谈其它学科知识的渗透对数学教学的促进

关键词：渗透 促进

摘要：英语、语文、物理、地理等学科都与数学有着密切的联系，在数学教学中，恰当地渗透其它学科知识，让学生感受到数学的广泛应用，可以提高学生学习数学的热情、激发学生学习数学的兴趣，从而促进数学教学工作。

数学是一门基础学科，与科学研究和日常生活有着广泛的联系。作为一名高中数学教师，如果能够经常结合其它学科知识进行日常教学，就会使学生感受到数学的广泛应用，从而更加深入地理解数学，对数学产生浓厚的兴趣。

一、英语和数学

数学中很多的符号、公式都有英语背景，教师适当的讲解，会让学生很轻松地理解和记忆。实数 real number，用首字母大写 R 表示实数集合；复数 complex number，用首字母大写 C 表示复数集合；虚数 imaginary number，直译是想象的数，用首字母 i 表示虚数单位， $i^2 = -1$ ；有理数 rational number 而不是 reasonable number，有理数集为什么用 Q 而不用 R 表示呢？因为有理数就是两个整数的商，商 quotient 的首字母大写为 Q 。函数 function，函数用 $f(x)$ 表示；焦点 focus 或者 focal points，椭圆、双曲线的焦点用 F_1, F_2 表示；自然对数中的 $\ln$ 是 natural logarithm 的第一个字母的组合。在学习全称命题和存在性命题时，用到符号 $\forall$ 和 $\exists$ ，分别是任意的 arbitrarily 和存在 exist 的第一个字母大写的倒写。一次函数 linear function、二次函数 quadratic function、正态分布 normal distribution、概率 probability、数学期望 mathematical expectation 等等，很多的英汉对照会让学生豁然开朗、感受到数学是世界通用的学科。

二、物理和数学

数学和物理是联系最多的两个学科，物理大量的计算与推导都需要数学知识。所以数学老师如果有意识地在相关章节推算物理的很多结论，会激发学生的学习数学的热情。

在学习三角函数的二倍角公式以后，给学生讲解斜抛的知识就非常恰当。初速度为 v_0 ，抛射角为 α ，向上的分速度为 $v_0 \sin \alpha$ ，水平的分速度为 $v_0 \cos \alpha$ ，飞行时间为 $2v_0 \sin \alpha / g$ ，水平飞行的距离为 $S = 2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha / g = v_0^2 \sin 2\alpha / g$ ，所以当 $\alpha = \frac{\pi}{4}$ 时，

$$S_{\max} = \frac{v_0^2}{g}.$$

在学习两角和与差的三角函数后，教材中给出了这样一道例题：已知三个电流的瞬时值的函数式分别是 $I_1 = \sqrt{2} \sin \omega t$ ， $I_2 = 2 \sin(\omega t - 45^\circ)$ ， $I_3 = 4 \sin(\omega t + 45^\circ)$ ，求它们合成

后的电流瞬时值的函数式，并指出这个函数的振幅和初相。学生们做这道题并没有很大的困难，如果老师借题发挥，讲讲并网发电的知识就会让学生对电网公司的工作有所了解。也可以讲家用电与动力电的关系：中国的动力电为三相电，三相交流电源是由三个频率相同、振幅相等、相位依次互差 $\frac{2\pi}{3}$ 的交流电势组成的电源，如果这三股电连结到一起，电势为零，也就是说，如果把三相电的三股火线连接在一根线路上，这根线路上就没有电了，所以不可以接错。可以用三角函数推导： $U \sin(\omega t) + U \sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) + U \sin(\omega t + \frac{4\pi}{3}) = 0$ 。在日常生活中，使用三相电中的一相就可以为家用电器供电。家用电压为 220v，动力电为什么是 380v 呢？因为其中任何两相电之间的电压是这样计算的

$$220 \sin(\omega t) + 220 \sin(\omega t + \frac{\pi}{3}) = 220(\frac{3}{2} \sin \omega t + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \omega t) = 220\sqrt{3} \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}), \text{ 其中}$$

