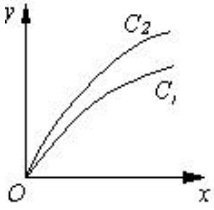


# 2009-2010 学年度上学期期末考试

## 高三年级文科数学试卷

一. 选择题：本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 在复平面内, 复数  $z = \frac{5i}{2+i}$  对应的点位于( )  
(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
2. 如果命题 “ $\neg(p \wedge q)$ ” 是真命题, 则正确的是( )  
(A)  $p, q$  均为真命题 (B)  $p, q$  中至少有一个为假命题  
(C)  $p, q$  均为假命题 (D)  $p, q$  中至多有一个为假命题
3. 已知  $\mathbf{R}$  为实数集, 集合  $M = \{x | x^2 - 2x < 0\}$ ,  $N = \{x | x \geq 1\}$ , 则  $M \cap \partial_{\mathbf{R}} N =$  ( )  
(A)  $\{x | 0 < x < 2\}$  (B)  $\{x | 1 \leq x < 2\}$  (C)  $\{x | 0 < x < 1\}$  (D)  $\phi$
4. 如图: 函数  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+ax}}$  ( $x \geq 0$ ),  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{1+bx}}$  ( $x \geq 0$ ) 的图象分别对应曲线  $C_1$  和  $C_2$ , 则( )  
(A)  $0 < a < b$  (B)  $0 < b < a$   
(C)  $a < b < 0$  (D)  $b < a < 0$   

5. 双曲线  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$  离心率为( )  
(A) 2 (B)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (C)  $\sqrt{5}$  (D)  $\sqrt{2}$
6. 在等腰直角三角形  $ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 在  $\angle CAB$  内作射线  $AM$ , 则使  $\angle CAM < 30^\circ$  的概率为( )

- (A)  $\frac{2}{3}$       (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (D)  $\frac{1}{2}$

7. 函数  $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6}) - \cos 2x$  ( $x \in R$ ) 的一个对称轴是 ( )

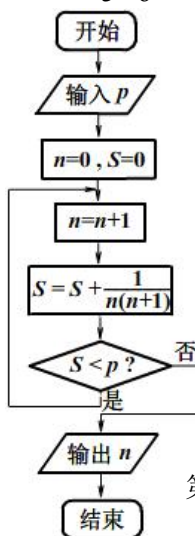
- (A)  $x = \frac{\pi}{6}$       (B)  $x = \frac{\pi}{12}$       (C)  $x = \frac{2\pi}{3}$       (D)  $x = \frac{\pi}{3}$

8. 已知变量  $x, y$  满足  $\begin{cases} 2x - y \leq 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = \log_2(x + y + 1)$  的最大值为 ( )

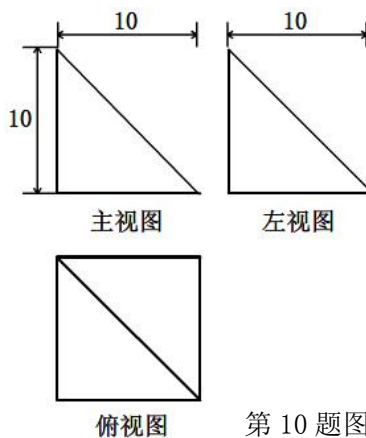
- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4

9. 执行下面的程序框图. 若要求输出的  $n$  值为 5, 则输入的  $p$  值满足 ( )

- (A)  $p \in (\frac{4}{5}, \frac{5}{6})$       (B)  $p \in (\frac{4}{5}, \frac{5}{6}]$       (C)  $p \in [\frac{4}{5}, \frac{5}{6})$       (D)  $p \in [\frac{4}{5}, \frac{5}{6}]$



第 9 题图



第 10 题图

10. 上图, 是某四棱锥的三视图, 则其体积为 ( )

- (A) 1000      (B) 500      (C)  $\frac{1000}{3}$       (D) 300

11. 已知  $A, B, C$  是平面上不共线的三点,  $O$  为  $\triangle ABC$  的外心, 动点  $P$  满足

$$\overrightarrow{OP} = \frac{[(1-\lambda)\overrightarrow{OA} + (1-\lambda)\overrightarrow{OB} + (1+2\lambda)\overrightarrow{OC}]}{3} \quad (\lambda \in R, \lambda \neq 0),$$

则动点  $P$  一定经过  $\triangle ABC$  的( )

- (A) 内心                      (B) 垂心                      (C) 重心                      (D)  $AB$  边的中点

12. 若函数  $f(x) = |x+3| + 2a|x-1|$  ( $x \in R$ ) 恒有最小值, 则实数  $a$  的取值范围是( )

- (A)  $[-\frac{1}{2}, +\infty)$               (B)  $[0, +\infty)$               (C)  $(-\infty, 0]$               (D)  $(-\infty, 1]$

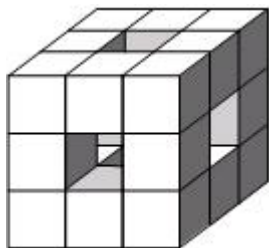
**二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在题中横线上.**

13. 某班共有 52 名同学, 学号依次为 1, 2, 3, …, 52. 现用系统抽样的办法抽取一个容量为 4 的样本, 已知学号为 42 的同学在样本中, 那么样本中的另三名同学的学号分别为\_\_\_\_\_.

