2016年秋季高二年级期末调研考试

数学试题(文科)

一、选择题：

1．某市有大、中、小型商店共1500家，它们的家数之比为1∶5∶9，要调查商店的每日零售额情况，要求从中抽取30家商店进行调查，则大、中、小商店分别抽取家数是

A．2，10，18　　B．4，10，16　　C．10，10，10　　D．8，10，12

2．已知椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{m^2}=1(m>1)$的左焦点为$F_1(-4,0)$，则$m$的值为

A．9　　B．4　　C．3　　D．2

3．如图，茎叶图记录了甲、乙两组各5名学生在一次英语听力测试中的成绩。已知甲组数据的中位数为15，乙组数据的平均数为16.8，则x，y的值分别为

A．2，5　　B．5，5

C．5，8　　D．8，8

甲组			乙组		
	9	0	9		
x	2	1	5	y	8
7	4	2	4		

第3题图

4．已知命题p：$x\leqslant 0$，命题q：$\frac{1}{x}>0$，则$\neg P$是q的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．从1，2，3，5这四个数字中任意选出两个数字，则这两个数字之和是偶数的概率为

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{6}$

6．下列说法中正确的有

(1) 命题“若$x^2-3x+2=0$，则$x=1$”的逆否命题为“若$x\neq 1$，则$x^2-3x+2\neq 0$”；

(2) “$x>2$”是“$x^2-3x+2>0$”的充分不必要条件；

(3) 命题p：$\exists x_0\in R, x_0^2+x_0+1<0$，则$\neg p$：$\forall x\in R$，$x^2+x+1\geqslant 0$；

(4) 若“$p\wedge q$”为假命题，则p，q均为假命题.

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

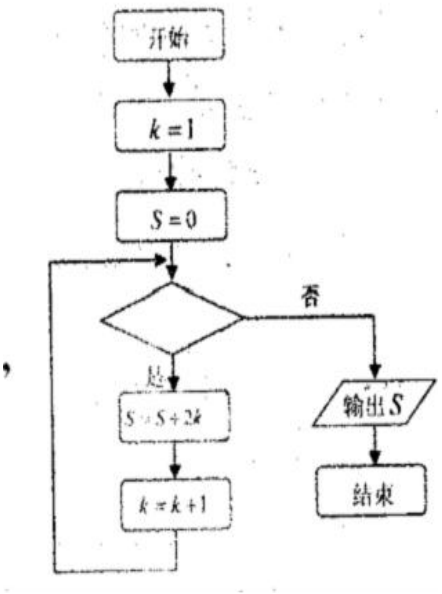
7．执行右方的程序框图，若输出S=2550，则判断框处为

A．$k\leqslant 50$?

B．$k\geqslant 51$?

C．$k<50$?

D．$k>51$?



8．已知抛物线$y^2=2px(p>0)$上一点M到焦点F的距离等于$2p$，则直线MF的斜率为

A．$\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

B．$\pm\frac{3}{4}$

C．±1

D．$\pm\sqrt{3}$

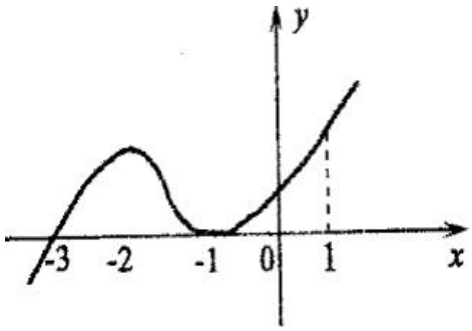
9．若直线 $mx+ny+2=0$（$m>0$，$n>0$）截得圆 $(x+3)^2+(y+1)^2=1$ 的弦长为 2，则 $\frac{1}{m}+\frac{3}{n}$ 的最小值为

A．4　　B．12　　C．16　　D．6

10．点 P 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）与圆 $x^2+y^2=a^2+b^2$ 在第一象限的交点，F_1，F_2 分别为双曲线左，右焦点，且 $|PF_1|=3|PF_2|$，则双曲线的离心率为

A．$\sqrt{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C．$\sqrt{10}$　　D．$\frac{\sqrt{10}}{2}$

11．右图是函数 $y=f(x)$ 的导函数 $y=f'(x)$ 的图象，给出下列命题：



① -3 是函数 $y=f(x)$ 的极小值点；

② -1 是函数 $y=f(x)$ 的极小值点；

③ $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处切线的斜率小于零；

④ $y=f(x)$ 在区间 $(-3,1)$ 上单调递增.

