

2016-2017 学年第二学期期中考试

高一数学试卷

一、选择题（共 12 小题）

1. 412° 角的终边在 ().

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】A

【解析】解： $412^\circ = 360^\circ + 52^\circ$ ， $\therefore 412^\circ$ 与 52° 终边相同. 故选： A .

2. 点 $A(x, y)$ 是 300° 角终边上异于原点的一点，则 $\frac{y}{x}$ 值为 ().

- A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

【答案】B

【解析】解：点 $A(x, y)$ 是 300° 角终边上异于原点的一点，则 $\frac{y}{x} = \tan 300^\circ = \tan(180^\circ + 120^\circ) = \tan 120^\circ = \tan(180^\circ - 60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$. 故选 B .

3. 根据如下样本数据，得到回归方程 $\hat{y} = bx + a$ ，则 ().

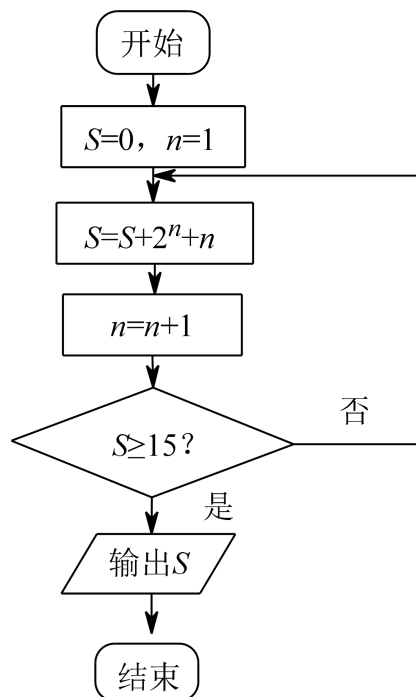
x	3	4	5	6	7	8
y	4.0	2.5	-0.5	0.5	-2.0	-3.0

- A. $a > 0$ ， $b > 0$ B. $a > 0$ ， $b < 0$ C. $a < 0$ ， $b > 0$ D. $a < 0$ ， $b < 0$

【答案】B

【解析】解：由题意可知：回归方程经过的样本数据对应的点附近，是减函数，所以 $b < 0$ ，且回归方程经过 (3,4) 与 (4,2.5) 附近，所以 $a > 0$. 故选： B .

4. 阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，输出的 S 的值等于 ().



A. 18

B. 20

C. 21

D. 40

【答案】B

【解析】解：由程序框图知：算法的功能是求 $S = 2^1 + 2^2 + \cdots + 2^n + 1 + 2 + \cdots + n$ 的值，

$\because S = 2^1 + 2^2 + 1 + 2 = 2 + 4 + 1 + 2 = 9 < 15$ ， $S = 2^1 + 2^2 + 2^3 + 1 + 2 + 3 = 2 + 4 + 8 + 1 + 2 + 3 = 20 \geq 15$ 。

$\therefore$ 输出 $S = 20$ 。故选：B。

5. 某公司的班车在 7:00，8:00，8:30 发车，小明在 7:50 至 8:30 之间到达发车站乘坐班车，且到达发车站的时刻是随机的，则他等车时间不超过 10 分钟的概率是（ ）。

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{4}$

【答案】B

【解析】解：设小明到达时间为 y ，当 y 在 7:50 至 8:00，或 8:20 至 8:30 时，小明等车时间不超过 10 分钟，

故 $P = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ 。故选：B。

6. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, 则角 α 所在的象限是 ().

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】B

【解析】解：由 $\sin \alpha = \frac{3}{5} > 0$ 得，角 α 的终边在第一、或第二象限；再由 $\cos \alpha = -\frac{4}{5} < 0$ 得，角 α 的终边在第二、或第三象限，综上，角 α 所在的象限是第二象限.

7. 从长度分别为 2, 3, 4, 5 的四条线段中任意取出三条线段，则以这三条线段为边可以构成三角形的概率是 ().

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

【答案】D

【解析】解：由题意知，本题是一个古典概率，

∵ 试验发生包含的基本事件为 (2,3,4); (2,3,5); (2,4,5); (3,4,5), 共 4 种;

而满足条件的事件是可以构成三角形的事件为 (2,3,4); (2,4,5); (3,4,5), 共 3 种;

∴ 以这三条线段为边可以构成三角形的概率是 $\frac{3}{4}$, 故选 D.

