锥与$\frac{1}{2}$圆柱的组合体，

其中圆锥的底面半径为 2，高为 2，圆柱的底面半径为 2，高为 1，所以体积为：

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2+\frac{1}{2}\times\pi\times2^2\times1=\frac{8\pi}{3}$;

故选 D.

6．已知公差不为 0 的等差数列$\{a_n\}$满足 a_1，a_3，a_4 成等比数列，S_n 为$\{a_n\}$的前 n 项和，则$\frac{S_3-S_2}{S_5-S_3}$的值为（　　）

A．2　B．3　C．$\frac{1}{5}$　D．4

【考点】85：等差数列的前 n 项和．

【分析】由 a_1，a_3，a_4 成等比数列，利用等差数列的通项公式求出 $a_1=-4d$，由此利用等差数列的前 n 项和公式能求出$\frac{S_3-S_2}{S_5-S_3}$的值．

【解答】解：设等差数列$\{a_n\}$的首项为 a_1，公差为 d（$d\neq 0$），

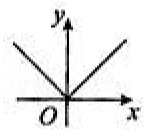
因为 a_1，a_3，a_4 成等比数列，

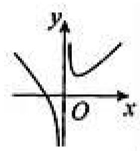
所以 $a_1a_4=a_3^2$，即 $a_1=-4d$，

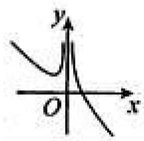
所以$\frac{S_3-S_2}{S_5-S_3}=\frac{a_3}{a_5+a_4}=\frac{a_1+2d}{2a_1+7d}=2$.

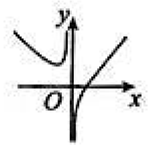
故选：A．

7．函数$f(x)=|x|+\frac{2}{x}$的图象可能是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【考点】3O：函数的图象．

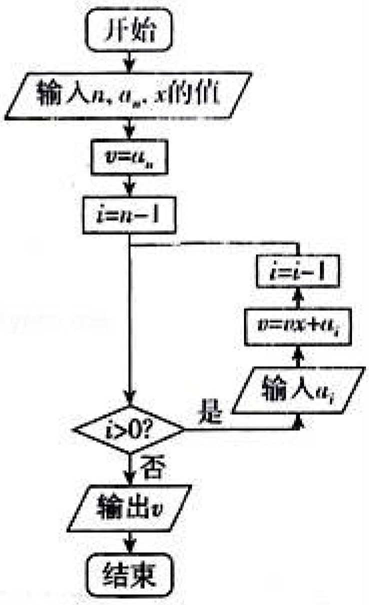
【分析】根据于函数$f(x)=|x|+\frac{2}{x}$不是偶函数，它的图象不关于 y 轴对称，故排除 A；再根据当 $x<0$ 时，$f(x)=-x+\frac{2}{x}$是减函数，结合选项，得出结论．

【解答】解：由于函数$f(x)=|x|+\frac{2}{x}$不是偶函数，故它的图象不关于 y 轴对称，故排除 A；

当 $x<0$ 时，$f(x)=-x+\frac{2}{x}$是减函数，结合图象，只有 B 满足条件，C、D 不满足条件故排除 C、D，

故选：B．

8．执行如图所示的程序框图，数列$\{a_n\}$满足 $a_n=n-1$，输入 n=4，x=3，则输出的结果 v 的值为（　　）



A．34　B．68　C．96　D．102

【考点】EF：程序框图．

【分析】由已知中的程序框图可知：该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量 v 的值，模拟程序的运行过程，分析循环中各变量值的变化情况，可得答案．