$220\sqrt{3} \approx 380$ 。再深入地提问，为什么用三相电做动力电呢？如果是单相电，每隔 2π 电动机

做一次功，如果是三相电，每隔 $\frac{2\pi}{3}$ 做一次功，就像汽车的多缸发动机做功一样。

在学习向量的时候，老师要向学生讲解清楚向量运算的根源：向量的和与差就是矢量的合成与分解的问题，向量的数量积源自于力的做功问题。这样学生就会对向量就有了清晰的认识。

在学习函数的时候，教材上引入这样一道题：已知电源的电动势为 $\mathcal{E}$ ，内电阻为 r ，当外阻 R 取什么值时，输出的功率最大？由欧姆定律得电路强度 $I = \frac{\mathcal{E}}{r+R}$ ，在负载单路上输出

的功率为 $P = P(R) = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}$ ，可以用求导的方法， $P'(R) = \mathcal{E}^2 \frac{r-R}{(R-r)^2}$ ，由

$$P'(R) = 0 \text{ 得到 } R = r。 \text{ 也可以用方法二： } P(R) = \frac{\mathcal{E}^2}{R + \frac{r^2}{R} + 2r}, \text{ 利用不等式的知识，}$$

当 $R = \frac{r^2}{R}$ 即 $R = r$ 时，输出功率最大。

在讲变力做功时，物理老师用的是微积分的思想，把物体在每一小段上的受力看做常量，这样在每一段上的做功就是一个小矩形的面积，把所有小矩形面积求和就是功的近似值，当每一段的宽度趋近于 0 时，小矩形面积之和就等于力做的功。在数学讲完积分后，这样的问题就非常简单了。有这样一道题：弹簧在拉伸的过程中，力与伸长量成正比，即力

$F(x) = kx$ (k 是常数， x 是伸长量)，求弹簧从平衡位置拉长 b 所做的功。用积分来求：

$$\int_0^b F(x) dx = \int_0^b kx dx, W = \frac{1}{2} kx^2 \Big|_0^b = \frac{1}{2} kb^2。 \text{ 把本题再引申一下：弹簧从平衡位置拉长 } a,$$

再继续拉到 b ，那么弹簧从 a 到 b 做的功就是 $\int_a^b F(x) dx = \int_a^b kx dx,$

$$W = \frac{1}{2} kx^2 \Big|_a^b = \frac{1}{2} k(b^2 - a^2).$$

三、地理和数学

地理知识中涉及很多数学知识，数学老师在相关章节讲地理中的运算，会令学生耳目一新。

有这样一个问题：把地球想象成一个理想的光滑球体，在赤道处绕绳刚好缠紧，再把这个绳子加长 6 米，在赤道上方围成一个圆，人能否在绳下钻过去？正常思考，我们都认为不能钻过去，下面计算一下：设地球半径为 R 米，那么原来的绳长为 $2\pi R$ 米，加长 6 米后绳

长为 $(2\pi R + 6)$ 米，此时圆的半径为 $\frac{2\pi R + 6}{2\pi} = R + \frac{3}{\pi}$ ，绳子平均抬高了近 1 米，所以人可以钻过去。由此可以想到，我国中型以上的民航飞机飞行的高度是海拔 7000—12000 米，虽然相对于地面升高了很多，但是航程相对于地面的距离并没有增加很多。

海里 (nautical mile) 是怎样规定的呢？1 海里等于地球椭圆子午线上纬度 1 分所对应的弧长，由于地球子午线是一个椭圆，它在不同纬度的曲率是不同的，所以纬度 1 分所对应的弧长也是不相等的，最短的海里在赤道，1 海里=1843 米，最长的海里在南北两极上，1 海里=1862 米，中国的标准是 1 海里=1852 米。已知地球赤道的半径约为 6370km，以此近似为地球的半径，那么 1 海里为 $\frac{6370 \times 2\pi}{360 \times 60} \approx 1853$ 米。舰船的速度单位是节，即 1 海里/时。大中型舰船的速度鲜有超过 30 节，30 节约为 55 公里/时。