则正确命题的序号是

A．①④　　B．①②

C．②③　　D．③④

12．函数 $y=f(x)$ 是 R^+ 上的可导函数，且 $f(1)=-1$，$f'(x)+\frac{f(x)}{x}>0$，则函数 $g(x)=f(x)+\frac{1}{x}$ 在 R^+ 上的零点个数为

A．3　　B．2　　C．1　　D．0

二、填空题：

13．函数 $y=x^2+x-1$ 在 $(1,1)$ 处的切线方程为_____.

14．已知椭圆 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$ 以及椭圆内一点 $P(4,2)$，则以 P 为中点的弦所在直线的斜率为_____.

15．已知集合 $A=\{x \mid 2x^2-x-3<0\}$，$B=\{x \mid y=\lg\frac{1-x}{x+3}\}$，在区间 $(-3,3)$ 上任取一实数 x，则 $x\in(A\cap B)$ 的概率为_____.

16．在平面直角坐标系 XOY 中，圆 C 的方程为 $x^2+y^2-8x+15=0$，若直线 $y=kx-2$ 上至少存在一点，使得以该点为圆心，1 为半径的圆与圆 C 有公共点，则 k 的最大值是_____.

三、解答题：

17．已知 p：“直线 $x+y-m=0$ 与圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 相离”；q：“方程 $x^2-x+m-4=0$ 的两实根异号”．若 $p\vee q$ 为真，且 $\neg p$ 为真，求实数 m 的取值范围.

18．一个袋中装有四个形状大小完全相同的球，球的编号分别为 1，2，3，4．

（1）从袋中不放回随机抽取两个球，求取出的球的编号之和不大于 4 的概率；

（2）先从袋中随机取一个球，该球的编号为 m，将球放回袋中，然后再从袋中随机取一个球，该球的编号为 n，求 $n<m+2$ 的概率．

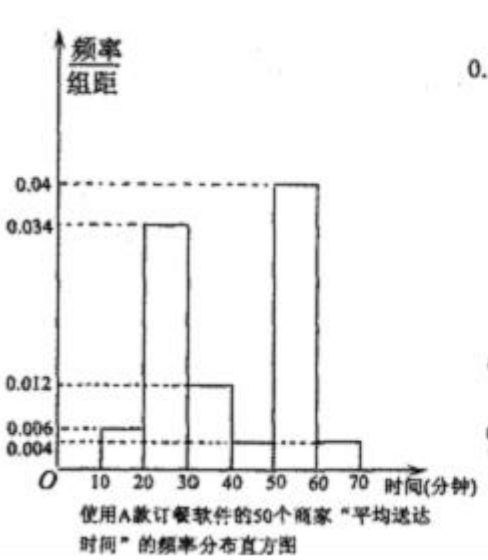
19．随着移动互联网的发展，与餐饮美食相关的手机 *APP* 软件层出不穷，现从使用 *A* 和 *B* 两款订餐软件的商家中分别随机抽取 50 个商家，对它们的“平均送达时间”进行统计，得到频率分布直方图如下：