【解答】解：模拟程序的运行，可得

n=4，$a_4=3$，x=3，

v=3，i=3，

满足继续循环的条件 i＞0，执行完循环体后，$a_3=2$，v=3×3+2=11，i=2；

满足继续循环的条件 i＞0，执行完循环体后，$a_2=1$，v=11×3+1=34，i=1；

满足继续循环的条件 i＞0，执行完循环体后，$a_1=0$，v=34×3+0=102，i=0；

不满足继续循环的条件 i＞0，退出循环体后，输出的结果 v=102，

故选：D．

9．在三棱锥 A－BCD 中 AB=AC=1，DB=DC=2，AD=BC=$\sqrt{3}$，则三棱锥 A－BCD 的外接球的表面积为（　　）

A．π　B．$\frac{7\pi}{4}$C．4π　D．7π

【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．

【分析】建立坐标系，求出外接球的球心，计算外接球的半径，从而得出外接球面积．

【解答】解：∵AB=AC=1，AD=BC=$\sqrt{3}$，BD=CD=2，

∴AB⊥AD，AC⊥AD，

∴AD⊥平面ABC，

在△ABC中，由余弦定理得cos∠BAC=$\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}$=－$\frac{1}{2}$，

∴∠ABC=120°，

以AC为x轴，以AD为z轴建立如图所示的坐标系：

则A（0，0，0），B（－$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$，0），C（1，0，0），D（0，0，$\sqrt{3}$），

设棱锥A－BCD的外接球球心为M（x，y，z），

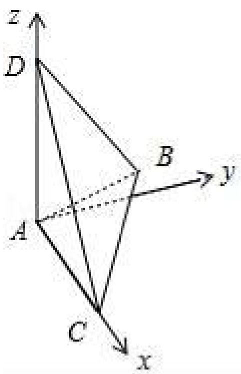
则$x^2+y^2+z^2=(x+\frac{1}{2})^2+(y-\frac{\sqrt{3}}{2})^2+z^2=(x-1)^2+y^2+z^2=x^2+y^2+(z-\sqrt{3})^2$，

解得x=$\frac{1}{2}$，y=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，z=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴外接球的半径为r=$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$=$\frac{\sqrt{7}}{2}$.

∴外接球的表面积S=4πr^2=7π.

故选D.



10．已知函数f（x）=2sin（ωx+ϕ）（ω＞0，－π＜ϕ＜0）在区间[$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{2}$]上单调递增，且函数值从－2增大到0．若x_1、x_2∈[-$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{2}$]，且f（x_1）=f（x_2），则f（x_1+x_2）=（　　）

A．$-\sqrt{2}$B．$\sqrt{2}$ C．$-\sqrt{3}$D．$\sqrt{3}$

【考点】H2：正弦函数的图象．

【分析】由题意利用正弦函数的单调性和图象的对称性，求得f（x）的解析式，可得f（x）的图象关于直线x=$\frac{\pi}{6}$对称，根据$\frac{x_1+x_2}{2}$=$\frac{\pi}{6}$，可得 x_1+x_2=$\frac{\pi}{3}$，由此

求得 f（x_1+x_2）的值.

【解答】解：函数 f（x）=2sin（ωx+ϕ）（ω>0，﹣π<ϕ<0）在区间 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增，且函数值从﹣2 增大到 0，

∴$\omega \bullet \frac{\pi}{6}+\phi=2k\pi-\frac{\pi}{2}$，$\omega \bullet \frac{\pi}{2}+\phi=2k\pi$，k∈Z，∴$\omega=\frac{3}{2}$，∴$\phi=-\frac{3\pi}{4}$，f（x）=2sin（$\frac{3}{2}x-\frac{3\pi}{4}$），且 f（x）的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称.

若 x_1、$x_2 \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$，且 f（$x_1$）=f（$x_2$），则 $\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\pi}{6}$，∴$x_1+x_2=\frac{\pi}{3}$，

则 f（x_1+x_2）=f（$\frac{\pi}{3}$）=2sin（$\frac{3}{2} \bullet \frac{\pi}{3}-\frac{3\pi}{4}$）=2sin（﹣$\frac{\pi}{4}$）=﹣$\sqrt{2}$，

故选：A.

11．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$，过其左焦点 F 作斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线与双曲线的两条渐近线的交点分别为 A、B，若 $\overrightarrow{FA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，则双曲线的两条渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm\frac{1}{3}x$ B．$y=\pm(\sqrt{2}-1)x$　C．y=±x　D．$y=\pm\frac{1}{4}x$

【考点】KC：双曲线的简单性质.

