

2013—2014 学年度上学期期末考试

高二年级 文科数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的）

1. 条件 $p: x^2 + x > 0$ 是条件 $q: \frac{1}{2^x} < 1$ 成立的 () 条件
A. 充分不必要 B. 必要不充分 C. 充要 D. 既不充分也不必要
2. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 1$, 则 $a_5 =$ ()
A. 24 B. 15 C. 9 D. 7
3. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率是 $\sqrt{10}$, 则它的渐近线方程是 ()
A. $y = \pm 3x$ B. $y = \pm \frac{1}{3}x$ C. $y = \pm \sqrt{10}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{10}}{10}x$
4. 对于正实数 a, b , 下列结论正确的是 ()
A. $a^2 + b^2 > 2ab$ B. $\frac{2ab}{a+b} \geq \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$
C. $a^3 + b^3 > ab^2 + ba^2$ D. $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} > \frac{2}{a+b+1}$
5. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 7, a_5 = 16$, 则 a_{33} 等于 ()
A. 97 B. 100 C. 104 D. 107
6. 椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$ 上一动点 M 与椭圆两焦点能构成的直角三角形的个数是 ()
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
7. 函数 $y = x + \frac{5}{x+1} (x \geq 2)$ 取得最小值时的 x 的值为 ()
A. $\sqrt{5} - 1$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{5} + 1$
8. 曲线 $y = x^3 + 3$ 在点 $(1, 4)$ 处的切线在 y 轴上的截距是 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 若 $a \geq 0$, $b \geq 0$, 且当 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 2 \end{cases}$ 时恒有 $ax + by \leq 2$, 则以 a, b 为坐标的点 $P(a, b)$

所形成的平面区域的面积是 ()

- A. π B. 4 C. $\frac{\pi}{2}$ D. 2

10. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{n+1} = ma_n$, $a_1 = 1$, 则 ()

- A. $\{a_n\}$ 是等比数列 B. $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{1-m^n}{1-m}$

- C. $a_{n+1}^2 = a_n \cdot a_{n+2}$ D. $S_n \neq 0$ 恒成立

11. 若正数 x, y 满足: $2x + 3y = 3xy$, 则 $x + 6y$ 的最小值是 ()

- A. 9 B. 10 C. $5\sqrt{5}$ D. $6\sqrt{6}$

12. 设函数 $f(x)$ 在 R 上的导函数为 $f'(x)$, 且 $2f(x) + xf'(x) < -x^2$, 下列不等式在 R 上恒成立的是 ()

- A. $f(x) > x$ B. $f(x) < x$ C. $f(x) > 0$ D. $f(x) < 0$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 不等式 $\frac{x^2 - x}{x + 2} < 0$ 的解集为_____.

14. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2a_n + 1$, 则 $a_n =$ _____.

15. 函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ 在 $x =$ _____处取得极大值.

16. 已知抛物线 $y^2 = 5x$, 倾斜角为 60° 的直线经过抛物线的焦点 F 交抛物线于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____

三、解答题（本大题共 6 小题，满分 70 分.解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤）

17.（本小题满分 10 分）

设 $x = 1$ 和 $x = 2$ 是函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + 6x + 1$ 的两个极值点.

- （1）求 a 、 b 的值；
- （2）求 $f(x)$ 的单调区间.

18.（本小题满分 12 分）

在等比数列 $\{a_n\}$ 中，设其前 n 项和、前 $2n$ 项和、前 $3n$ 项和分别是 A 、 B 、 C ，试比较 $A^2 + B^2$ 与 $A(B + C)$ 的大小，并证明之.

19.（本小题满分 12 分）

抛物线 $C: x^2 = 2py$ ，在 $x = 2$ 处的切线与直线 $l: 2x - y + 2 = 0$ 平行.

- （1）求抛物线的方程；
- （2）直线 l 与抛物线交于 A 、 B 两点， O 为坐标原点，求 $\angle AOB$ 的大小.

20.（本小题满分 12 分）

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n ，已知 $a_1 = 3$ ， $a_{n+1} = \frac{2n+3}{n} S_n$ ， $n \in N^+$.

- （1）求 a_2 、 a_3 ；
- （2）求证： $\{\frac{S_n}{n}\}$ 是等比数列，并求出 S_n .

21. (本小题满分 12 分)

对定义域分别是 F 、 G 的函数 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$,

$$\text{规定: 函数 } h(x) = \begin{cases} f(x) + g(x), & \text{当 } x \in F \text{ 且 } x \in G, \\ f(x), & \text{当 } x \in F \text{ 且 } x \notin G, \\ g(x), & \text{当 } x \notin F \text{ 且 } x \in G. \end{cases}$$

已知函数 $f(x) = x^2$, $g(x) = a \ln x$ ($a \in \mathbf{R}$).

(1) 求函数 $h(x)$ 的解析式;

(2) 对于实数 a , 函数 $h(x)$ 是否存在最小值, 如果存在, 求出其最小值; 如果不存在, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知椭圆与双曲线 $\frac{4y^2}{3} - 4x^2 = 1$ 有公共的焦点, 且椭圆过点 $P(\frac{3}{2}, 1)$.

(1) 求椭圆方程;

(2) 直线 l 过点 $M(0, 1)$ 交椭圆于 A 、 B 两点, A 在 y 轴左侧, 且 $3\overrightarrow{AM} = 7\overrightarrow{MB}$, 求直线 l 的斜率.