

2017-2018 学年第一学期第一次调研考试（7 月）数学文

考试范围：集合与常用逻辑用语和函数；考试时间：120 分钟；

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

评卷人	得分

一、单项选择（每题 5 分，共 60 分）

1、已知集合 $M = \{x | x^2 - 6x + 5 < 0, x \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则 $M \cap N =$ ()

A. $\{1, 2, 3, 4\}$ B. $\{2, 3, 4, 5\}$ C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{1, 2, 4, 5\}$

2、已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | y = \lg(x-1)\}$, 集合 $B = \{y | y = \sqrt{x^2 + 2x + 5}\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $\emptyset$ B. $(1, 2]$ C. $[2, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

3、若集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | mx = 1\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 m 的值为 ()

A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. 1 或 -1 或 0

4、集合 $A = \{y | y = -x^2 + 4, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$ 的子集的个数为 ()

A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

5、

下列函数中，既是偶函数，又是在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的函数是 ()

A. $y = \ln x$ B. $y = x^2$ C. $y = \cos x$ D. $y = 2^{-|x|}$

6、函数 $y = (a^2 - 4a + 4)a^x$ 是指数函数，则 a 的值是 ()

A. 4 B. 1 或 3 C. 3 D. 1

7、已知 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上是奇函数，且满足 $f(x+4) = f(x)$, 当 $x \in (0, 2)$ 时, $f(x) = 2x^2$, 则

$f(7) = (\quad)$

A. -2

B. 2

C. -98

D. 98

8、已知 $a = 2^{\frac{4}{3}}$, $b = 4^{\frac{2}{5}}$, $c = 25^{\frac{1}{3}}$, 则 $(\quad)$

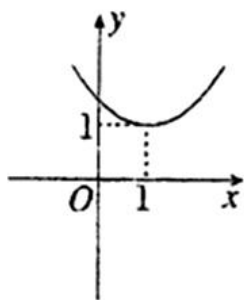
A. $b < a < c$

B. $a < b < c$

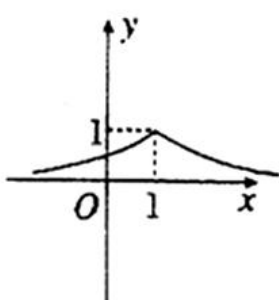
C. $b < c < a$

D. $c < a < b$

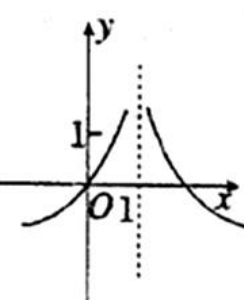
9、函数 $y = e^{-|x-1|}$ 的图象大致形状是 $(\quad)$



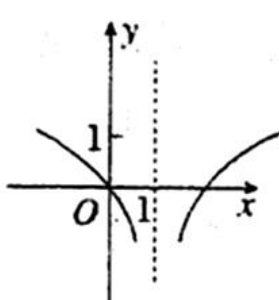
A



B



C



D

10、函数 $f(x) = 2x^2 - mx + 3$, 当 $x \in [-2, +\infty)$ 时是增函数, 则 m 的取值范围是 $(\quad)$

A. $(-\infty, +\infty)$

B. $[8, +\infty)$

C. $(-\infty, -8]$

D. $(-\infty, 8]$

11、已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数, 对任意 $x \in \mathbb{R}$, 都有 $f(x+4) = f(x)$, 若 $f(-1) = 2$, 则 $f(2013)$ 等于 $(\quad)$

A. 2012

B. 2

C. 2013

D. -2

12、

设定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数 $y = f(x)$, 满足对任意 $t \in \mathbb{R}$ 都有 $f(t) = f(1-t)$, 且 $x \in [0, \frac{1}{2}]$ 时, $f(x) = -x^2$, 则 $f(3) + f(-\frac{3}{2})$ 的值等于 $(\quad)$

A. $-\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{3}$

C. $-\frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{5}$

评卷人	得分

二、填空题（每题 5 分，共 20 分）

13、函数 $f(x) = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^x} - 2$ 的定义域是_____.

