2017-2018学年上学期第三次月考 高一数学

第Ⅰ卷（共60分）

一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 设集合 $A=\{0,1,2,3\}$，$B=\{x|x=2a-1,a\in A\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $\{1,2\}$　　B. $\{1,3\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{-1,3\}$

2. 设集合 $A=\{1,9,m\}$，$B=\{m^2,1\}$，若 $A\cap B=B$，则满足条件的实数 m 的值是（　　）

A. 1或0　　B. 1，0或3　　C. 0，3或−3　　D. 0，1或−3

3. 函数 $f(x)=\log_a(3x-2)$ $(a>0,a\neq 1)$ 的图像过定点（　　）

A. $\left(0,\frac{2}{3}\right)$　　B. $\left(\frac{2}{3},0\right)$　　C. $(0,1)$　　D. $(1,0)$

4. 设 $f(x)=\begin{cases}x+2,x\le -1\\ x^2,-1<x<2\\ 2x,x\ge 2\end{cases}$，若 $f(x)=3$，则 x 的值为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. 5　　C. 6　　D. $-\sqrt{3}$

5. 已知幂函数 $f(x)=(m^2-m-5)x^{2m+3}$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数，则 m 等于（　　）

A. 3　　B. 4　　C. −2　　D. −2或3

6. 下列四种说法

（1）若函数 $f(x)$ 在 $(5,+\infty)$ 上是增函数，在 $(-\infty,5)$ 上也是增函数，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,5)\cup(5,+\infty)$ 上是增函数；

（2）若函数 $f(x)=ax^2+bx+2$ 与 x 轴没有交点，则 $b^2-8a<0$ 且 $a>0$；

（3）函数 $y=x^2-2|x|-3$ 的单调递增区间为 $[1,+\infty)$；

（4）$y=1+x$ 和 $y=\sqrt{(1+x)^2}$ 是相同的函数.

其中正确的个数为（　　）

A. 0　　B1.　　C. 2　　D. 3

7. 若函数 $f(x)$ 是偶函数，其定义域为 $(-\infty,+\infty)$. 且在 $(-\infty,0]$ 上是增函数，则 $f\left(\frac{1}{4}\right)$ 与 $f\left(a^2-a+\frac{1}{2}\right)$ 的大小关系是（　　）

A. $f\left(\frac{1}{4}\right)>f\left(a^2-a+\frac{1}{2}\right)$　　B. $f\left(\frac{1}{4}\right)<f\left(a^2-a+\frac{1}{2}\right)$

C. $f\left(\frac{1}{4}\right)\geq f\left(a^2-a+\frac{1}{2}\right)$　　D. $f\left(\frac{1}{4}\right)\leq f\left(a^2-a+\frac{1}{2}\right)$

8. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{\lg\left[(25)^x-4\cdot 5^x+m\right]}$ 的定义域为 R，则实数 m 的取值范围是（　　）

A. $(5,+\infty)$　　B. $(-\infty,5)$　　C. $(4,+\infty)$　　D. $(-\infty,4)$

9 如图，一个空间几何体的主视图（正视图）、侧视图是周长为 16 的一个内角为 60° 的菱形，俯视图是圆及其圆心，那么这个几何体的表面积为（　　）

A. 8π　　B. 12π　　C. 16π　　D. 20π

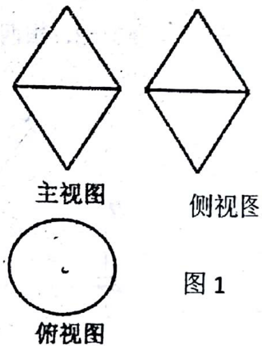


图 1

10. 设 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且 $f(x+2)=f(x)$，当 $0\leq x\leq 1$ 时，$f(x)=2x(1-x)$，则 $f(\frac{19}{2})=$（　　）

A. $-\frac{3}{2}$　　B. $-\frac{15}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

11. 函数四棱锥的四个侧面中，直角三角形最多可能有（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

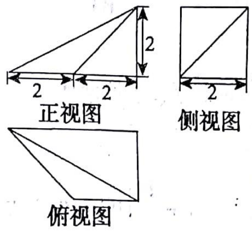
12. 若在函数定义域的某个区间上定义运算 $a\otimes b=\begin{cases}b,a<b,\\a,a\geq b,\end{cases}$ 则函数 $f(x)=(-2x-1)\otimes(x^2-3x-1)$，$x\in[0,2]$ 的值域是（　　）

A. $[-7,-1]$　　B. $\left[-\frac{13}{4},-1\right]$　　C. $\left[-\frac{13}{4},0\right]$　　D. $[-3,-1]$

第Ⅱ卷（共90分）

二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）

13. 某几何体的三视图如图所示，则这个几何体的体积为________.



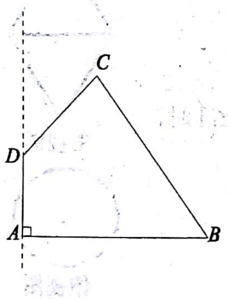
14. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-2}}{x-3}\lg\sqrt{4-x}$ 的定义域是__________.