【分析】由题意可得已知直线 l 的方程为：$y=\frac{1}{2}(x+c)$，与两条渐近线方程 $y=\pm\frac{b}{a}x$ 分别联立，解得 A，B 的坐标．利用 $\overrightarrow{FA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，即可得出 a，b 的关系，可得双曲线的渐近线方程.

【解答】解：由题意可得 F（﹣c，0），已知直线 l 的方程为：$y=\frac{1}{2}(x+c)$，

与两条渐近线方程 $y=\pm\frac{b}{a}x$ 分别联立，

解得 A（$-\frac{ac}{a+2b}$，$\frac{bc}{a+2b}$），B（$-\frac{ac}{a-2b}$，$-\frac{bc}{a-2b}$）.

∵$\overrightarrow{FA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，

∴$\frac{bc}{a+2b}=\frac{1}{2}\left(-\frac{bc}{a-2b}-\frac{bc}{a+2b}\right)$，

化为 b=a，

则双曲线的渐近线为 y=±x.

故选 C.

12．已知函数 f（x）$=ax^3-3x^2+1$，若 f（x）存在唯一的零点 x_0，且 $x_0>0$，则 a 的取值范围为（　　）

A．$(-\infty,\ -2)$　B．$(-\infty,\ 0)$　C．$(2,\ +\infty)$　D．$(1,\ +\infty)$

【考点】52：函数零点的判定定理．

【分析】分类讨论：当 $a\geq 0$ 时，容易判断出不符合题意；当 $a<0$ 时，求出函数的导数，利用导数和极值之间的关系转化为求极小值 $f(\frac{2}{a})>0$，解出即可．

【解答】解：当 a=0 时，$f(x)=-3x^2+1=0$，解得 $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$，函数 f（x）有两个零点，不符合题意，应舍去；

当 $a>0$ 时，令 $f'(x)=3ax^2-6x=3ax(x-\frac{2}{a})=0$，解得 x=0 或 $x=\frac{2}{a}>0$，列表如下：

x	$(-\infty,\ 0)$	0	$(0,\ \frac{2}{a})$	$\frac{2}{a}$	$(\frac{2}{a},\ +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
f（x）	单调递增	极大值	单调递减	极小值	单调递增

∵$x\to-\infty$，$f(x)\to-\infty$，而 $f(0)=1>0$，∴存在 $x<0$，使得 $f(x)=0$，

不符合条件：f（x）存在唯一的零点 x_0，且 $x_0>0$，应舍去．

当 $a<0$ 时，$f'(x)=3ax^2-6x=3ax(x-\frac{2}{a})=0$，解得 x=0 或 $x=\frac{2}{a}<0$，列表如下：

x	$(-\infty,\ \frac{2}{a})$	$\frac{2}{a}$	$(\frac{2}{a},\ 0)$	0	$(0,\ +\infty)$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
f（x）	单调递减	极小值	单调递增	极大值	单调递减

而 $f(0)=1>0$，$x\to+\infty$时，$f(x)\to-\infty$，∴存在 $x_0>0$，使得 $f(x_0)=0$，

∵f（x）存在唯一的零点 x_0，且 $x_0>0$，∴极小值 $f(\frac{2}{a})=a(\frac{2}{a})^3-3(\frac{2}{a})^2+1>0$，

化为 $a^2>4$，

∵$a<0$，∴$a<-2$．

综上可知：a 的取值范围是 $(-\infty,\ -2)$．

故选：A．

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13．已知平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=1$，且$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则$|\vec{a}-\vec{b}|=$<u>$\sqrt{5}$</u>．

【考点】9R：平面向量数量积的运算．

【分析】由$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，两边平方，可得$\vec{a}\bullet\vec{b}=0$，再由向量模的平方即为向量的平方，计算即可得到所求值．

【解答】解：由$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，

可得$(\vec{a}+\vec{b})^2=(\vec{a}-\vec{b})^2$，

化为$\vec{a}^2+\vec{b}^2+2\vec{a}\bullet\vec{b}=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}\bullet\vec{b}$，

