2016——2017 学年第一学期期中考试
高一数学试卷

（考试时间 120 分钟；分值：120 分）

一．选择题：每小题 4 分，共 48 分.

1．$\log_2\sqrt{2}$的值为　　　　（　　）

A．$-\sqrt{2}$　　　B．$\sqrt{2}$　　　C．$-\dfrac{1}{2}$　　　D．$\dfrac{1}{2}$

2．已知集合$A=\{x\,|\,x(x-1)=0\}$，那么　　　　（　　）

A．$0\in A$　　　B．$1\notin A$　　　C．$-1\in A$　　　D．$0\notin A$

3．幂函数$f(x)=x^{\alpha}$的图象经过点（2，4），则$f(9)=$　　　　（　　）

A． 1　　　B．3　　　C．9　　　D．81

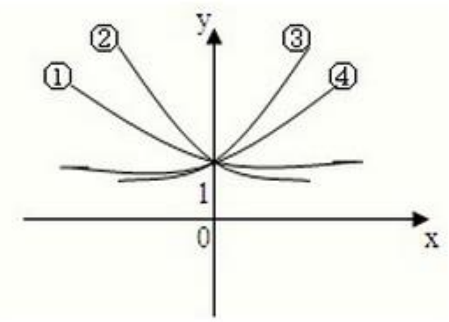
4．已知函数$f(x)=5^x$，若$f(a+b)=3$，则$f(a)\cdot f(b)=$　　　　（　　）

A． 3　　　B．4　　　C．5　　　D．25

5．已知$2^a=5^b=M$，且$\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}=2$，则$M$的值是　　　　（　　）

A．20　　　B．$2\sqrt{5}$　　　C．$\pm2\sqrt{5}$　　　D．400

6．如图①$y=a^x$，②$y=b^x$，③$y=c^x$，④$y=d^x$，根据图象可得 a、b、c、d与 1 的大小关系为　　　　（　　）



A． $a<b<1<c<d$　　　　B． $b<a<1<d<c$

C． $1<a<b<c<d$　　　　D． $a<b<1<d<c$

7．函数$f(x)=\dfrac{\lg(x+1)}{x-1}$的定义域是　　　　（　　）

A． （－1，+∞）　　　　B．[－1，+∞）

C． （－1，1）∪（1，+∞）　　　　D．[－1，1）∪（1，+∞）

8．已知 $f(x)=\begin{cases}\log_2 x & x>0\\ 3^x & x\le 0\end{cases}$，则 $f[f(\frac{1}{4})]$ 的值是（　　）

A．$\frac{1}{9}$　　B． 9　　C．-9　　D．$-\frac{1}{9}$

9．已知函数 $f(x)=-x+\log_2\frac{1-x}{1+x}+1$，则 $f(\frac{1}{2})+f(-\frac{1}{2})$ 的值为（　　）

A．2　　B．-2　　C．0　　D．$2\log_2\frac{1}{3}$

10．若函数 $f(x)=\begin{cases}a^x, & x>1,\\ \left(4-\frac{a}{2}\right)x+2, & x\leqslant 1\end{cases}$ 是 R 上的单调递增函数，则实数 a 的取值范围为(　　)

A．(1，+∞)　　B．(1,8)　　C．(4,8)　　D．[4,8)

11．已知集合 A={2，3}，B={x|mx - 6=0}，若 B⊆A，则实数 m=（　　）

A． 3　　B．2　　C．2 或 3　　D．0 或 2 或 3

12．设奇函数 $f(x)$在(0，+∞)上是增函数，且 $f(1)=0$，则不等式 $x[f(x)-f(-x)]<0$ 的解集为(　　)

A．{x|$-1<x<0$ 或 $x>1$}　　B．{x|$x<-1$ 或 $0<x<1$}

C．{x|$x<-1$ 或 $x>1$}　　D．{x|$-1<x<0$ 或 $0<x<1$}

二、填空题：每小题 4 分，共 16 分

13．函数 $y=f(x)$ 是 $y=a^x$ 的反函数，而且 $f(x)$ 的图象过点（4，2），则 a=_______.

14．设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{x+2} & (x\le 1)\\ 1-\log_2 x & (x>1)\end{cases}$,则满足 $f(x)\le 2$ 的 x 的取值范围是______.

15．函数 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x}$ 的值域是__________.