15. 定义在 $(-8,a)$ 上的奇函数 $f(x)$ 在区间 $[2,7]$ 上是增函数，在区间 $[3,6]$ 上的最大值为 a，最小值为 -1，则 $2f(-6)+f(-3)=$ ____________.

16. 若函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{3}}(\dfrac{13}{2}-mx-x^2)$ 在 $(-1,2)$ 上单调递减，则实数 m 的取值范围是__________.

三、解答题 （本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17.（本小题10分）如图，在四边形ABCD中，∠DAB＝90°，∠ADC＝135°，AB＝5，CD＝$2\sqrt{2}$，AD＝2，求四边形ABCD绕直线AD旋转一周所形成的几何体的表面积及体积.



18.（本小题12分）若集合 $A=\left\{x\middle|x^2-2x-3<0\right\}$，$B=\left\{x\middle|(\frac{1}{2})^{x-a}\le 1\right\}$.

（1）当 $A\cap B=\varnothing$ 时，求实数 a 的取值范围；

（2）当 $A\subseteq B$ 时，求实数 a 的取值范围.

19.（本小题12分）设 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)=2x+1$.

（1）求 $f(x)$ 的解析式；

（2）若 $x<0$ 时，方程 $f(x)=x^2+tx+2t$ 仅有一实根（若有重根按一个计算），求实数 t 的取值范围.

20.（本小题 12 分） 已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}-\log_2\frac{2+x}{2-x}$.

（1）判断并证明 $f(x)$ 的奇偶性；

（2）在 $(0,2)$ 内，求使关系式 $f(x)>f(\frac{4}{3})$ 成立的实数 x 的取值范围.

21. （本小题 12 分）已知集合 M 是满足下列性质的函数 $f(x)$ 的全体：在定义域 D 内存在 m，使得 $f(m+1)=f(m)+f(1)$ 成立.

（1）函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 是否属于集合 M？说明理由；

（2）设函数 $f(x)=\lg\frac{a}{x^2+1}$ 属于集合 M，求实数 a 的取值范围.

22.（本小题 12 分）设函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=\frac{x^2+2x+a+1}{x+1}(a>0)$.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）当 $a=1$ 时，记函数 $g(x)=\begin{cases}f(x),x>0\\f(-x),x<0\end{cases}$，求函数 $g(x)$ 在区间 $\left[-2,-\frac{1}{3}\right]$ 上的值域.

2017-2018 学年上学期第三次月考

高一数学试卷参考答案

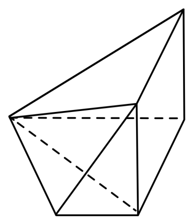
一、选择题

1-5:BCDAC　　　6-10:ACACD　　　11-12：DB

二、填空题

13. $\frac{20}{3}$ 点拨：由三视图可知，该几何体可分为一个三棱锥和一个四棱锥，如答图所示，

则 $V=V_1+V_2=\frac{1}{3}\times 2\times 2\times 4+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times 2\times 2=\frac{20}{3}$.



14. $[2,3)\cup(3,4)$　　　15. -15　　　16. $\left[-\frac{11}{2},-4\right]$

三、解答题

17.解：过点 C 作 $CE\perp AD$ 于点 E，易知 $CE=DE=2$，过点 C 作 $CM\perp AB$ 于点 M，则易知 $CM=AE=2+2=4$，$BM=AB-AM=AB-CE=5-2=3$，$\therefore CB=5$. 形成的几何体是一个圆台挖去一个圆锥，其中圆锥的底面是圆台的上底面. $\therefore S_{表}=S_{圆台侧}+S_{圆台下底}+S_{圆锥侧}=\pi(2+5)5+\pi 5^2+\pi 2\,2\sqrt{2}=(60+4\sqrt{2})\pi$，$V=V_{圆台}-V_{圆锥}=\frac{1}{3}\pi(2^2+5^2+25)4-\frac{1}{3}\pi 2^2 2=\frac{148}{3}\pi$.

18.解：（1）$A=(-1,3)$，$B=[a,+\infty)$

$\because A\cap B=\varnothing$，$\therefore a\geq 3$；

（2）$\because A\subseteq B$，$\therefore a\leq -1$.

19.（1）当 $x=0$ 时，$f(x)=0$

当 $x<0$ 时，$-x>0$，那么 $f(-x)=2(-x)+1$，即 $f(x)=2x-1$

综上 $f(x)=\begin{cases}2x+1(x>0)\\0(x=0)\\2x-1(x<0)\end{cases}$

（2）记 $g(x)=x^2+(t-2)x+2t+1$，设 $g(x)=0$ 的两实根分别为 x_1，x_2，；

当 $x_1<0<x_2$ 时，有 $g(0)<0$，即 $2t+1<0\ \therefore t<-\frac{1}{2}$；

当 $x_1<0=x_2$ 时，有 $g(0)=0$，即 $t=-\frac{1}{2}$，此时 $x^2-\frac{5}{2}x=0$，

$\therefore x=0$ 或 $x=\frac{5}{2}$ 不符合（舍去）

当 $x_1=x_2<0$ 时，有 $\begin{cases}\Delta=(t-2)^2-4(2t+1)=0\\ x=-\frac{t-2}{2}<0\end{cases}$ 可得 $t=12$

综上，t 的取值范围是 $t=12$ 或 $t<-\frac{1}{2}$.