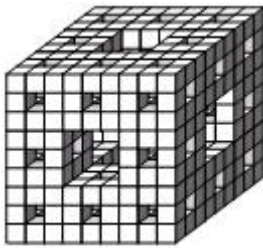
14. 已知函数  $f(x) = \log_{27} x$ , 它的反函数为  $f^{-1}(x)$ , 则  $f^{-1}(\frac{2}{3}) =$ \_\_\_\_\_.

15. 若函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 - x$  在点  $A(1, f(1))$  处的切线为  $l$ , 若  $l$  在点  $A$  处穿过函数  $f(x)$  的图象 (即动点在点  $A$  附近沿曲线  $y = f(x)$  运动, 经过点  $A$  时, 从  $l$  的一侧进入另一侧), 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.

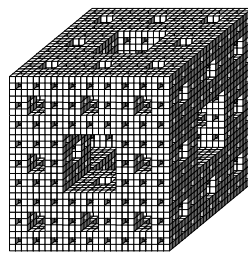
16. 将边长为 27 的正方体分成 27 个小正方体作如下变化: 挖去每一个面上中间的那一个小正方体, 及正方体中心的那一个小正方体. 所得如图甲所示几何体. 若对该几何体继续施以相同的变换, 依次得到如图乙、丙所示新几何体, 则图丙几何体的体积为\_\_\_\_\_.



甲



乙



丙

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

在  $\triangle ABC$  中， $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别为三个内角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的对边， $\frac{\pi}{3} < C < \frac{\pi}{2}$ ，且

$$\frac{b}{a-b} = \frac{\sin 2C}{\sin A - \sin 2C}.$$

(I) 判断  $\triangle ABC$  的形状；

(II) 若  $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = 2$ ，求  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$  的取值范围。

18. (本小题满分 12 分)

甲乙丙三人进行“石头、剪子、布”游戏。三人等可能的选择“石头”、“剪子”、“布”中的一种，三人同时进行游戏。若三人分别选择了“石头”、“剪子”、“布”，则无人被淘汰，该局称为无效局；若三人同时选择“石头”（“剪子”，或“布”），则无人被淘汰，该局称为无效局；若三人只选择“石头”、“剪子”、“布”中的两种，则有人被淘汰，该局称为有效局。

(I) 求：三人进行一局游戏，该局为有效局的概率；

(II) 求：三人进行一局游戏，就产生最终获胜者（淘汰两人，一人获胜）的概率。

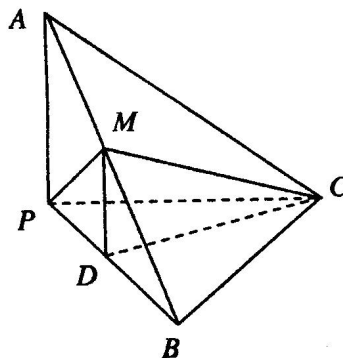
19. (本小题满分 12 分)

如图，已知三棱锥  $A-BPC$  中， $AP \perp PC$ ， $AC \perp BC$ ， $M$  为  $AB$  中点， $D$  为  $PB$  中点，且  $\triangle PMB$  为正三角形。

(I) 求证： $DM \parallel$  平面  $APC$ ；

(II) 求证：平面  $ABC \perp$  平面  $APC$ ；

(III) 若  $BC=4$ ， $AB=20$ ，求三棱锥  $D-BCM$  的体积。



20. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = x \ln x$ .

(I) 求  $f(x)$  的最小值;

(II) 若对所有  $x \geq 1$  都有  $f(x) \geq ax - 1$ , 求实数  $a$  的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

设  $F(c, 0)$  是椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点. 经过  $F$  的直线  $l$  与椭圆相交于  $A$ 、 $B$  两点, 若直线  $l$  绕点  $F$  任意转动.

证明: 当且仅当离心率  $e$  满足  $0 < e < \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  时, 点  $O$  在以  $AB$  为直径的圆内.

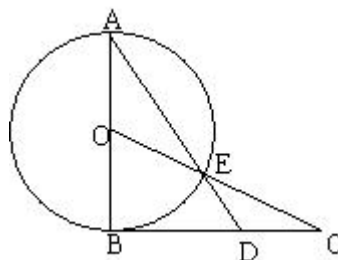
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 过点  $B$  作  $\odot O$  的切线  $BC$ ,  $OC$  交  $\odot O$  于点  $E$ ,  $AE$  的延长线交  $BC$  于点  $D$ .

(I) 求证:  $CE^2 = CD \cdot CB$ ;

(II) 若  $AB = BC = 2cm$ , 求  $CE$  和  $CD$  的长.



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

已知曲线  $C_1$  的极坐标方程为:  $\rho = 4\sin\theta$ . 直线  $C_2$ :  $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 1+2t \end{cases}$  ( $t$  为参数) 与曲线  $C_1$  相交于  $A$ 、 $B$  两点, 试将曲线  $C_1$  的极坐标方程化为直角坐标方程 (极点  $O$  作为直角坐标原点, 极轴作为  $ox$  轴) 并求  $|AB|$  的值.

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

函数  $f(x) = |x-1| - |x-2|$ .

(I) 若等式  $f(x) = |2x-3|$  恒成立, 求  $x$  的取值范围.

(II) 若  $f(x) > \frac{1}{2}x - 1$ , 求  $x$  的取值范围.