14、已知函数 $f(x) = a^{x-1} + 2$, $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 则 $f(x)$ 必过定点_____.

15、若函数 $f(x) = (x-a)(x+3)$ 为偶函数, 则 $f(2) =$ _____.

16、已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 且 $f(x+2) = f(x)$ 对 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 2^x$, 则 $f(-\log_2 24) =$ _____.

评卷人	得分

三、解答题（17 题 10 分，其余每题 12 分，共 70 分）

17、(1) 计算: $\left(-\frac{7}{8}\right)^0 + 8^{\frac{1}{3}} + \sqrt[4]{(3-\pi)^4}$.

(2) 化简: $\log_3 \sqrt{27} - \log_3 \sqrt{3} + \lg 25 + \lg 4 + \ln(e^2)$.

18、已知集合 $A=\{x|-2\leq x\leq 5\}$, $B=\{x|m+1\leq x\leq 2m-1\}$, $B\subseteq A$, 求 m 的取值范围.

19、已知函数 $f(x) = \log_2(3+x) - \log_2(3-x)$,

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域, 并判断函数 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 已知 $f(\sin \alpha) = 1$, 求 α 的值.

20、已知奇函数 $y=f(x)$ 定义域是 $\mathbb{R}$, 当 $x\geq 0$ 时, $f(x) = x(1-x)$.

(1) 求出函数 $y=f(x)$ 的解析式;

(2) 写出函数 $y=f(x)$ 的单调递增区间. (不用证明, 只需直接写出递增区间即可)

21、已知函数 $f(x) = \frac{3^x + a}{3^x + 1}$ 为奇函数.

(1) 求 a 的值;

(2) 判断函数 $f(x)$ 的单调性, 并根据函数单调性的定义证明.

22、设函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{10-ax}$, a 为常数, 且 $f(3) = \frac{1}{2}$

(1) 求 a 值;

(2) 求使 $f(x) \geq 4$ 的 x 值的取值范围;

(3) 设 $g(x) = -\frac{1}{2}x+m$, 对于区间 $[3, 4]$ 上每一个 x 值, 不等式 $f(x) > g(x)$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

2017-2018 学年第一学期第一次调研考试（7 月）数学文

参考答案

一、单项选择

1、【答案】C

【解析】

解：∵集合 $M = \{x | x^2 - 6x + 5 < 0, x \in \mathbb{Z}\} = \{2, 3, 4\}$,

$N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,

∴ $M \cap N = \{2, 3, 4\}$.

故选：C.

2、【答案】C

【解析】由 $x - 1 > 0$ 得 $x > 1$ ，所以 $A = \{x | x > 1\} = (1, +\infty)$ ，又因为

$y = \sqrt{x^2 + 2x + 5} = \sqrt{(x+1)^2 + 4} \geq 2$ ，所以 $B = \{y | y \geq 2\} = [2, +\infty)$ ，所以 $A \cap B = [2, +\infty)$ ，故

选 C.

3、【答案】D

【解析】

4、【答案】B

【解析】

5、【答案】D

【解析】

解： $y = \ln x$ 不是偶函数，排除 A；

$y = \cos x$ 是周期函数，在区间 $(0, +\infty)$ 上不单调递减，排除 C；

$y = x^2$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增，排除 B；

故选 D.

6、【答案】C

【解析】

7、【答案】A

【解析】

8、【答案】A

【解析】 $b = 4^{\frac{2}{5}} < 4^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{4}{3}} = a = 16^{\frac{1}{3}} < 25^{\frac{1}{3}} = c \Rightarrow b < a < c$ ，故选 A.

考点：实数的大小比较.

9、【答案】B

【解析】因 $-|x-1| \leq 0$ ，故 $y = e^{-|x-1|} \leq 1$ ，且当 $x=1$ 时取等号. 应选 B.

考点：指数函数的图象和性质及运用.