即有$\vec{a}\bullet\vec{b}=0$，

则$|\vec{a}-\vec{b}|^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}\bullet\vec{b}=2^2+1^2-0=5$，

可得$|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{5}$．

故答案为：$\sqrt{5}$．

14．已知$\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$，则$\sin2\alpha=$<u>$-\frac{7}{25}$</u>．

【考点】GP：两角和与差的余弦函数．

【分析】先利用差角的余弦公式展开，再两边平方，即可求得$\sin2\alpha$的值．

【解答】解：$\because\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$

$\therefore\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha=\frac{3}{5}$

两边平方得：$\frac{1}{2}(1+2\sin\alpha\cos\alpha)=\frac{9}{25}$

$\therefore\sin2\alpha=-\frac{7}{25}$

故答案为：$-\frac{7}{25}$．

15．已知圆C：$(x-a)^2+y^2=1$，若直线l：$y=x+a$与圆C有公共点，且点A（1，0）在圆C内部，则实数a的取值范围是<u>$(0,\frac{\sqrt{2}}{2}]$</u>．

【考点】J9：直线与圆的位置关系．

【分析】圆心 C（a，0）到直线 l 的距离 $d=\frac{|a+a|}{\sqrt{2}}=|\sqrt{2}a|\leq1$，且 $|AC|=|a-1|<1$，由此能求出实数 a 的取值范围．

【解答】解：∵圆 C：$(x-a)^2+y^2=1$，直线 l：$y=x+a$ 与圆 C 有公共点，且点 A（1，0）在圆 C 内部，

∴圆心 C（a，0）到直线 l 的距离 $d=\frac{|a+a|}{\sqrt{2}}=|\sqrt{2}a|\leq1$，①

$|AC|=|a-1|<1$，②

联立①②，得 $0<a\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$．

∴实数 a 的取值范围是 $(0,\frac{\sqrt{2}}{2}]$．

故答案为：$(0,\frac{\sqrt{2}}{2}]$．

16．已知在△ABC 中，三角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，其满足 $(a-3b)\cos C=c(3\cos B-\cos A)$，AF=2FC，则 $\frac{AB}{BF}$ 的取值范围为 $\underline{\quad(2,+\infty)\quad}$．

【考点】HR：余弦定理．

【分析】由正弦定理，两角和的正弦函数公式，三角形内角和定理，诱导公式化简已知可求 b=3a，结合 AF=2FC，可得 CF=a，AF=2a，由余弦定理，三角函数恒等变换的应用可得：$\frac{AB}{BF}=\sqrt{\frac{1}{\sin^2\frac{C}{2}}+3}$，结合范围 $0<\frac{C}{2}<\frac{\pi}{2}$，即可计算得解．

【解答】解：∵$(a-3b)\cos C=c(3\cos B-\cos A)$，

∴$\sin A\cos C-3\sin B\cos C=3\sin C\cos B-\sin C\cos A$，

∴$\sin(A+C)=3\sin(B+C)$，

∴$\sin B=3\sin A$，可得：$b=3a$，

∵如右图所示，AF=2FC，

∴CF=a，AF=2a，

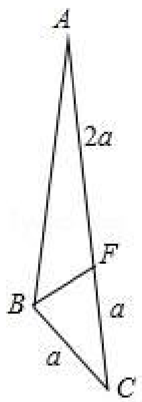
∴则由余弦定理可得：$\frac{AB}{BF}=\sqrt{\frac{a^2+(3a)^2-2\times a\times3a\times\cos C}{a^2+a^2-2a\cdot a\cdot\cos C}}=\sqrt{\frac{5-3\cos C}{1-\cos C}}$

$=\sqrt{\frac{5-3(1-2\sin^2\frac{C}{2})}{2\sin^2\frac{C}{2}}}=\sqrt{\frac{2+6\sin^2\frac{C}{2}}{2\sin^2\frac{C}{2}}}=\sqrt{\frac{1}{\sin^2\frac{C}{2}}+3}$，

∵$0<C<\pi$，$0<\frac{C}{2}<\frac{\pi}{2}$，$\frac{1}{\sin^2\frac{C}{2}}\in(1，+\infty)$，

∴$\frac{AB}{BF}=\sqrt{\frac{1}{\sin^2\frac{C}{2}}+3}\in(2，+\infty)$.