8. 下列函数中，既是以 π 为周期的奇函数，又是 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的增函数的是 ().

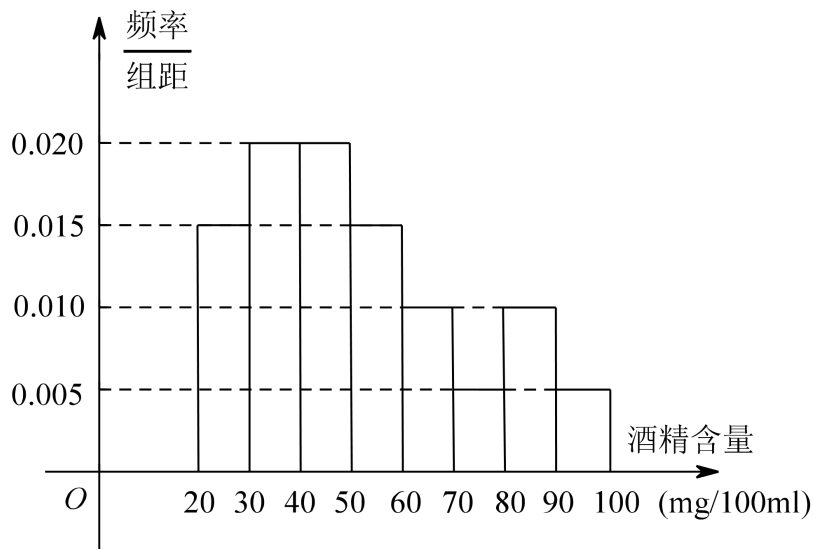
- A. $y = \tan x$ B. $y = \cos x$ C. $y = \tan \frac{x}{2}$ D. $y = |\sin x|$

【答案】A

【解析】解：函数是以 π 为周期的奇函数，选项 A 正确，B 是偶函数不正确；C 的周期是 2π ，D 是偶函数， $y = \tan x$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的增函数正确；故选 A.

9. 根据《中华人民共和国道路交通安全法》规定：车辆驾驶员血液酒精浓度在 20~80mg/100ml (不含 80) 之间，属于酒后驾车，处暂扣一个月以上三个月以下驾驶证，并处 200 元以上 500 元以下罚款；血液酒精浓度在 80mg/100ml (含 80) 以上时，属醉酒驾车，处十五日以下拘留和暂扣三个月

以上六个月以下驾驶证，并处500元以上2000元以下罚款。据《法制晚报》报道，2009年8月15日至8月28日，全国查处酒后驾车和醉酒驾车共28800人，如图是对这28800人酒后驾车血液中酒精含量进行检测所得结果的频率分布直方图，则属于醉酒驾车的人数约为（ ）。



- A. 2160 B. 2880 C. 4320 D. 8640

【答案】C

【解析】∵血液酒精浓度在80mg/100ml（含80）以上时，属醉酒驾车，通过频率分布直方图知道属于醉驾的频率是 $(0.005 + 0.01) \times 10 = 0.15$ ，

∵样本容量是28800，

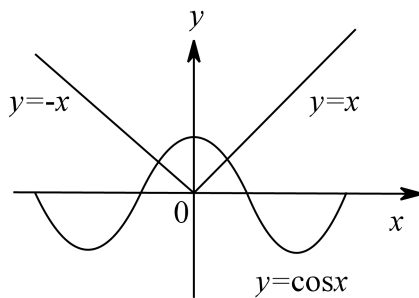
∴醉驾的人数有 $28800 \times 0.15 = 4320$ ，故选C。

10. 方程 $|x| = \cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内（ ）。

- A. 没有根 B. 有且仅有一个根
C. 有且仅有两个根 D. 有无穷多个根

【答案】C

【解析】方程 $|x| = \cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内根的个数，就是函数 $y = |x|$ ， $y = \cos x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内交点的个数，如图，可知只有2个交点，故选C。



11. 已知 $\sin(\alpha + 75^\circ) = \frac{1}{2}$, 则 $\cos(\alpha - 15^\circ) =$ ().