16.下列各式：

（1）$[(-\sqrt{2})^2]^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$；

（2）已知 $\log_a\frac{2}{3}<1$，则 $a>\frac{2}{3}$；

（3）函数 $y=2^x$ 的图象与函数 $y=2^{-x}$ 的图象关于 y 轴对称;

（4）函数 $f(x)=\sqrt{mx^2+mx+1}$ 的定义域是 R，则 m 的取值范围是 $0\le m\le 4$；

（5）函数 $\mathbf{y=\ln(-x^2+x)}$ 的递增区间为 $(-\infty,\frac{1}{2}]$.

正确的有_____________________.（把你认为正确的序号全部写上）

三、解答题

17．（本小题满分 8 分）已知全集 U＝R. 集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x<3\}$，$B=\{x\mid x-k\leqslant 0\}$．

(1)若 $k=1$，求 $A\cap(\complement_U B)$；

(2)若 $A\cap B\neq\phi$，求 k 的取值范围．

18．（本小题满分 8 分）已知：$f(x)=\ln(1+x)-\ln(1-x)$.

（1）求 $f(0)$；

（2）判断此函数的奇偶性；

（3）若 $f(a)=\ln 2$，求 a 的值.

19.（本小题满分 8 分）通常表明地震能量大小的尺度是里氏震级，其计算公式为：$M=\lg A-\lg A_0$，其中，A 是被测地震的最大振幅，A_0 是“标准地震”的振幅（使用标准地震振幅是为了修正测震仪距实际震中的距离造成的偏差）。

（1）假设在一次地震中，一个距离震中 100 千米的测震仪记录的地震最大振幅是 30，此时标准地震的振幅是 0.001，计算这次地震的震级（精确到 0.1)；

（2）5 级地震给人的震感已比较明显，计算 8 级地震的最大振幅是 5 级地震的最大振幅的多少倍？

（以下数据供参考：$\lg 2\approx 0.3010$， $\lg 3\approx 0.4770$）

20.（本小题满分 10 分）已知 $y=f(x)$是定义在 R 上的奇函数，且 $x<0$ 时，$f(x)=1+2^x$.

(1)求函数 $f(x)$的解析式.

(2)画出函数 $f(x)$的图象.

(3)写出函数 $f(x)$单调区间及值域.

21.（本小题满分 10 分）已知 x 满足不等式 $(\log_2 x)^2-\log_2 x^2\le 0$，求函数

$y=4^{x-\frac{1}{2}}-a\cdot 2^x+\dfrac{a^2}{2}+1$（$a\in R$）的最小值 $f(a)$.

22.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)$，当 $x>0$ 时，有 $f(x)<0$，且 $f(1)=-2$

（1）求 $f(0)$ 及 $f(-1)$ 的值；

（2）判断函数 $f(x)$ 的单调性，并利用定义加以证明；

（3）求解不等式 $f(2x)-f(x^2+3x)<4$.

2016——2017 学年第一学期期中考试

高一数学试卷答案

一．选择题：每小题 4 分，共 48 分

DA DAB　　BCA AD　　DD

二、填空题：每小题 4 分，共 16 分

13．　2　　14．$(-\infty,-1]\cup(1,+\infty)$　　15．$(0,3]$　　16．(1)(3)(4)

三、解答题

17．解：(1)当 $k=1$ 时，$B=\{x|x-1\leqslant 0\}=\{x|x\leqslant 1\}$．

$\therefore \complement_U B=\{x|x>1\}$，$\therefore A\cap(\complement_U B)=\{x|1<x<3\}$．　　　　　　(4 分)

(2)$\because A=\{x|-1\leqslant x<3\}$，$B=\{x|x\leqslant k\}$，$A\cap B\neq\varnothing$，$\therefore k\geqslant -1$．　　　　(8 分)

18．解：（1）因为 $f(x)=\ln(1+x)-\ln(1-x)$

所以 $f(0)=\ln(1+0)-\ln(1-0)=0-0=0$　　　　　　（2 分）

（2）由 $1+x>0$，且 $1-x>0$　　知 $-1<x<1$　所以此函数的定义域为：(-1，1)

又 $f(-x)=\ln(1-x)-\ln(1+x)=-(\ln(1+x)-\ln(1-x))=-f(x)$

由上可知此函数为奇函数.　　　　　　　　　　　　（5 分）

（3）由 $f(a)=\ln 2$ 知 $\ln(1+a)-\ln(1-a)=\ln\dfrac{1+a}{1-a}=\ln 2$ 得

$-1<a<1$ 且 $\dfrac{1+a}{1-a}=2$　解得 $a=\dfrac{1}{3}$　　所以 a 的值为 $\dfrac{1}{3}$　　　　（8 分）

