

高二文科数学试卷

考试时间：120 分钟 试题满分：150 分

第 I 卷

一. 选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $a \in R$ ，则“ $a > 2$ ”是“ $a^2 > 2a$ ”的()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
2. 若双曲线 $x^2 + ky^2 = 1$ 的离心率是 2，则实数 k 的值是()
A. -3
B. $-\frac{1}{3}$
C. 3
D. $\frac{1}{3}$
3. 等比数列 $\{a_n\}$ 中，若公比 $q = 4$ ，且前 3 项之和等于 21，则该数列的通项公式 $a_n =$ ()
A. 4^{n-1} B. 4^n C. 3^n D. 3^{n-1}
4. 关于 x 的不等式 $ax - b > 0$ 的解集是 $(1, +\infty)$ ，则关于 x 的不等式 $\frac{ax+b}{x-2} > 0$ 的解集是 ()
A. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$
B. $(-1, 2) \cup (-1, 2)$
C. $(1, 2)$
D. $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$
5. 已知 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $\frac{S_4}{S_2} = 4$ ，则 $\frac{S_6}{S_4}$ 的值为 ()
A. $\frac{9}{4}$
B. $\frac{3}{2}$
C. $\frac{5}{4}$
D. 4
6. 设 $a > 0, b > 0$. 若 $\sqrt{3}$ 是 3^a 与 3^b 的等比中项，则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为 ()
A. 8
B. 4
C. 1
D. $\frac{1}{4}$
7. 以椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 内的点 $M(1, 1)$ 为中点的弦所在直线方程 ()
A. $4x - y - 3 = 0$
B. $x - 4y + 3 = 0$
C. $4x + y - 5 = 0$
D. $x + 4y - 5 = 0$

8. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x \geq 1 \\ x + y \leq 4 \\ ax + by + c \leq 0 \end{cases}$, 且目标函数 $z = 2x + y$ 的最大值为 7 最小值为

1, 则 $\frac{a}{b+c}$ 的值 ()

- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

9. 已知 c 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的半焦距, 则 $\frac{b+c}{a}$ 的取值范围是 ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $(\sqrt{2}, +\infty)$ C. $(1, \sqrt{2})$ D. $(1, \sqrt{2}]$

10. 某种商品准备降价, 有四种降价方案: ①先降价 $m\%$, 再降价 $n\%$; ②先降价 $n\%$, 再降价 $m\%$; ③先降价 $\frac{m+n}{2}\%$, 再降价 $\frac{m+n}{2}\%$; ④一次性降价 $(m+n)\%$ 。其中

$0 < m < n < 50$. 则四种降价方案中, 降价最少的方案是 ()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

11. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项之和为 S , 前 n 项之积为 P , 前 n 项的倒数之和为 M , 则 ()

- A. $P = \frac{S}{M}$ B. $P > \frac{S}{M}$ C. $P^2 = \left(\frac{S}{M}\right)^n$ D. $P^2 > \left(\frac{S}{M}\right)^n$

12. 设直线 $l: 2x + y - 2 = 0$ 与椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ 的交点为 A, B , 点 P 是椭圆上的动点,

则使 ΔPAB 面积为 $\frac{1}{3}$ 的点 P 的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22 题~第 24 题为选考题, 考生根据要求作答。

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分。

13. 命题 $p: \forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), x > \sin x$, 则命题 p 的否定为 _____

14. 在 R 上定义运算 $\otimes: x \otimes y = x(1-y)$, 若不等式 $(x-a) \otimes (x+a) < 1$ 对一切实数 x 都成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

15. 已知点 $B(6,0)$ 和点 $C(-6,0)$, 过点 B 的直线 l 与过点 C 的直线 m 相交于点 A , 直线 l, m 的斜率分别是 k_1, k_2 , $k_1 k_2 = a, (a \neq 0)$, 若点 A 的轨迹是椭圆 (除 B, C), 则 a 的取值范围是 _____
16. 数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2 (n \in N^*)$, 其前 n 项之和为 S_n , 若不等式 $S_n + 2 \geq \lambda a_n$ 对任意的正整数 n 恒成立, 则 λ 的取值范围是 _____

三. 解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知 $c > 0$, 设命题 p : 关于 x 的函数 $y = c^x$ 为减函数, 命题 q : 当 $x \in [\frac{1}{2}, 2]$ 时, 函数 $f(x) = x + \frac{1}{x} > \frac{1}{c}$ 恒成立. 如果 p 或 q 为真命题, p 且 q 为假命题, 求 c 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, S_n 为其前 n 项和, 且 S_4, S_{10}, S_7 成等差数列.

(1) 求证: a_2, a_8, a_5 也成等差数列;

(2) 判断以 a_2, a_8, a_5 为前三项的等差数列的第四项是否也是数列 $\{a_n\}$ 中的一项? 若是, 求出这一项; 若不是, 请说明理由.

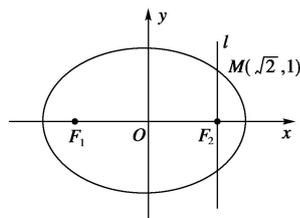
19. (本小题满分 12 分)

如图所示, 在平面直角坐标系 xOy 中, 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右两个焦点

分别为 F_1, F_2 . 过右焦点 F_2 且与 x 轴垂直的直线 l 与椭圆 C 相交, 其中一个交点为 $M(\sqrt{2}, 1)$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设椭圆 C 的一个顶点为 $B(0, -b)$, 直线 BF_2 交椭圆 C 于另一点 N , 求 ΔF_1BN 的面积.



20. (本小题满分 12 分)

某厂生产一种仪器，由于受生产能力和技术水平的限制，会产生一些次品，根据经验知道，该厂生产这种仪器，次品率 P 与日产量 x (件) 之间大体满足关系：

$$P = \begin{cases} \frac{1}{96-x} & (1 \leq x \leq 94, x \in N) \\ \frac{2}{3} & (x > 94, x \in N) \end{cases} \quad (\text{注: 次品率 } P = \frac{\text{次品数}}{\text{生产量}}).$$

已知每生产一件合格品的仪

器可以盈利 A 元，但生产一件次品将亏损 $\frac{A}{2}$ 元。故厂方希望定出合适的日产量。

- (1) 试将生产这种仪器每天的的盈利额 T (元) 表示为日产量 x (件) 的函数；
- (2) 当日产量为多少时，可获得最大利润。

21. (本小题满分 12 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且对于任意的正整数 n ， S_n 和 a_n 都满足 $S_n = 2 - a_n$ 。

- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (II) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 1$ ，且 $b_{n+1} = b_n + a_n$ 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；
- (III) 设 $c_n = n(3 - b_n)$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

22. (本小题满分 12 分)

如图，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左顶点为 $A(-2, 0)$ 。动直线 l 经过椭圆右焦点

$F(1, 0)$ ，与椭圆 C 相交于两点，按纵坐标坐标从大到小依次为 M, N 。

- (I) 求椭圆 C 的方程；
- (II) 求 $\angle MAN$ 的最小值。