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】 $\because \sin(\alpha + 75^\circ) = \frac{1}{2}$,

$$\therefore \cos[90^\circ - (\alpha + 75^\circ)] = \cos(15^\circ - \alpha) = \frac{1}{2},$$

$$\text{则 } \cos(\alpha - 15^\circ) = \cos(15^\circ - \alpha) = \frac{1}{2}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

12. 从区间 $[0,1]$ 随机抽取 $2n$ 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ 构成 n 个数对 $(x_1, y_1),$

$(x_2, y_2) \cdots (x_n, y_n)$, 其中两数的平方和小于 1 的数对共有 m 个, 则用随机模拟的方法得到的圆周率 π 的

近似值为 ().

- A. $\frac{4n}{m}$ B. $\frac{2n}{m}$ C. $\frac{4m}{n}$ D. $\frac{2m}{n}$

【答案】C

【解析】解: 由题意, $\frac{m}{n} \approx \frac{\pi \cdot 1^2}{2^2},$

$$\therefore \pi \approx \frac{4m}{n}. \text{ 故选: C.}$$

二. 填空题 (共 5 小题)

13. 已知样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的均值 $\bar{x}=5$ ，则样本数据 $2x_1+1, 2x_2+1, \dots, 2x_n+1$ 的均值为_____.

【答案】 11

【解析】解：∵数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为均值 $\bar{x}=5$ ，则样本数据 $2x_1+1, 2x_2+1, \dots, 2x_n+1$ 的均值为： $5 \times 2 + 1 = 11$ ；故答案为： 11.

14. 点 $P(-1,2)$ 在角 α 的终边上，则 $\frac{\tan \alpha}{\cos^2 \alpha} =$ _____.

【答案】 -10

【解析】解：∵角 α 的终边经过点 $P(-1,2)$ ，

$$\therefore x = -1, \quad y = 2, \quad \text{则 } \tan \alpha = -2, \quad \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \frac{\tan \alpha}{\cos^2 \alpha} = -10.$$

故答案为： -10.

15. 从正方形四个顶点及其中心这5个点中，任取2个点，则这2个点的距离小于该正方形边长的概率为_____.

【答案】 $\frac{2}{5}$

【解析】解：设正方形边长为1，

则从正方形四个顶点及其中心这5个点中任取2个点，

共有10条线段，4条长度为1，

4条长度为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，两条长度为 $\sqrt{2}$ ，

∴这2个点的距离小于该正方形边长的概率为： $P = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

故答案为： $\frac{2}{5}$.

16. 函数 $y = \cos^2 x - 3\cos x + 2$ 的最小值为_____.

【答案】 0

【解析】解：令 $\cos x = t$ ，则 $t \in [-1, 1]$ ，

换元可得 $y = t^2 - 3t + 2$ ，

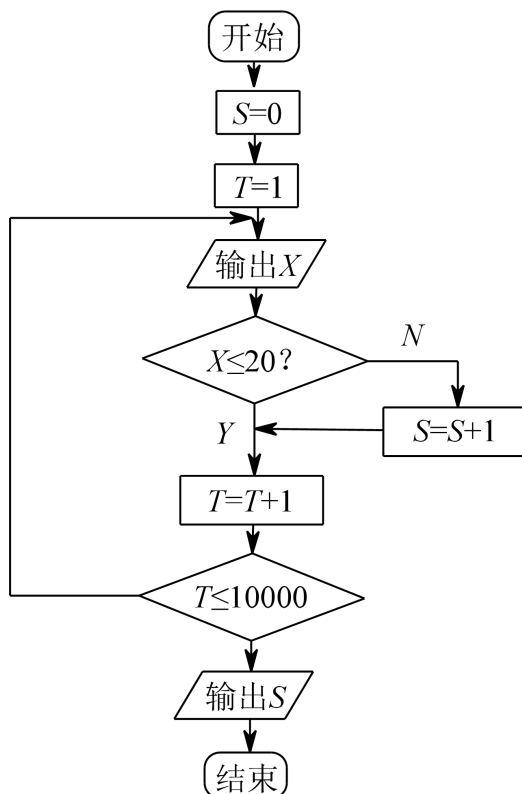
由二次函数的知识可知：

函数 $y = t^2 - 3t + 2$ 在 $t \in [-1, 1]$ 单调递减，

$\therefore$ 当 $t = 1$ 时，函数取最小值 $y_{\min} = 1 - 3 + 2 = 0$.