故答案为：$(2，+\infty)$.



三、解答题：本大题共5小题，满分60分.解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤

17．已知正项等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_1+a_5=\frac{1}{3}a_3^2$，$S_7=56$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\{3^{a_n}\}$的前n项和.

【考点】8E：数列的求和；8H：数列递推式.

【分析】（1）与数列$\{a_n\}$是等差数列，且$a_1+a_5=\frac{1}{3}a_3^2$，可得$2a_3=\frac{1}{3}a_3^2$，又$a_n>0$，解得$a_3=6$．根据$S_7=\frac{7(a_1+a_7)}{2}=7a_4=56$，可得$a_4$，再根据等差数列的通项公式即可得出.

（2）利用等比数列的求和公式即可得出.

【解答】解：（1）因为数列$\{a_n\}$是等差数列，且$a_1+a_5=\frac{1}{3}a_3^2$，

所以$2a_3=\frac{1}{3}a_3^2$，又$a_n>0$

所以 $a_3=6$．

因为 $S_7=\frac{7(a_1+a_7)}{2}=7a_4=56$，

所以 $a_4=8$．

所以公差 $d=a_4-a_3=2$，

所以 $a_n=a_3+(n-3)d=6+(n-3)\times2=2n$．

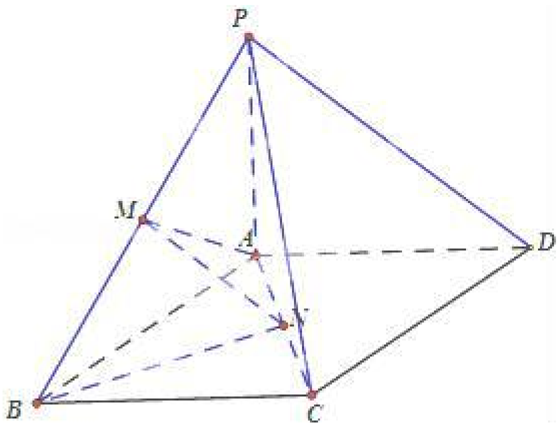
（2）设数列 $\{3^{a_n}\}$ 的前 n 项和为 T_n．

$\therefore T_n=3^2+3^4+\cdots+3^{2n}=\frac{9(1-9^n)}{1-9}=\frac{9}{8}(9^n-1)$．

18．在四棱锥 P﹣ABCD 中，底面 ABCD 是边长为 1 的正方形，PA⊥平面 ABCD，PA=AB，M，N 分别为 PB，AC 的中点，

（1）求证：MN∥平面 PAD；

（2）求点 B 到平面 AMN 的距离．



【考点】LS：直线与平面平行的判定；MK：点、线、面间的距离计算．

【分析】（1）连接 BD，则 BD∩AC=N，利用三角形中位线的性质，可得 MN∥PD，利用线面平行的判定，即可得到 MN∥平面 PAD；

（2）利用 $V_{M-ABN}=V_{B-AMN}$，可求点 B 到平面 AMN 的距离．

【解答】（1）证明：连接 BD，则 BD∩AC=N

∵M，N 分别为 PB，AC 的中点，

∴MN 是△BPD 的中位线

∴MN∥PD

∵MN⊄平面 PAD，PD⊂平面 PAD

∴MN∥平面 PAD；

（2）解：设点 B 到平面 AMN 的距离为 h，则

∵底面 ABCD 是边长为 1 的正方形，PA⊥平面 ABCD，PA=AB，

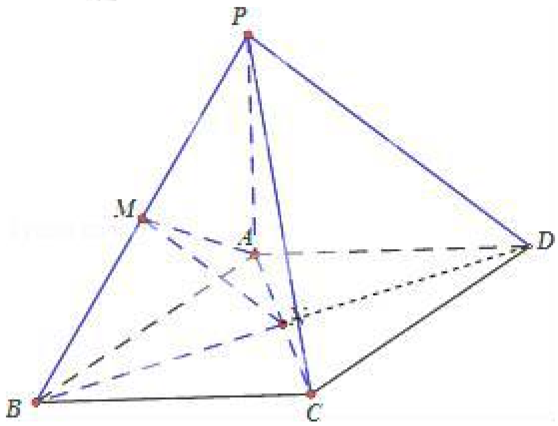
∴$AM=AN=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$MN=\frac{\sqrt{2}}{2}$