（1）试估计使用 *A* 款订餐软件的 50 个商家的“平均送达时间”的众数及平均数；

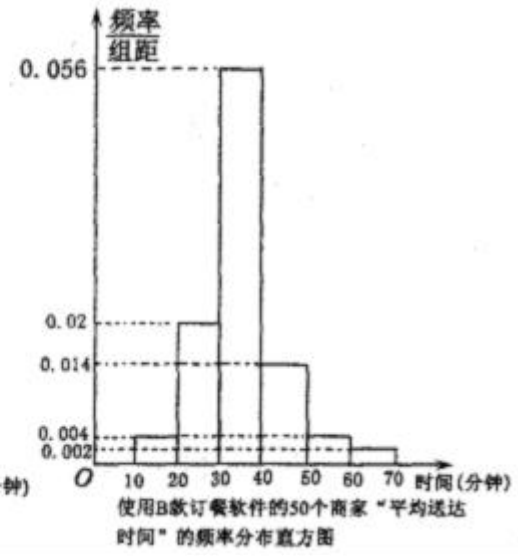
（2）根据以上抽样调查数据，将频率视为概率，回答以下问题：

① 能否认为使用 *B* 款订餐软件“平均送达时间”不超过 40 分钟的商家达到 75%？

② 如果你要从 *A* 和 *B* 两款订餐软件中选择一款订餐，你会选择哪款？并说明理由．



使用A款订餐软件的50个商家“平均送达时间”的频率分布直方图



使用B款订餐软件的50个商家“平均送达时间”的频率分布直方图

20．在平面直角坐标系 XOY 中，已知圆 P 在 x 轴上截得线段长为 $2\sqrt{2}$，在 y 轴上截得线段长为 $2\sqrt{3}$．（1）求圆心 P 的轨迹方程；（2）若 P 点到直线 $y=x$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，求圆 P 的方程．

21．设椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率 $e=\frac{1}{2}$，右焦点到直线 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 的距离 $d=\frac{\sqrt{21}}{7}$，O 为坐标原点．

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）过点 O 作两条互相垂直的射线，与椭圆 E 分别交于 A，B 两点，求点 O 到直线 AB 的距离．

22．已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{a}{x}$，其中 $a\in R$．（1）当 $a=2$ 时，求函数的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；（2）如果对于任意 $x\in(1, +\infty)$，都有 $f(x)>-x+2$，求 a 的取值范围．

参考答案

2016秋高二期末调研考试数学答案(文科)

一、选择题：

1．A

【解析】∵有大型、中型与小型商店共1500家，它们的家数之比为1：5：9．

用分层抽样抽取其中的30家进行调查，∴大型商店要抽取$30\times\frac{1}{15}=2$，中型商店要抽取$30\times\frac{5}{15}=10$，小型商店要抽取$30\times\frac{9}{15}=18$．故选A．

考点：分层抽样方法．

2．C

【解析】由题意得：$m^2=25-4^2=9$，因为$m>0$，所以$m=3$，故选C．

考点：椭圆的简单几何性质．

3．C

【解析】根据中位数的定义，$x=5$，平均数是$\frac{9+15+10+y+18+24}{5}=16.8$，解得：$y=8$.故选C．

考点：1．茎叶图；2．样本数字特征．

4．C

【解析】利用充分条件与必要条件求解．

由p：$x\leqslant 0\Rightarrow\neg p$：$x>0$，由$\frac{1}{x}>0\Rightarrow x>0$，所以$\neg p$是$q$充要条件．故选C．

5． B

【解析】从 1，2，3，5 中任意取出两个数的方法有(1，2)，(1，3)，(1，5)，(2，3)，(2，5)，(3，5)，共 6 种，其和为偶数的有(1，3)，(1，5)，(3，5)，共 3 种，则所求的概率为 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$故选 B.

6． C

【解析】⑴正确；⑵由 $x^2-3x+2>0$ 可以得出 $x>2$ 或 $x<1$，由 $x>2$ 一定可以得出 $x^2-3x+2>0$，故“$x>2$”是“$x^2-3x+2>0$”的充分不必要条件，正确；⑶正确；⑷若 $p\wedge q$ 为假命题，则 p，q 中至少有一个假命题，故⑷错误，故选 C.

7．A

【解析】根据题意可知该循环体执行以下计算：

第一次：s＝2，k＝2；第二次：s＝2+4，k＝3；

第三次：s＝2+4+6，k＝4；第四次：s＝2+4+6+8，k＝5；

.....

计算至 k＝50 时 S＝2550，随后 k＝51，则判断框里面应该填写 $k\leqslant 50$？，故选 A.

8．D

【解析】利用抛物线的定义解题．设 $M(x,\ y)$，$F\left(\frac{p}{2},\ 0\right)$，由抛物线上的点到焦点的距离与到准线的距离相等，可知 $x+\frac{p}{2}=2p$，故 $x=\frac{3}{2}p$，由 $y^2=2p\cdot\frac{3}{2}p$，知 $y=\pm\sqrt{3}p$，故 $k_{MF}=\frac{\sqrt{3}p-0}{\frac{3}{2}p-\frac{p}{2}}=\sqrt{3}$，当$M\left(\frac{3}{2}p,\ -\sqrt{3}p\right)$时，

$k_{MF}=\frac{-\sqrt{3}p-0}{\frac{3}{2}p-\frac{p}{2}}=-\sqrt{3}$，故$k_{MF}=\pm\sqrt{3}$．故选 D.

