

高一 数学 试卷

注意：本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，计 60 分。在每小题所给出的四个选项中，有且只有一个是正确的。

1. 设集合 $M = \{-1, 1\}$ ， $N = \left\{x \mid \frac{1}{2} < 2^{x+1} < 8, x \in \mathbb{Z}\right\}$ ，则 $M \cap N$ 等于 []

- A. $\{-1\}$ B. $\{-1, 1\}$ C. $\{0\}$ D. $\{-1, 0\}$

2. 在给定的映射 $f: (x, y) \rightarrow (x+y, x-y), (x, y \in \mathbb{Q})$ 的条件下， $\left(\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right)$ 的原象是 []

- A. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ C. $\left(0, \frac{1}{6}\right)$ D. $\left(0, -\frac{1}{6}\right)$

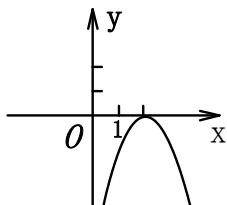
3. 已知 $a^{2x} = \sqrt{2} + 1$ ，则 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x + a^{-x}}$ 的值是 []

- A. $2\sqrt{2} + 1$ B. $2\sqrt{2} - 1$ C. $\sqrt{2} + 2$ D. $2 - \sqrt{2}$

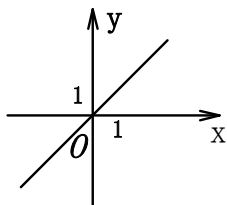
4. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 (x > 0) \\ e (x = 0) \\ 0 (x < 0) \end{cases}$ 则 $f\{f[f(-2)]\}$ 的值是 []

- A. 0 B. e C. 4 D. e^2

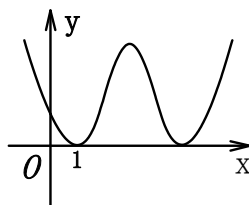
5. 如图所示的函数图象与 x 轴均有交点，其中不能用二分法求图中交点的横坐标的是 []



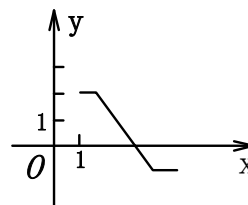
①



②



③



④

A. ① ②

B. ① ③

C. ① ④

D. ③ ④

6.若函数 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的单调递减函数, 则 $y = f(-x^2 + 2x)$ 的单调增区间是

- A. $(-\infty, 1]$ B. $[1, +\infty)$ C. $(0, 1)$ D. $[1, 2)$ []

7.设 $f(\log_2 x) = 2^x (x > 0)$, 则 $f(3)$ 的值为 []

- A. 128 B. 256 C. 512 D. 8

8.根据下列表格的对应值:

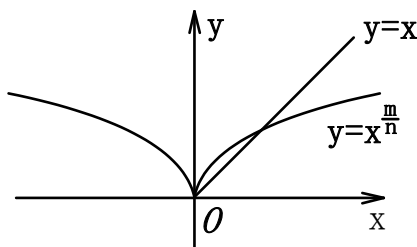
x	3.23	3.24	3.25	3.26
$ax^2 + bx + c$	-0.06	-0.02	0.03	0.09

判断方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, a, b, c 为常数) 一个解 x 的范围是 []

- A. $3 < x < 3.23$ B. $3.23 < x < 3.24$
C. $3.24 < x < 3.25$ D. $3.25 < x < 3.26$

9.如下图所示是函数 $y = x^{\frac{m}{n}}$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$) 的图象, 则 []

- A. m, n 是奇数且 $\frac{m}{n} < 1$
B. m 是偶数, n 是奇数, 且 $\frac{m}{n} > 1$
C. m 是偶数, n 是奇数, 且 $\frac{m}{n} < 1$
D. m 是奇数, n 是偶数, 且 $\frac{m}{n} > 1$



10.已知二次函数 $f(x) = x^2 + 2(m-2)x + m$, 若在区间 $[0, 1]$ 内至少存在一个实数 k , 使 $f(k) > 0$, 则实数 m 的取值范围是 []

- A. $(1, 4)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(0, 1)$

11.设函数 $y = f(x)$ 满足 $f(2+x) = f(2-x)$, 且当 $x > 2$ 时, $f(x)$ 是增函数, $a = f(1.1^{0.9})$, $b = f(0.9^{1.1})$, $c = f(-2)$, 则 a, b, c 的大小关系是 []

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $a > c > b$ D. $c > b > a$

12. 在 $y = 2^x, y = \log_2 x, y = x^2$, 这三个函数中, 当 $0 < x_1 < x_2 < 1$ 时, 使

$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) > \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$ 恒成立的函数的个数是 []