∴$S_{\triangle AMN}=\frac{\sqrt{3}}{8}$

∵$S_{\triangle ABN}=\frac{1}{4}$，M 到平面 ABN 的距离为$\frac{1}{2}$

∴由 $V_{M-ABN}=V_{B-AMN}$，可得$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{8}h$

∴$h=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即点 B 到平面 AMN 的距离为$\frac{\sqrt{3}}{3}$.



19. 某同学在生物研究性学习中想对春季昼夜温差大小与黄豆种子发芽多少之间的关系进行研究，于是他在 4 月份的 30 天中随机挑选了 5 天进行研究，且分别记录了每天昼夜温差与每天每 100 颗种子浸泡后的发芽数，得到如下资料：

日期	4 月 1 日	4 月 7 日	4 月 15 日	4 月 21 日	4 月 30 日
温差 x/°C	10	11	13	12	8
发芽数 y/颗	23	25	30	26	16

（1）从这 5 天中任选 2 天，记发芽的种子数分别为 m，n，求事件“m，n 均不小于 25 的概率.

（2）从这 5 天中任选 2 天，若选取的是 4 月 1 日与 4 月 30 日的两组数据，请根据这 5 天中的另三天的数据，求出 y 关于 x 的线性回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；

（3）若由线性回归方程得到的估计数据与所选出的检验数据的误差均不超过 2 颗，则认为得到的线性回归方程是可靠的，试问（2）中所得的线性回归方程是

否可靠？

（参考公式：$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$， $\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$）

【考点】BQ：回归分析的初步应用；CC：列举法计算基本事件数及事件发生的概率．

【分析】（1）用数组（m，n）表示选出2天的发芽情况，用列举法可得m，n的所有取值情况，分析可得m，n均不小于25的情况数目，由古典概型公式，计算可得答案；

（2）根据所给的数据，先做出x，y的平均数，即做出本组数据的样本中心点，根据最小二乘法求出线性回归方程的系数，写出线性回归方程．

（3）根据估计数据与所选出的检验数据的误差均不超过2颗，就认为得到的线性回归方程是可靠的，根据求得的结果和所给的数据进行比较，得到所求的方程是可靠的．

【解答】解：（1）用数组（m，n）表示选出2天的发芽情况，

m，n的所有取值情况有（23，25），（23，30），（23，26），（23，16），（25，30），（25，26），（25，16），（30，26），（30，16），（30，26），共有10个

设“m，n均不小于25”为事件A，

则包含的基本事件有（25，30），（25，26），（30，26）

所以$P(A)=\frac{3}{10}$，

故事件A的概率为$\frac{3}{10}$

（2）由数据得$\overline{x}=12$，$\overline{y}=27$，$3\overline{x}\overline{y}=972$，

$\sum_{i=1}^{3}x_iy_i=977$，$\sum_{i=1}^{3}x_i^2=434$，$3\overline{x}^2=432$

由公式，得$\hat{b}=\frac{977-972}{434-432}=\frac{5}{2}$，$\hat{a}=27-\frac{5}{2}\times12=-3$

所以y关于x的线性回归方程为$\hat{y}=\frac{5}{2}x-3$

（3）当x=10时，$\hat{y}=22$，|22－23|＜2，

当 x=8 时，$\hat{y}=17$，$|17-16|<2$

所以得到的线性回归方程是可靠的.

20．椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）与 x 轴，y 轴的正半辆分别交于 A，B 两点，原点 O 到直线 AB 的距离为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$，该椭圆的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆的方程；

（Ⅱ）过点$P(0,\frac{5}{3})$的直线 l 与椭圆交于两个不同的点 M，N，求线段 MN 的垂直平分线在 y 轴上截距的取值范围.

