

高二文科数学试卷

考试时间：120 分钟 试题满分：150 分

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分，每题四个选项中只有一项是符合题目要求的）

1、已知不等式 $ax^2 + bx + c < 0 (a \neq 0)$ 的解集是 ϕ ，则()

A. $a < 0, \Delta > 0$ B. $a < 0, \Delta \leq 0$ C. $a > 0, \Delta \leq 0$ D. $a > 0, \Delta > 0$

2、在下列各结论中，正确的结论为()

① “ $p \wedge q$ ” 为真是 “ $p \vee q$ ” 为真的充分不必要条件

② “ $p \wedge q$ ” 为假是 “ $p \vee q$ ” 为假的充分不必要条件

③ “ $p \vee q$ ” 为真是 “ $\neg p$ ” 为假的必要不充分条件

④ “ $\neg p$ ” 为真是 “ $p \wedge q$ ” 为假的必要不充分条件

A. ①②

B. ①③

C. ②④

D. ③④

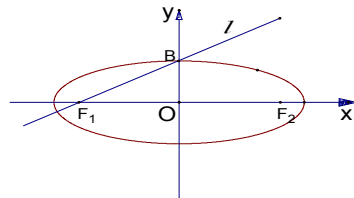
3、 $x(x-3)(2-x)(x+1) > 0$ 的解集为()

A. $(-1, 1)$ B. $(-1, 0) \cup (2, 3)$ C. $(-\infty, -1) \cup (2, 3)$ D. $(-\infty, -1) \cup (0, 2) \cup (3, +\infty)$

4、如图，直线 $l: x - 2y + 2 = 0$ 过椭圆的左焦点

F_1 和 一个顶点 B，该椭圆长轴长为()

A. 10 B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{5}$



5、若实数 x, y 满足 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1$ ，则 $x^2 + 2y^2$ 有()

A. 最小值 $3 + 2\sqrt{2}$ B. 最大值 $3 + 2\sqrt{2}$ C. 最小值 6 D. 最大值 6

6、下列命题中，为真命题的是()

A. $a, b, c \in R$, 且 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$ B. $a, b \in R$, 且 $a \cdot b \neq 0$, 则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

C. $a, b \in R$, 且 $a > |b|$, 则 $a^n > b^n (n \in N^*)$ D. 若 $a > b, c > d$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$

7、已知命题 $p: \exists m \in R, m+1 \leq 0$ ，命题 $q: \forall x \in R, x^2 + mx + 1 > 0$ 恒成立。若 $p \wedge q$ 为假命题，则实数 m 的取值范围为()

A. $m \geq 2$ B. $m \leq -2$ 或 $m > -1$ C. $m \leq -2$ 或 $m \geq 2$ D. $-2 \leq m \leq 2$

8、 θ 在第二象限， $\sin \theta = \frac{4-2m}{m+5}$, $\cos \theta = \frac{m+3}{m-5}$ ，则 m 满足()

- A. $m=0$ B. $3 < m < 9$ C. $m=0$ 或 $m=8$ D. $m < -5$ 或 $m > 3$

9、设 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两个焦点， P 在双曲线上，若

$\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ ， $|\overrightarrow{PF_1}| \cdot |\overrightarrow{PF_2}| = 2ac$ (c 为半焦距)，则双曲线的离心率为()

- A. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ C. 2 D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

10、已知 $a, b \in \mathbb{R}$ ，那么 “ $ab > a + b - 1$ ” 是 “ $a^2 + b^2 < 1$ ” 的()

- A. 充要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件

11、设 F_1, F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点，若直线 $x = \frac{a^2}{c}$

($c = \sqrt{a^2 - b^2}$) 上存在点 P 使线段 PF_1 的垂直平分线过点 F_2 ，则椭圆离心率的取值范围是()

- A. $\left[\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$ B. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$ C. $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$ D. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

12、设 O 为坐标原点， $A(1,1)$ ，若点 $B(x, y)$ 满足 $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 \geq 0, \\ 1 \leq x \leq 2, \\ 1 \leq y \leq 2, \end{cases}$ 则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 取

得最小值时，点 B 的个数是()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 无数个

第Ⅱ卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13、命题“若 $a > b$ ，则 $2^a > 2^b - 1$ ”的否命题为_____.

14、 $F(c, 0)$ 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右焦点， F 与椭圆上点的距离的最大值、最小值分别为 m 、 n ，则椭圆上与点 F 的距离等于 $\frac{m+n}{2}$ 的点的坐标是_____.

15、若 $a+1 > 0$ ，则不等式 $x \geq \frac{x^2 - 2x - a}{x - 1}$ 的解集为_____.

16、设 F_1, F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的左、右焦点，若 P 是椭圆上的一个动点， $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的最大值为_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17、（本小题满分 10 分）

设函数 $f(x) = \lg \frac{ax - 5}{x^2 - a}$ 的定义域为 A ，若命题 $P: 3 \in A$ 与命题 $q: 5 \in A$ 有且只有一个为真命题，求实数 a 的取值范围.

18、（本小题满分 12 分）

实系数一元二次方程 $x^2 + ax + 2b = 0$ 有两个根，一个根在区间 $(0, 1)$ 内，另一个根在区间 $(1, 2)$ 内，求：

(I) 点 (a, b) 对应的区域面积；

(II) $\frac{b-2}{a-1}$ 的取值范围；

(III) $(a-1)^2 + (b-2)^2$ 的取值范围.

19、（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 短轴的一个端点与两焦点是一个正三角形的顶点，

焦点与椭圆上的点的最大距离为 6.

(I) 求这个椭圆的方程;

(II) 若 $A(1,1)$, F_1 是左焦点, P 是椭圆上任意一点, 求 $|PF_1| + |PA|$ 的最小值.

20、(本小题满分 12 分)

已知二次函数 $f(x) = ax^2 + x$ ($a \in R, a \neq 0$).

(I) 当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, $f(\sin x)$ ($x \in R$) 的最大值为 $\frac{5}{4}$, 求 $f(x)$ 的最小值;

(II) 如果 $x \in [0,1]$ 时, 总有 $|f(x)| \leq 1$. 试求 a 的取值范围.

21、(本小题满分 12 分)

直线 $y = kx + b$ 与椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 交于 A、B 两点, 记 $\triangle AOB$ 的面积为 S .

(I) 求在 $k = 0, 0 < b < 1$ 的条件下, S 的最大值;

(II) 当 $|AB| = 2, S = 1$ 时, 求直线 AB 的方程.

22、(本小题满分 12 分)

对于函数 $f(x)$, 若存在 $x_0 \in R$, 使 $f(x_0) = x_0$ 成立, 则称 x_0 为 $f(x)$ 的不动点, 已

知函数 $f(x) = ax^2 + (b+1)x + (b-1)$, ($a \neq 0$).

(I) 当 $a = 1, b = -2$ 时, 求函数的不动点;

(II) 若对任意的实数 b , 函数 $f(x)$ 恒有两个相异的不动点, 求 a 的取值范围;

(III) 在 (II) 的条件下, 若 $y = f(x)$ 的图像上 A、B 两点的横坐标是函数 $f(x)$ 的不动点,

且 A、B 两点关于直线 $y = kx + \frac{1}{2a^2 + 1}$ 对称, 求 b 的最小值.