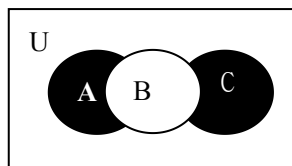
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

二. 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分, 把答案填在答题纸中横线上。

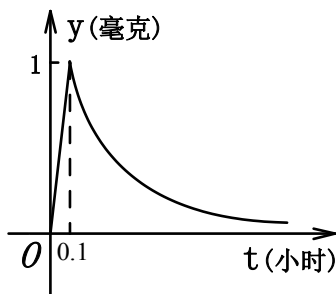
13. 有 100 名学生, 其中会打篮球的有 67 人, 会打排球的有 45 人, 即会打篮球又会打排球的 33 人, 求不会打篮球又不会打排球的学生共有_____人。

14. 当 $x \in (1, 2)$ 时, 不等式 $x^2 + mx + 4 < 0$ 恒成立, 则 m 的取值范围_____。

15. 如右图, 那么阴影部分所表示的集合是_____



16. 为了预防流感, 某学校对教室用药熏消毒法进行消毒。已知药物释放过程中, 室内每立方米空气中的含药量 y (毫克) 与时间 t 小时成正比; 药物释放完毕后, y 与 t 的函数关系式为 $y = \left(\frac{1}{16}\right)^{t-a}$ (a 为常数), 如右图所示。根据图中提供的信息, 回答下列问题:



图中提供的信息, 回答下列问题:

(1) 从药物释放开始, 每立方米空气中的含药量 y (毫克) 与时间 t (小时) 之间的函数关系式为_____。

(2) 据测定, 当空气中每立方米的含药量降低到 0.25 毫克以下时, 学生方可回教室, 那么从药物释放开始, 至少需要经过_____小时后, 学生才能回到教室。

第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 若 $A = \{x \mid x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$,

$$C = \{x \mid x^2 + 2x - 8 = 0\}.$$

(1) $A \cap B = A \cup B$, 求 a 值。

(2) 若 $\Phi \subsetneq A \cap B, A \cap C = \Phi$, 求 a 值。

18. (12 分) 设 m 是实数, $f(x) = -\frac{2}{e^x + 1} + m (x \in \mathbb{R})$.

(1) 求证: 对任意的实数 m , $f(x)$ 均为增函数;

(2) 试确定 m 的值, 使 $f(-x) + f(x) = 0$ 。

19. (12 分) 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 满足如下条件：①图象过原点；

② $f(2008) = f(-2006)$ ；③方程 $f(x) = x$ 有重根；

(1) 求 $f(x)$ 的解析式；

(2) 是否存在实数 m, n , ($m < n$), 使 $f(x)$ 的定义域和值域都是 $[m, n]$ 。如果存在, 求出 m, n 的值; 如果不存在, 请说明理由。

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \log_a(1+x) - \log_a(1-x)$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$)。

(1) 讨论 $f(x)$ 奇偶性;

(2) 若不等式 $|f(x)| < 2$ 的解集为 $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right\}$, 求 a 值。

(3) 若 $x \in (0, 1)$ 求函数 $f(x)$ 的值域。

21. (12 分) 20 世纪 90 年代, 气候变化委员会向政府提供的一项报告指出: 使全球气候逐年变暖的一个重要因素是人类在能源利用与森林砍伐中使 CO_2 体积分数增加。据测, 1990 年、1991 年、1992 年大气中的 CO_2 体积分数比 1989 年增加了 1 个可比单位、3 个可比单位、6 个可比单位。若用一个函数模拟 20 世纪 90 年代每年 CO_2 体积分数增加的可比单位数 y 与年份增加数 x 的关系, 模拟函数可选用二次函数或 $y = a \cdot b^x + c$ (其中 a, b, c 为常数, $b > 0$, 且 $b \neq 1$), 且又知 1994 年大气中的 CO_2 体积分数比 1989 年增加了 17 个可比单位, 请问: 用以上哪个函数作为模拟函数较好?

22. (本题 14 分) 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$

(1) 对于 $x_1, x_2 \in R$, 且 $x_1 < x_2$, $f(x_1) \neq f(x_2)$, 求证: 方程 $f(x) = \frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)]$

有不相等的两个实数根, 且必有一个实数根属于 (x_1, x_2) ;

(2) 若方程 $f(x) = \frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)]$ 在 (x_1, x_2) 内的根为 m , 并且 $x_1 + x_2 = 2m - 1$,

设 x_0 是 $f(x)$ 的对称轴, 试比较 x_0 与 m^2 的大小。