9．D

【解析】∵直线截得圆的弦长为直径，∴直线 $mx+ny+2=0$ 过圆心(－3，－1)，即 $-3m-n+2=0$，∴$3m+n=2$，$\frac{1}{m}+\frac{3}{n}=\left(\frac{1}{m}+\frac{3}{n}\right)\times\frac{3m+n}{2}\geqslant 3+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{\frac{n}{m}\times\frac{9m}{n}}=6$，

当且仅当$\frac{n}{m}=\frac{9m}{n}$即$\begin{cases}m=\frac{1}{3},\\ n=1.\end{cases}$ 时取等号，故选 D.

考点：直线与圆的位置关系及基本不等式的应用.

10．D

【解析】依据双曲线的定义：$|PF_1|-|PF_2|=2a$，又∵$|PF_1|=3|PF_2|$

∴$|PF_1|=3a$，$|PF_2|=a$，∵圆 $x^2+y^2=a^2+b^2$ 的半径$r=\sqrt{a^2+b^2}=c$

∴ F_1F_2是圆的直径，∴ $\angle F_1PF_2=90°$ 在直角三角形 F_1PF_2中，由$(3a)^2+a^2=(2c)^2$，

得$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{10}}{2}$．故选 D.

考点：双曲线的简单性质

11．A

【解析】根据导函数图象可知当 $x\in(-\infty,-3)$时，$f'(x)<0$，在 $x\in(-3,1)$时，$f'(x)\geq 0$．∴

函数 $y=f(x)$ 在(－∞，－3)上单调递减，在(－3，1)上单调递增，故④正确，则－3 是函数 $y=f(x)$ 的极小值点，故①正确，∵在(－3，1)上单调递增∴－1 不是函数 $y=f(x)$ 的极小值点，故②不正确；∵函数 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的导数大于 0，∴切线的斜率大于零，故③不正确．故选 A.

考点：利用导数研究曲线上某点切线方程；利用导数研究函数的单调性；函数在某点取得极值的条件

12．C

【解析】

∵$x\neq 0$ 时，$f'(x)+\frac{f(x)}{x}>0$，$\frac{x\cdot f'(x)+f(x)}{x}>0$，则讨论 $f(x)+\frac{1}{x}=0$ 的根的个数转化为求 $xf(x)+1=0$ 的根的个数．设，则当 $x>0$ 时，$F'(x)=x\cdot f'(x)+f(x)>0$，函数 $F(x)=xf(x)+1$ 在(0，＋∞)上单调递增，故 $F(x)$ 在 R^{+}上至多有一个零点，又 $F(1)=1\cdot f(1)+1=1\times(-1)+1=0$，即 $x=1$ 为函数 $F(x)$ 的零点，这是函数 $F(x)$ 的唯一零点，所以选 C.

考点：函数的零点与方程根的联系，导数的运算．

二、填空题：

13．【答案】$-\frac{1}{2}$.

【解析】设弦的端点 $A(x_1，y_1)$，$B(x_2，y_2)$，则 $x_1+x_2=8$，$y_1+y_2=4$，把两点坐标代入椭圆方程后将两式相减得：$\frac{(x_1+x_2)(x_1-x_2)}{36}+\frac{(y_1+y_2)(y_1-y_2)}{9}=0$

所以$\frac{2(x_1-x_2)}{9}=-\frac{4(y_1-y_2)}{9}$所以$k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{1}{2}$

14．【答案】(－∞，1)．

【解析】依题意得关于 x 的方程 $x^2-a=-1$ 没有实数解，因此 $a-1<0$，即 $a<1$

15．【答案】$\frac{1}{3}$.