【考点】KH：直线与圆锥曲线的综合问题；K3：椭圆的标准方程.

【分析】（Ⅰ）设直线 AB 的方程为 bx+ay﹣ab=0，利用原点 O 到直线 AB 的距离为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$，椭圆的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，建立方程可求 a、b 的值，从而可得椭圆的方程；

（Ⅱ）当直线斜率不存在时，线段 MN 的垂直平分线的纵截距为 0；当直线斜率 k 存在时，设直线 l 的方程为$y=kx+\frac{5}{3}$，代入$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，消去 y 得（$9+36k^2$）$x^2+120kx+64=0$，进而可求线段 MN 的垂直平分线方程，由此即可求得线段 MN 的垂直平分线在 y 轴上截距的取值范围.

【解答】解：（Ⅰ）设直线 AB 的方程为 bx+ay﹣ab=0

∵原点 O 到直线 AB 的距离为$\frac{2\sqrt{5}}{5}$，∴$\frac{|ab|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$①

∵椭圆的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴$\frac{a^2-b^2}{a^2}=\frac{3}{4}$②

由①②可得：a=2，b=1

∴椭圆的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$；

（Ⅱ）当直线斜率不存在时，线段 MN 的垂直平分线的纵截距为 0

当直线斜率 k 存在时，设直线 l 的方程为$y=kx+\frac{5}{3}$，代入$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，消去 y 得（$9+36k^2$）$x^2+120kx+64=0$

∵△=$14400k^2-256(9+36k^2)>0$，∴$k^2>\frac{4}{9}$

设 M（x_1，y_1），N（x_2，y_2），MN 的中点为 Q（x_0，y_0）

∴ $x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-20k}{3+12k^2}$，$y_0=kx_0+\frac{5}{3}=\frac{5}{3+12k^2}$

∴Q（$\frac{-20k}{3+12k^2}$，$\frac{5}{3+12k^2}$）

∴线段 MN 的垂直平分线方程为 $y-\frac{5}{3+12k^2}=-\frac{1}{k}(x+\frac{20k}{3+12k^2})$

令 x=0，则 $y=\frac{-15k}{3+12k^2}$，

由 $k^2>\frac{4}{9}$，可得 $-\frac{9}{5}<y<0$

∴线段 MN 的垂直平分线在 y 轴上截距的取值范围为 $(-\frac{9}{5}，0]$.

21．已知函数 $f(x)=\frac{a}{x}+\ln x-1$，$a\in R$.

（1）若曲线 y=f（x）在 P（1，f（1））处的切线平行于直线 y=﹣x+1，求函数 y=f（x）的单调区间；

（2）若 a＞0，且对任意 x∈（0，2e]时，f（x）＞0 恒成立，求实数 a 的取值范围．

【考点】6E：利用导数求闭区间上函数的最值．

【分析】（1）求出函数的导数，得到关于 a 的方程，求出 a 的值，求出函数的单调区间即可；

（2）问题转化为 $\frac{a}{x}+\ln x-1>0$ 对 x∈（0，2e]恒成立，即 a＞x（1﹣lnx）对 x∈（0，2e]恒成立，设 g（x）=x（1﹣lnx）=x﹣xlnx，x∈（0，2e]，根据函数的单调性证明即可．

【解答】解：（1）直线 y=﹣x+1 的斜率为﹣1，

函数 y=f（x）的导数为 $f'(x)=-\frac{a}{x^2}+\frac{1}{x}$…

所以 f'（1）=﹣a+1=﹣1，

所以 a=2…..

因为 y=f（x）的定义域为（0，+∞），

又 $f'(x)=-\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x}=\frac{x-2}{x^2}$…

当 x∈（2，+∞）时，f'（x）＞0，f（x）为增函数，

当 x∈（0，2）时，f'（x）＜0，f（x）为减函数，

综上，函数 f（x）的单调增区间是（2，+∞），单调减区间是（0，2）…

（2）因为 a＞0，且对任意 x∈（0，2e]时，f（x）＞0 恒成立，

即$\frac{a}{x}+\ln x-1>0$对 x∈（0，2e]恒成立，

即 a＞x（1﹣lnx）对 x∈（0，2e]恒成立　　　　　　　　　　　.....