19．解：　(1) $M=\lg 30-\lg 0.001=\lg\dfrac{30}{0.001}=\lg 30000=\lg 3+\lg 10^4\approx 4.5$

因此，这次地震的震级为里氏 4.5 级.　　　　　　　　　（4 分）

(2)由 $M=\lg A-\lg A_0$ 可得 $M=\lg\dfrac{A}{A_0}$，即 $\dfrac{A}{A_0}=10^M$，$A=A_0\cdot 10^M$．

当 $M=8$ 时，地震的最大振幅为 $A_8=A_0\cdot 10^8$；当 $M=5$ 时，地震的最大振幅为 $A_5=A_0\cdot 10^5$；所以，

两次地震的最大振幅之比是：$\dfrac{A_8}{A_5}=\dfrac{A_0\cdot 10^8}{A_0\cdot 10^5}=10^{8-5}=1000$

答：8 级地震的最大振幅是 5 级地震的最大振幅的 1000 倍.　　　　（8 分）

20．解：(1)因为 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，

所以 $f(-0)=-f(0)$，所以 $f(0)=0$，（2 分）

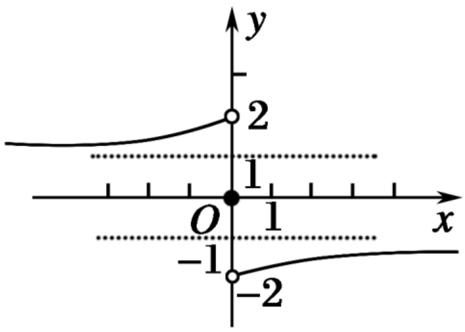
因为 $x<0$ 时，$f(x)=1+2^x$，

所以 $x>0$ 时，$f(x)=-f(-x)$

$=-(1+2^{-x})=-1-\frac{1}{2^x}$,（5 分）

所以 $f(x)=\begin{cases}1+2^x，x<0,\\0，x=0,\\-1-\frac{1}{2^x}，x>0.\end{cases}$ （6 分）

(2)函数 $f(x)$ 的图象为



（8 分）

(3)根据 $f(x)$ 的图象知：

$f(x)$ 的单调增区间为$(-\infty，0)$，$(0，+\infty)$；

值域为$\{y|1<y<2$ 或$-2<y<-1$ 或 $y=0\}$. （10 分）

21．解：解不等式 $(\log_2 x)^2-\log_2 x^2\le 0$，得 $1\le x\le 4$，所以 $2\le 2^x\le 16$（2 分）

$y=4^{x-\frac{1}{2}}-a\cdot 2^x+\frac{a^2}{2}+1=\frac{1}{2}(2^x)^2-a\cdot 2^x+\frac{a^2}{2}+1=\frac{1}{2}(2^x-a)^2+1$（5 分）

当 $a<2$ 时，$y_{\min}=\frac{1}{2}(2-a)^2+1$；

当 $2\le a\le 16$ 时，$y_{\min}=1$；

当 $a>16$ 时，$y_{\min}=\frac{1}{2}(16-a)^2+1$（8 分）

所以，$f(a)=\begin{cases}\frac{1}{2}(2-a)^2+1, a<2\\1 \quad ,2\le a\le 16\\\frac{1}{2}(16-a)^2+1\end{cases}$ （10 分）

22．解：（1）令 $x=y=0$ 得，

$f(0)=f(0)+f(0)$；

故 $f(0)=0$；

令 $x=-y=1$ 得，

$f(0)=f(1)+f(-1)$；

故 $f(-1)=f(0)-f(1)=2$；（3 分）

（2）函数 $f(x)$ 是 R 上的减函数，证明如下，

令 $x=-y$ 得，$f(0)=f(x)+f(-x)$；

故 $f(x)=-f(-x)$；

任取 x_1，$x_2\in R$，且 $x_1<x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=f(x_1)+f(-x_2)$

$=f(x_1-x_2)=-f(x_2-x_1)$，

故由 $f(x_2-x_1)<0$ 知，$-f(x_2-x_1)>0$，

从而得 $f(x_1)-f(x_2)>0$，

则函数 $f(x)$ 是 R 上的减函数；（7 分）

（3）由（2）知，

$f(2x)-f(x^2+3x)<4$ 可化为

$f(2x-x^2-3x)<f(-2)$；

故 $x^2+x-2<0$，

解得，$x\in(-2,1)$．（12 分）