【解析】依题意可得$A=\left(-1，\frac{3}{2}\right)$，$B=(-3，1)$，故 $A\cap B=(-1，1)$，又由 $x\in(-3，3)$

则 $p(x\in A\cap B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

16．【答案】$\frac{4}{3}$

【解析】根据题意，$x^2+y^2-8x+15=0$ 化成标准形式为$(x-4)^2+y^2=1$，得到该圆的圆心为(4，0)，半径为 1，若直线 $y=kx-2$ 上至少存在一点，使得以该点为圆心，1 为半径的圆与圆 C 有公共点，只需要圆心(4，0)到直线 $y=kx-2$ 的距离 $d\leqslant 1+1=2$ 即可，所以有$d=\frac{|4k-2|}{\sqrt{k^2+1}}\leqslant 2$，化简得 $k(3k-4)\leqslant 0$，解得$0\leqslant k\leqslant\frac{4}{3}$，所以 k 的最大值为$\frac{4}{3}$.

17．$[1-\sqrt{2}，1+\sqrt{2}]$.

【解析】

∵$p\vee q$为真，$\neg p$为真，∴p假q真．……2分

若p为假：由圆心(1，0)到直线的距离d不大于半径1，即$d=\frac{|1-m|}{\sqrt{2}}\leqslant 1$，

$1-\sqrt{2}\leqslant m\leqslant 1+\sqrt{2}$．……5分

若q为真：由韦达定理知：$x_1x_2=m-4<0$且$\triangle>0$即$m<4$．……8分

所以当p假q真时，可得：$1-\sqrt{2}\leqslant m\leqslant 1+\sqrt{2}$．……9分

故m的取值范围是：$[1-\sqrt{2},\ 1+\sqrt{2}]$．……10分

考点：复合命题的真假．

18．(1)$\frac{1}{3}$　(2)$\frac{13}{16}$

【解析】

(1)从袋中随机抽取两个球，其一切可能的结果组成的基本事件有1和2，1和3，1和4，2和3，2和4，3和4，共6个．

从袋中取出的球的编号之和不大于4的事件共有1和2，1和3两个．

因此所求事件的概率$p=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$　……6分

(2)先从袋中随机取一个球，记下编号为m，放回后，再从袋中随机取一个球，记下编号为n，其一切可能的结果$(m,\ n)$有：

(1，1)，(1，2)，(1，3)，(1，4)，(2，1)，(2，2)，(2，3)，(2，4)，

(3，1)，(3，2)，(3，3)，(3，4)，(4，1)，(4，2)，(4，3)，(4，4)，共16个．

又满足条件$n\geq m+2$的事件为(1，3)，(1，4)，(2，4)，共3个，

所以满足条件$n\geq m+2$的事件的概率为$p_{x001F_1}=\frac{3}{16}$

故满足条件$n<m+2$的事件的概率为$1-p_1=1-\frac{3}{16}=\frac{13}{16}$……12分

19．(1)众数为55．平均数为40．(2)①使用B款订餐软件“平均送达时间”不超过40分钟的商家达到75%．②选B款订餐软件．

【解析】

(1)依题意可得，使用A款订餐软件的50个商家的“平均送达时间”的众数为55(分钟)．

使用A款订餐软件的50个商家的“平均送达时间”的平均数为

$15\times0.06+25\times0.34+35\times0.12+45\times0.04+55\times0.4+65\times0.04=40$(分钟)．……5分

(2)①使用B款订餐软件“平均送达时间”不超过40分钟的商家的比例估计值为

$0.04+0.20+0.56=0.80=80\%>75\%.$

故可认为使用B款订餐软件“平均送达时间”不超过40分钟的商家达到75%．……8分

②使用B款订餐软件的50个商家的“平均送达时间”的平均数为

$15\times0.04+25\times0.2+35\times0.56+45\times0.14+55\times0.04+65\times0.02=35<40$，

所以选 B 款订餐软件．……12 分

（注：本小题答案开放，只要能够按照统计知识合理作答，即给满分，如以下回答也符合要求．根据样本估计总体的思想可知，使用 A 款订餐软件的商家的“平均送达时间”在 30 分钟内的概率为 0．4，使用 B 款订餐软件的商家的“平均送达时间”在 30 分钟内的概率为 0．24，所以可选 A 款订餐软件．）

20．(1) $y^2-x^2=1$．(2) $x^2+\left(y+1\right)^2=3$或$x^2+\left(y\text{-}1\right)^2=3$