故答案为： 0 .

17. 为调查深圳市中学生平均每人每天参加体育锻炼时间 X （单位：分钟），按锻炼时间分下列四种情况统计：① 0~10 分钟；② 10~20 分钟；③ 20~30 分钟；④ 30 分钟以上. 有 10000 名中学生参加了此项活动，下图是此次调查中某一项的流程图，其输出的结果是 6200，则平均每天参加体育锻炼时间在 0~20 分钟内的学生的频率是_____.



【答案】 0.38

【解析】解：由图知输出的 S 的值是运动时间超过 20 分钟的学生人数，由于统计总人数是 10000，又输出的 $S = 6200$ ，故运动时间不超过 20 分钟的学生人数是 3800。

事件“平均每天参加体育锻炼时间在 0~20 分钟内的学生的”频率是 $\frac{3800}{10000} = 0.38$ 。

三. 解答题（共 4 小题）

18. 已知角 α 的终边过点 $P(4, -3)$

(1) 求 $\sin \alpha$ ， $\cos \alpha$ ， $\tan \alpha$ 的值。

(2) 求 $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\sin(\pi + \alpha)} \cdot \frac{\tan(\alpha - \pi)}{\cos(3\pi - \alpha)}$ 的值。

【答案】(1) $-\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$ $-\frac{3}{4}$

(2) $\frac{5}{4}$

【解析】解：(1) $\because$ 角 α 的终边过点 $P(4, -3)$ ，

$$\therefore \sin \alpha = \frac{-3}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = -\frac{3}{5}; \quad \cos \alpha = \frac{4}{5}, \quad \tan \alpha = -\frac{3}{4}.$$

(2) 由三角函数的定义知， $\cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{4}{5}$ ， $\tan \alpha = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$ ，

$$\therefore \text{原式} = \frac{\cos \alpha \cdot \tan \alpha}{-\sin \alpha \cdot (-\cos \alpha)} = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{5}{4}.$$

本题考查任意角的三角函数的定义及同角三角函数基本关系的运用，属于中档题。

19. 甲、乙两位学生参加数学竞赛培训，现分别从他们在培训期间参加的若干次预赛成绩中随机抽取 8 次，记录如下：

甲：82，81，79，78，95，88，93，84。

乙：92，95，80，75，83，80，90，85。

(1) 用茎叶图表示这两组数据。

(2) 现要从中选派一人参加数学竞赛，从统计学的角度（在平均数、方差或标准差中选两个）考

虑，你认为选派哪位学生参加合适？请说明理由．

【解析】（1）根据所给的数据，以十位做茎，个位做叶，做出茎叶图，注意图形要做到美观，不要丢失数据．

（2）根据所给的数据做出两个人的平均数和方差，把平均数和方差进行比较，得到两个人的平均数相等，但是乙的方差大于甲的方差，得到要派甲参加．

【解析】解：（1）作出茎叶图如下：

甲					乙			
	9	8		7		5		
8	4	2	1	8	0	0	3	5
	5	3		9	0	2	5	

（2）根据所给的数据得到：

$$x_{\text{甲}} = \frac{1}{8}(78 + 79 + 81 + 82 + 84 + 88 + 93 + 95) = 85, \quad x_{\text{乙}} = \frac{1}{8}(75 + 80 + 80 + 83 + 85 + 90 + 92 + 95) = 85.$$

$$s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{8}[(78 - 85)^2 + (79 - 85)^2 + (81 - 85)^2 + (82 - 85)^2 + (84 - 85)^2 +$$

$$+ (88 - 85)^2 + (93 - 85)^2 + (95 - 85)^2] = 35.$$

$$s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{8}[(75 - 85)^2 + (80 - 85)^2 + (80 - 85)^2 + (83 - 85)^2 + (85 - 85)^2 + (90 - 85)^2 + (92 - 85)^2 + (95 - 85)^2] = 41.$$

$$\because \overline{x_{\text{甲}}} = \overline{x_{\text{乙}}}, \quad s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2,$$