设 g（x）=x（1﹣lnx）=x﹣xlnx，x∈（0，2e]，

所以 g'（x）=1﹣lnx﹣1=lnx，

当 x∈（0，1）时，g'（x）＞0，g（x）为增函数，

当 x∈（1，2e]时，g'（x）＜0，g（x）为减函数，

所以当 x=1 时，函数 g（x）在 x∈（0，2e]上取得最大值　…

所以 g（x）≤g（1）=1﹣ln1=1，

所以实数 a 的取值范围（1，+∞）.....

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22．在直角坐标系 xOy 中，以原点为 O 极点，以 x 轴正半轴为极轴，圆 C 的极坐标方程为$\rho=4\sqrt{2}\cos(\theta+\frac{\pi}{4})$.

（1）将圆 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；

（2）过点 P（2，0）作斜率为 1 直线 l 与圆 C 交于 A，B 两点，试求$\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}$的值.

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；J9：直线与圆的位置关系.

【分析】（1）圆 C 的极坐标方程为$\rho=4\sqrt{2}\cos(\theta+\frac{\pi}{4})$，展开可得：$\rho^2=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\rho$（cosθ﹣sinθ），利用互化公式即可得出直角坐标方程.

（2）直线 l 的参数方程为：$\begin{cases}x=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\\y=\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（t 为参数），代入上述方程可得：$t^2+2\sqrt{2}t-4=0$.$\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=\frac{1}{|t_1|}+\frac{1}{|t_2|}=\frac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t_2|}$.

【解答】解：（1）圆 C 的极坐标方程为$\rho=4\sqrt{2}\cos(\theta+\frac{\pi}{4})$，展开可得：$\rho^2=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\rho$（$\cos\theta-\sin\theta$），

可得直角坐标方程：$x^2+y^2-4x+4y=0$．

（2）直线 l 的参数方程为：$\begin{cases}x=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（t 为参数），代入上述方程可得：$t^2+2\sqrt{2}t-4=0$．

$t_1+t_2=-2\sqrt{2}$，$t_1t_2=-4$，

则

$$\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=\frac{1}{|t_1|}+\frac{1}{|t_2|}=\frac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{8-4\times(-4)}}{4}=\frac{\sqrt{6}}{2}.$$

[选修 4-5：不等式选讲]

23．已知函数 f（x）=|x－a|．

（Ⅰ）若不等式 f（x）≤m 的解集为[－1，5]，求实数 a，m 的值；

（Ⅱ）当 a=2 且 0≤t＜2 时，解关于 x 的不等式 f（x）+t≥f（x+2）．

【考点】R5：绝对值不等式的解法．

【分析】（Ⅰ）根据绝对值不等式的解法建立条件关系即可求实数 a，m 的值．

（Ⅱ）根据绝对值的解法，进行分段讨论即可得到不等式的解集．

【解答】解：（Ⅰ）∵f（x）≤m，

∴|x－a|≤m，

即 a－m≤x≤a+m，

∵f（x）≤m 的解集为{x|－1≤x≤5}，

∴$\begin{cases}a-m=-1\\ a+m=5\end{cases}$，解得 a=2，m=3．

（Ⅱ）当 a=2 时，函数 f（x）=|x－2|，

则不等式 f（x）+t≥f（x+2）等价为|x－2|+t≥|x|．

当 x≥2 时，x－2+t≥x，即 t≥2 与条件 0≤t＜2 矛盾．

当 0≤x＜2 时，2－x+t≥x，即 $0\le x\le\frac{t+2}{2}$成立．

当 $x<0$ 时，$2-x+t\geq -x$，即 $t\geq -2$ 恒成立.

综上不等式的解集为（$-\infty$，$\frac{t+2}{2}$].

2017年8月10日