【解析】

(1)设 $P\left(x,y\right)$，圆 P 的半径为 r．

由题设 $y^2+2=r^2,x^2+3=r^2$. 从而 $y^2+2=x^2+3$．

故 P 点的轨迹方程为 $y^2-x^2=1$． ……4 分

(2)设 $p(x_0,y_0)$,由已知得 $\frac{|x_0-y_0|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 又 P 点在双曲线 $y^2-x^2=1$ 上，从而得

$$\begin{cases}|x_0-y_0|=1,\\ {y_0}^2-{x_0}^2=1,\end{cases}$$

即①$\begin{cases}x_0-y_0=1,\\ y_0^2-x_0^2=1.\end{cases}$ 得$\begin{cases}x_0=0,\\ y_0=-1.\end{cases}$

此时，圆的半径 $r=\sqrt{3}$ ．

则圆的方程为 $x^2+(y+1)^2=3$ ……7 分

②$\begin{cases}x_0-y_0=-1,\\ y_0^2-x_0^2=1.\end{cases}$ 得$\begin{cases}x_0=0,\\ y_0=1.\end{cases}$

此时，圆的半径 $r=\sqrt{3}$ ．则圆的方程为 $x^2+(y-1)^2=3$……10 分

故圆 P 的方程为 $x^2+(y-1)^2=3$ 或 $x^2+(y+1)^2=3$．……12 分

考点：圆的标准方程、点到直线距离公式．

21．（Ⅰ）$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ ；（Ⅱ）$\frac{2\sqrt{21}}{7}$

【解析】

（Ⅰ）因为椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ （$a>b>0$）的离心率$e=\frac{1}{2}$，可得 $3a^2=4b^2$．由右焦点(c，0)到直线 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 1 的距离 $d=\frac{\sqrt{21}}{7}$，联立解得 $a=2$，$b=\sqrt{3}$．所以椭圆 C 的方程为

$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ ．……5 分

（Ⅱ）设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

当过 A，B 两点斜率存在时，设斜率为 k，则设直线 AB 的方程为 $y=kx+m$

将其与椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 联立消去 y，得：$(3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$

$\therefore\ x_1+x_2=-\frac{8km}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}$

$\because$ OA⊥OB，$\therefore x_1x_2+y_1y_2=0$．$\therefore x_1x_2+(kx_1+m)(kx_2+m)=0$，

$\therefore\ (1+k^2)x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=0$

$\therefore\ (1+k^2)\frac{4m^2-12}{3+4k^2}-\frac{8k^2m^2}{3+4k^2}+m^2=0$

若过 A，B 两点斜率不存在时，检验满足．

整理得 $7m^2=12(k^2+1)$．点 O 到直线 AB 的距离$d=\frac{|m|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}$．……12 分

考点：求椭圆的方程及直线和椭圆的综合问题．

22．（ 1） $3x-y-5=0$；（2）$a\leqslant -1$．

【解析】

(1)当$a=2$时，由已知得 $f(x)=\ln x-\frac{1}{x}$，故 $f'(x)=\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}$，　　……2 分

所以 $f'(1)=1+2=3$，又因为 $f(1)=\ln 1-\frac{2}{1}=-2$，

所以函数 $f(x)$的图象在点(1，$f(1)$)处的切线方程为 $y+2=3(x-1)$，

即$3x-y-5=0$；……4 分

(2)由 $f(x)>-x+2$，得$\ln x-\frac{a}{x}>-x+2$，又$x\in(1,+\infty)$，

故$a<x\ln x+x^2-2x$．……6 分

设函数$g(x)=x\ln x+x^2-2x$，

则$g'(x)=\ln x+x\cdot\frac{1}{x}+2x-2=\ln x+2x-1$．……7 分

因为$x\in(1,+\infty)$，

所以$\ln x>0$，$2x-1>0$，

所以当$x\in(1,+\infty)$时，$g'(x)=\ln x+2x-1>0$，……9 分

故函数$g(x)$在$(1,+\infty)$上单调递增．

所以当$x\in(1,+\infty)$时，$g(x)>g(1)=1\times\ln 1+1-2\times 1=-1$．

因为对于任意 $x \in (1,+\infty)$，都有 $f(x) > -x+2$ 成立，

所以对于任意 $x \in (1,+\infty)$，都有 $a < g(x)$ 成立．

所以 $a \leqslant -1$．……12 分

考点：导数的运算、利用导数求曲线的切线、利用导数判断函数的单调区间、利用导数求函数的最值．