$\therefore$ 甲的成绩较稳定，派甲参赛比较合适．

20. 在甲、乙两个盒子中分别装有标号为1、2、3、4的四个球，现从甲、乙两个盒子中各取出1个球，每个小球被取出的可能性相等．

（1）求取出的两个球上标号为相邻整数的概率．；

（2）求取出的两个球上标号之和能被3整除的概率．

【解析】（1）本题是一个古典概型，试验发生包含的事件是从两个盒子中分别取一个球，共有16种结果，满足条件的事件是所取两个小球上的数字为相邻整数，可以列举出所有结果，根据古典概型概率公式得到结果．

(2) 本题是一个古典概型，试验发生包含的事件是从两个盒子中分别取一个球，共有16种结果，满足条件的事件是所取两个小球上的数字之和能被3整除，列举出共有5种结果，得到概率。

【解析】解：设从甲、乙两个盒子中各取1个球，其数字分别为 x, y ，用 (x, y) 表示抽取结果，则所有可能有 $(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)$ ，共16种。

(1) 所取两个小球上的数字为相邻整数的结果有 $(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3)$ ，共6种。故所求概率 $P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ 。

即取出的两个小球上的标号为相邻整数的概率为 $\frac{3}{8}$ 。

(2) 所取两个球上的数字之和能被3整除的结果有 $(1, 2), (2, 1), (2, 4), (3, 3), (4, 2)$ ，共5种。故所求概率为 $P = \frac{5}{16}$ 。

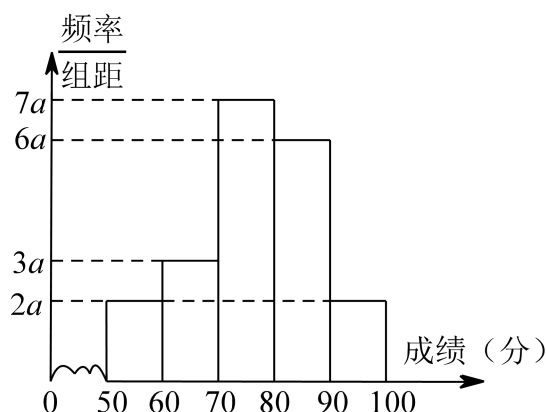
即取出的两个小球上的标号之和能被3整除的概率为 $\frac{5}{16}$ 。

21. 20名学生某次数学考试成绩（单位：分）的频率分布直方图如图：

(1) 求频率分布直方图中 a 的值。

(2) 分别求出成绩落在 $[50, 60)$ 与 $[60, 70)$ 中的学生人数。

(3) 从成绩在 $[50, 70)$ 的学生任选2人，求此2人的成绩都在 $[60, 70)$ 中的概率。



【解析】(1) 根据频率分布直方图求出 a 的值。

(2) 由图可知，成绩在 $[50, 60)$ 和 $[60, 70)$ 的频率分别为 0.1 和 0.15，用样本容量 20 乘以对应的频率，

即得对应区间内的人数，从而求出所求．

(3) 分别列出满足 $[50, 70)$ 的基本事件，再找到在 $[60, 70)$ 的事件个数，根据古典概率公式计算即可．

【解析】解：(1) 根据直方图知组距 $=10$ ，由 $(2a + 3a + 6a + 7a + 2a) \times 10 = 1$ ，解得 $a = 0.005$ ．

(2) 成绩落在 $[50, 60)$ 中的学生人数为 $2 \times 0.005 \times 10 \times 20 = 2$ ，成绩落在 $[60, 70)$ 中的学生人数为 $3 \times 0.005 \times 10 \times 20 = 3$ ．

(3) 记成绩落在 $[50, 60)$ 中的 2 人为 A, B ，成绩落在 $[60, 70)$ 中的 3 人为 C, D, E ，则成绩在 $[50, 70)$ 的学生任选 2 人的基本事件有 $AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE$ 共 10 个，其中 2 人的成绩都在 $[60, 70)$ 中的基本事件有 CD, CE, DE 共 3 个，故所求概率为 $P = \frac{3}{10}$ ．