20. 解：（1）函数 $f(x)$ 有意义，需 $\begin{cases}x\neq 0,\\ \frac{2+x}{2-x}>0,\end{cases}$

解得 $-2<x<2$ 且 $x\neq 0$，

$\therefore$ 函数定义域为 $\{x|-2<x<0$ 或 $0<x<2\}$；（1）

$\because\ f(-x)=-\frac{1}{x}-\log_2\frac{2-x}{2+x}=-\frac{1}{x}+\log_2\frac{2+x}{2-x}=-f(x)$，

又由（1）已知 $f(x)$ 的定义域关于原点对称，

$\therefore\ f(x)$ 为奇函数.

（2）设 $0<x_1<x_2<2$，$\because\ \frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}=\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}$，

又 $x_1x_2>0$，$x_2-x_1>0$，$\therefore\ \frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}>0$

又 $\frac{2+x_1}{2-x_1}-\frac{2+x_2}{2-x_2}=\frac{4(x_1-x_2)}{(2-x_1)(2-x_2)}$，$\because\ 2-x_1>0$，$2-x_2>0$，$x_1-x_2<0$.

$\therefore\ 0<\frac{2+x_1}{2-x_1}<\frac{2+x_2}{2-x_2}$；

$\therefore\ \log_2\frac{2+x_1}{2-x_1}<\log_2\frac{2+x_2}{2-x_2}$.

作差得 $f(x_1)-f(x_2)=(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2})+(\log_2\frac{2+x_2}{2-x_2}-\log_2\frac{2+x_1}{2-x_1})>0$

$\therefore f(x)$ 在 $(0,2)$ 内为减函数；

又 $f(x)>f(\frac{4}{3})$，$\therefore$ 使 $f(x)>f(\frac{4}{3})$ 成立 x 的范围是 $0<x<\frac{4}{3}$.

21．解：（1）$D=(-\infty,0)\bigcup(0,+\infty)$，若 $f(x)=\frac{1}{x}\in M$，则存在非零实数 m，使得

$\frac{1}{m+1}=\frac{1}{m}+1$，即 $m^2+m+1=0$

此方程无实数解，所以函数 $f(x)=\frac{1}{x}\notin M$

（2）依题意 $a>0$，$D=R$.

由 $f(x)=\lg\frac{a}{x^2+1}\in M$ 得，存在实数 m，$\lg\frac{a}{(m+1)^2+1}=\lg\frac{a}{m^2+1}+\lg\frac{a}{2}$，

即 $\frac{a}{(m+1)^2+1}=\frac{a^2}{2(m^2+1)}$

又 $a>0$，化简得 $(a-2)m^2+2am+2a-2=0$

当 $a=2$ 时，$m=-\frac{1}{2}$，符合题意.

当 $a>0$ 且 $a\neq2$ 时，由 $\Delta\geq0$ 得 $4a^2-8(a-2)(a-1)\geq0$，化简得

$a^2-6a+4\leq0$，解得 $a\in\left[3-\sqrt{5},2\right)\bigcup\left(2,3+\sqrt{5}\right]$.

综上，实数 a 的取值范围是 $\left[3-\sqrt{5},3+\sqrt{5}\right]$.

22．解：（1）（法一）设 $x+1=t(t\neq0)$，则 $x=t-1$，

$$\therefore f(t)=\frac{(t-1)^2+2(t-1)+2a+1}{t}=\frac{t^2+a}{t}$$

$$\therefore f(x)=\frac{x^2+a}{x}$$

（法二）$\because f(x+1)=\frac{(x+1)^2+a}{x+1}$

$$\therefore f(x)=\frac{x^2+a}{x}$$

（2）$\because g(-x)=\begin{cases}f(-x),-x>0\\f(x),-x<0\end{cases}=\begin{cases}f(-x),x<0\\f(x),x>0\end{cases}$，$\therefore g(x)$ 为偶函数，

$\therefore y=g(x)$ 的图像关于 y 轴对称.

又当 $a=1$，时，$x\in\left[\dfrac{1}{3},2\right]$ 由 $g(x)=x+\dfrac{1}{x}$ 在 $\left[\dfrac{1}{3},1\right]$ 单调减，$[1,2]$ 单调增，（需证明）

$\therefore g(x)_{\min}=g(1)=2$，$g(x)_{\min}=g(\dfrac{1}{3})=\dfrac{10}{3}$

$\therefore$ 当 $a=1$ 时，函数 $g(x)$ 在区间 $\left[-2,-\dfrac{1}{3}\right]$ 上的值域为 $\left[2,\dfrac{10}{3}\right]$