10、【答案】C

【解析】

11、【答案】D

【解析】

12、【答案】C

【解析】

解： $\because$ 定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数 $y=f(x)$ ，满足对任意 $t \in \mathbb{R}$ 都有 $f(t) = f(1-t)$ ，

$\therefore f(3) = f(1-3) = f(-2) = -f(2) = -f(1-2) = f(1) = f(1-1) = f(0)$ ，

$f(-\frac{3}{2}) = -f(\frac{3}{2}) = -f(1-\frac{3}{2}) = f(\frac{1}{2})$.

$\because x \in [0, \frac{1}{2}]$ 时， $f(x) = -x^2$ ， $\therefore f(0) = 0$ ， $f(\frac{1}{2}) = -(\frac{1}{2})^2 = -\frac{1}{4}$ ，

$\therefore f(3) + f(-\frac{3}{2}) = 0 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$.

故选 C.

二、填空题

13、【答案】 $(-\infty, -1]$

【解析】 $\left(\frac{1}{2}\right)^x - 2 \geq 0, 2^{-x} \geq 2, -x \geq 1, x \leq -1$ ，则函数 $f(x) = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^x - 2}$ 的定义域是 $(-\infty, -1]$

【点睛】函数的定义域是使函数有意义的自变量 x 的取值范围，常用集合或区间表示，求函数的定义域常见的要求有三点：①分式要求分母不为零，②偶次根式被开方式不小于零，③对数真数大于零，④零指数幂的底数不为零等.

14、【答案】 $(1, 3)$ ；

【解析】因为指数函数 $f(x) = a^x$ 经过的定点是 $(0, 1)$ ，所以函数 $f(x) = a^{x-1} + 2$ 结果的定点是 $(1, 3)$ ，

故答案为(1,3).

15、【答案】-5

【解析】

解：因为函数 $f(x) = (x-a)(x+3)$ 是偶函数，

所以 $x \in \mathbb{R}$ ，都有 $f(-x) = f(x)$ ，

所以 $x \in \mathbb{R}$ ，都有 $(-x-a)(-x+3) = (x-a)(x+3)$ ，

即 $x^2 + (a-3)x - 3a = x^2 - (a-3)x - 3a$ ，

所以 $a=3$ ，

所以 $f(2) = (2-3)(2+3) = -5$ 。

故答案为：-5.

16、【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】

解：根据题意，由于 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数，且 $f(x+2) = f(x)$ ，

则 $f(-\log_2 24) = f(\log_2 24) = f(4 + \log_2 \frac{3}{2}) = f(\log_2 \frac{3}{2})$ ，

$0 < \log_2 \frac{3}{2} < 1$ ，

又由当 $x \in [0, 1]$ 时， $f(x) = 2^x$ ，

则 $f(\log_2 \frac{3}{2}) = 2^{\log_2 \frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$ ，

即 $f(-\log_2 24) = \frac{3}{2}$ ；

故答案为： $\frac{3}{2}$ 。

三、解答题

17、【答案】(1) π (2) 5

试题分析：(1) 指数式运算先将底数转化为幂指数，根式转化为分数指数幂形式化简；(2)

对数式运算将真数转化为幂指数形式后可利用对数运算公式化简

试题解析：(1) $\left(-\frac{7}{8}\right)^0 + 8^{\frac{1}{3}} + \sqrt[4]{(3-\pi)^4} = 1 + 2 + |3-\pi| = 1 + 2 + \pi - 3 = \pi$

(2) 原式 $= \log_3(\sqrt{27} + \sqrt{3}) + \lg(25 \times 4) + 2 = \log_3 3 + 2 + 2 = 5$

考点：指数式对数式运算

【解析】

18、【答案】 $m \leq 3$.