地震是地理研究的内容。有这样一道题：地震的等级 R 与地震释放的能量 E 的关系为 $R = \frac{2}{3}(\lg E - 11.4)$ 。据报道，中国青海玉树 2010 年 4 月 14 日发生的地震为 7.1 级，2011 年 3 月 11 日日本发生 9.0 级地震，从释放的能量来看，日本地震是玉树地震的多少倍？计算方法是这样的： $7.1 = \frac{2}{3}(\lg E_1 - 11.4)$ ， $9 = \frac{2}{3}(\lg E_2 - 11.4)$ ， $\lg E_1 = \frac{3}{2} \times 7.1 + 11.4$ ， $\lg E_2 = \frac{3}{2} \times 9 + 11.4$ ， $\lg \frac{E_2}{E_1} = \lg E_2 - \lg E_1 = \frac{3}{2} \times 1.9 = 2.85$ ， $\frac{E_2}{E_1} = 10^{2.85} = 707.9$ ，也就是说日本地震释放的能量是玉树地震的 707.9 倍。

四、语文和数学

2018 年全国二卷的作文是，综合阅读材料内容和含意，选好角度，确定立意，自拟题目。材料是这样的：二战期间，为了加强对战机的防护，英美方面调查了作战后幸存飞机上弹痕的分布，决定哪里弹痕多就加强哪里。然而统计学家沃德力排众议，指出更应该注意弹痕少的部位，因为这些部位受到重创的战机，很难有机会返航，而这部分数据被忽略了。事实证明，沃德是正确的。实质上，本段文字讲了一个统计学的一个故事，统计要讲究科学性，从数学的角度看就是抽取样本的方法要正确，只考虑幸存飞机而忽略被击落的飞机，这是错误的抽样方法。沃德是根据数学的抽样方法得出了正确的结论。

高中生经常要写议论文，需要有论点、论据和论证，其中举例论证用得最普遍，但是从数学的角度来看，举几个例子来说明事物的全体是不科学的。在数学上，通过举有限个例子得出一个结论的方法是不完全归纳法，这样得出的结论不一定是正确的。通过研究全体事件，得出正确结论的方法，是完全归纳法，是科学的。所以写作文也要注意数学知识的运用。

通过对以上两个问题的讲解，学生们会感受到数学知识也可以运用在语文学习中，恰当

地运用数学思想方法也是学好语文的必要条件。

五、历史和数学

高中数学教材中有专门的《阅读与欣赏》，讲述数学家的故事和数学的发展史，数学老师不应该忽略这部分内容。另外老师还要多补充一些关于数学应用的历史故事，让学生们真正认识到数学在人类发展史上的重要作用。老师在讲概率统计的时候，可以讲以下这个例子：二战时期，英法的海上运输受到德军 U 艇的袭击，损失惨重，后来数学家运用概率分析后发现，舰队与敌人潜艇可能相遇，也可能不相遇，是一个随机事件，具有一定的规律。一定数量的舰（如 100 只）编队规模越小，编次就越多，（如每次 20 只，就要 5 个编次）；编次越多，与敌人相遇的概率就越大。英国海军接受了数学家的建议，命令舰队在指定海域集合，再集体通过危险海域，然后各自驶向预定的港口。结果，使原来被击沉 25% 的概率降低到 1%，大大减少了损失，保证了物资的及时供应。

在二战中除了奋勇杀敌的英雄和指挥战斗的将军们，在背后更是有一群智慧超群的数学家们。当时德军的最高军事机密都是通过大名鼎鼎的密码机 Engima 发送的，为了破译德军的军事机密，一群数学家们站了出来。以波兰数学家雷耶夫斯基为首的波兰数学三杰率先用数学方法破译 Engima。但是手工的方法难度太大，很复杂。英国有一个数学天才叫图灵，现代计算机之父，为了破译不断升级的 Engima，图灵发明了“图灵机”，也就是现代计算机的原型，大大提高了破译密码的速度。无论是波兰的数家还是英国的数学家都为盟军立下了汗马功劳，他们破译了法西斯在欧洲、非洲、太平洋战场上的重要军事机密。有了数学家们的功劳，盟军减少了更多的损失。他们左右着战局的发展，他们是战争中真正的幕后英雄。

六、政治和数学

在政治学科中，我们经常提到 GDP 翻一番、翻两番等，是什么意思呢？有很多人搞错。数学老师有必要告诉学生，翻一番就是原来的 2 倍，翻两番就是原来的 4 倍，翻ⁿ番就是原来的^{2ⁿ}倍。

人口是政治学关心的问题。有这样一道题：1995 年我国人口总数是 12 亿，如果人口的自然增长率控制在 1.25%，问那一年我国人口总数将超过 14 亿？可见当时国家还在控制人口，而现在的实际是人口老龄化，国家开始鼓励生育了。本题的解法：设^x年后人口总数为 14 亿， $12(1+0.0125)^x = 14$ ， $(1+0.0125)^x = \frac{14}{12}$ ， $x \lg 1.0125 = \lg 14 - \lg 12$ ，

$$x = \frac{\lg 7 - \lg 6}{\lg 1.0125} \approx 12.4$$

，所以 13 年后，即 2008 年我国人口总数将超过 14 亿。

在中国，房子是民生、也是政治。买房子贷款如果是等额还款，怎么计算每一期的还款额呢？这是一个等比数列求和的问题。如果贷款总额为^M元，每期的利率为^p，每期还款^x元，一共要还ⁿ期，那么就有这样的等式

$$M(1+p)^n = x + x(1+p) + x(1+p)^2 + \cdots + x(1+p)^{n-1}$$

，即 $M(1+p)^n = \frac{x(1-(1+p)^n)}{1-(1+p)}$ ，

$$x = \frac{Mp(1+p)^n}{(1+p)^n - 1}$$

七、生物和数学

在讲数列的时候，可以给学生介绍这样一个生物现象：百合花的花瓣是 3 瓣，梅花是 5 瓣，飞燕草是 8 瓣，万寿菊是 13 瓣，向日葵是 21 或 34 瓣，雏菊是 34、55 或 89 瓣，其它数目很少出现。这些花的花瓣数正是斐波那契数列中的数。两位法国物理学家于 1992 年利用计算机做了仿真实验，结果证实，在自然界定律的要求下（系统保持在最低能量状态），花朵会以斐波那契数长出花瓣。

生物的细胞分裂问题需要用到指数函数的知识。有这样一道题：在某种细菌的培养过程中，每 15min 分裂一次（由 1 个分裂成 2 个），则这种细菌由 1 个繁殖成 4096 个需要经过几小时？本题的关键是求细菌分裂了多少次。设细菌共分裂了 n 次，则 $2^n = 4096$ ，而 $4096 = 2^{12}$ ，所以 $n = 12$ ，所需时间为 $15 \text{ min} \times 12 = 180 \text{ min} = 3 \text{ h}$ 。

古代植物化石如何测定年代？可以用放射性碳法。植物或者动物生存时，会不断吸收 ^{14}C ， ^{14}C 在有机体内保持一定的水平，当有机体死亡后，新陈代谢停止， ^{14}C 不再产生并且会衰变，过 5730 年残余原来的 $\frac{1}{2}$ 。有这样一道题：科学测定某种死亡的植物内 ^{14}C 还剩 87.9%，求植物死亡了多长时间？这里 5730 年就是 ^{14}C 的半衰期，为了让学生理解，再次引申：过两个 5730 年 ^{14}C 还剩原来的 $\frac{1}{4}$ ，过三个 5730 年 ^{14}C 还剩原来的 $\frac{1}{8}$ ，过 n 个 5730 年 ^{14}C 还剩原来的 $(\frac{1}{2})^n$ 。本题的解法：设 ^{14}C 一年衰变后还剩原来的 x 倍， m 年后衰变为原来的 87.9%，那么 $x^{5730} = \frac{1}{2}$ ，利用对数知识，可以得到 $5730 \lg x = \lg \frac{1}{2}$ ， $\lg x = -\frac{\lg 2}{5730}$ ，又因为 $x^m = 0.879$ ， $m \lg x = \lg 0.879$ ，所以 $m = \frac{\lg 0.879}{\lg x} = -\frac{\lg 0.879 \times 5730}{\lg 2} \approx 1066$ ，可以得出结论：植物死亡了 1066 年。

数学的应用非常广泛，数学与各个学科都有着密切的联系。科学离不开数学，数学的发展推动着人类科技的发展。作为数学教师，要把其它学科的知识渗透到数学课堂上，为学生展示数学真实的应用，让学生们体会到数学源于生活、高于生活、服务于生活。学生在领悟到数学的重要作用后，才能爱数学、学好数学。

2018 年 10 月 29 日星期一