试题分析： $B \subseteq A$ ，说明 B 中元素都属于 A 。只是要注意的是这种表示形式的集合 B 可能是空集，因此要分类讨论。

试题解析： $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}, B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$,

若 $B = \emptyset$ ，得 $m+1 > 2m-1, m < 2$ ， $B \subseteq A$ 符合题意。

若 $B \neq \emptyset$ ，要使 $B \subseteq A$ 则
$$\begin{cases} m+1 \leq 2m-1, \\ m+1 \geq -2, \\ 2m-1 \leq 5. \end{cases}$$
，解得 $2 \leq m \leq 3$ 。

综上， m 的取值范围为 $m \leq 3$ 。

【考点】集合的关系。

【解析】

19、【答案】

解：（1）要使函数 $f(x) = \log_2(3+x) - \log_2(3-x)$ 有意义，则 $\begin{cases} 3+x > 0 \\ 3-x > 0 \end{cases}$? $-3 < x < 3$,

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-3, 3)$;

$\because f(-x) = \log_2(3-x) - \log_2(3+x) = -f(x)$, $\therefore$ 函数 $f(x)$ 为奇函数。

（2）令 $f(x) = 1$ ，即 $\frac{3+x}{3-x} = 2$ ，解得 $x = 1$ 。

$\therefore \sin \alpha = 1$,

$\therefore \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, ($k \in \mathbb{Z}$) .

【解析】

20)

【解析】（1）当 $x < 0$ 时， $-x > 0$,

$\therefore f(-x) = -x(1+x)$

又因为 $y = f(x)$ 是奇函数

所以 $f(x) = -f(-x) = x(1+x)$

综上 $f(x) = \begin{cases} x(1-x), & x \geq 0 \\ x(1+x), & x < 0 \end{cases}$...

(2) 函数 $y=f(x)$ 的单调递增区间是 $[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}]$

21、【答案】(1) $a=-1$ (2) 见解析

试题分析：(1) 函数为奇函数根据奇函数定义 $f(x)+f(-x)=0$ 即可求出 a 值 (2) 判断单调性根据单调性的定义：取值，作差，定号，下结论四个步骤进行证明

试题解析：

解 (1) 因为函数 $f(x)$ 是奇函数，所以 $f(x)+f(-x)=\frac{3^x+a}{3^x+1}+\frac{3^{-x}+a}{3^{-x}+1}$

$$=\frac{3^x+a}{3^x+1}+\frac{1+a\cdot 3^x}{1+3^x}=\frac{(a+1)(3^x+1)}{3^x+1}=a+1=0, \text{ 所以 } a=-1.$$

(2) 函数 $f(x)$ 的定义域为 R ，函数 $f(x)$ 在定义域上单调递增，

$$\text{设 } x_1 < x_2, \text{ 则 } f(x_1)-f(x_2)=\frac{3^{x_1}+a}{3^{x_1}+1}-\frac{3^{x_2}+a}{3^{x_2}+1}=\frac{2(3^{x_1}-3^{x_2})}{(3^{x_1}+1)(3^{x_2}+1)} < 0,$$

所以函数 $f(x)$ 在定义域上单调递增.

点睛：考察函数的基本性质，要熟练奇偶函数的定义表达式，同时要熟练用定义取证明函数的单调性：取值，作差，定号，下结论

【解析】

22、【答案】解：(1) 由 $f(3)=\frac{1}{2}$ ，即 $(\frac{1}{2})^{10-3a}=\frac{1}{2}$ ， $\therefore 10-3a=1$ ，解得 $a=3$.

(2) 由已知 $(\frac{1}{2})^{10-3x} \geq 4 = (\frac{1}{2})^{-2}$ ， $\therefore 10-3x \leq -2$ ，解得 $x \geq 4$ 故 $f(x) \geq 4$ 解集为 $\{x|x \geq 4\}$.

(3) 依题意 $f(x) > g(x)$ 化为 $(\frac{1}{2})^{10-3x} > \frac{1}{2}x + \pi$ 恒成立即 $m < (\frac{1}{2})^{10-3x} + (\frac{1}{2})x$ 在 $[3, 4]$ 恒成立设 $h(x) = (\frac{1}{2})^{10-3x} + \frac{1}{2}x$ 则 $m < h(x)_{\min}$ ， $\because$ 函数 $y = (\frac{1}{2})^{10-3x}$ 与 $y = \frac{1}{2}x$ 在 $[3, 4]$ 为增函数，可得 $h(x)$ 在 $[3, 4]$ 为增函数， $\therefore h(x)_{\min} = h(3) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$ ，

$\therefore m < 2$.