# 2014-2015 学年度上学期期中阶段测试

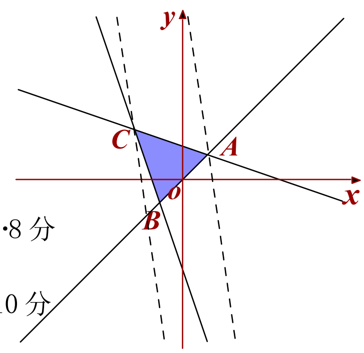
# 高二理科数学试卷参考答案及评分参考

**一.**（1）（C）（2）（D）（3）（A）（4）（C）（5）（A）（6）（D）（7）（D）（8）（B）
（9）（B）（10）（A）（11）（B）（12）（A）

**二.**（13）$(-12,8)$（14）$\{x\,|\,x=15n+7,n\in\mathbf{N}\}$（15）$1:1:1$ 或 $(-2):1:4$（16）$(\frac{\sqrt{2}}{2},1)$

**三.**（17）**解:**

（Ⅰ）依题意可得不等式组表示的平面区域:




其中点 $A$ 为 $(1,1)$, 点 $B$ 为 $(-1,-1)$, 点 $C$ 为 $(-2,2)$.

当 $x=1$, $y=1$ 时, $z$ 取得最大值, 此时 $z_{\max}=8$;

当 $x=-2$, $y=2$ 时, $z$ 取得最小值, 此时 $z_{\min}=-12$. ……8 分

（Ⅱ）$z$ 的取值范围是 $[8,+\infty)$. ……10 分

（18）**解:**

（Ⅰ）由题意得: $\begin{cases}2a_1+d=7\\2a_1+4d=16\end{cases}$, 解得: $\begin{cases}a_1=2\\d=3\end{cases}$.

所以 $a_n=3n-1$（$n\in\mathbf{N}^*$），从而 $b_n=2^{a_n}=2^{3n-1}$. ……4 分

（Ⅱ）由题意得: $c_n=(3n-1)2^{3n-1}=4\cdot(3n-1)\cdot 8^{n-1}$.

⑴当 $n=1$ 时，$S_1=c_1=8$.

⑵当 $n\geq 2$（$n\in\mathbf{N}^*$）时，

$$S_n=4\cdot 2\cdot 1+4\cdot 5\cdot 8+\cdots+4\cdot(3n-4)\cdot 8^{n-2}+4\cdot(3n-1)\cdot 8^{n-1},$$

$$8S_n=4\cdot 2\cdot 8+4\cdot 5\cdot 8^2+\cdots+4\cdot(3n-4)\cdot 8^{n-1}+4\cdot(3n-1)\cdot 8^n,$$

所以 $-7S_n=4\cdot 2\cdot 1+4\cdot 3\cdot 8+\cdots+4\cdot 3\cdot 8^{n-1}-4\cdot(3n-1)\cdot 8^n$ ,

从而 $S_n=\frac{12n}{7}\cdot 8^n-\frac{40}{49}\cdot 8^n+\frac{40}{49}$.

综上，当$n\in\mathbf{N}^*$时，$S_n=\dfrac{12n}{7}\cdot 8^n-\dfrac{40}{49}\cdot 8^n+\dfrac{40}{49}$. ……12 分

（19）**解:**

（Ⅰ）由题意得：$(n-1)a_n=S_{n-1}+(n-1)n$，其中$n\geq 2$，

所以$na_{n+1}-(n-1)a_n=S_n+n(n+1)-S_{n-1}-n(n-1)$，其中$n\geq 2$，

整理得$a_{n+1}-a_n=2$，其中$n\geq 2$.

因为$a_2=S_1+2$，即$a_2-a_1=2$，

所以对于正整数$n$都有$a_{n+1}-a_n=2$.

从而，数列$\{a_n\}$是等差数列，$a_1=2$，公差$d=2$，

即$a_n=a_1+(n-1)d=2n$，其中$n\in\mathbf{N}^*$. ……6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$S_n=n(n+1)$，从而$b_n=\dfrac{S_n}{2^n}=\dfrac{n(n+1)}{2^n}$.

因为$\dfrac{b_{n+1}}{b_n}=\dfrac{n+2}{2n}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{n}$，其中$b_n>0$，

所以$b_1<b_2=b_3$，当$n\geq 3$时，$b_{n+1}<b_n$.

又因为$b_1=1$, $b_2=b_3=\dfrac{3}{2}$，

所以$b_1$，$b_2$，$b_3$，…，$b_n$，…的最大值是$b_2=b_3=\dfrac{3}{2}$，

从而$t$的最小值是$\dfrac{3}{2}$. ……12 分

（20）**解**:

（Ⅰ）由题意得：$\begin{cases}\dfrac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2},\\ \dfrac{1^2}{a^2}+\dfrac{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}{b^2}=1.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a^2=2\\ b^2=1\end{cases}$，

即椭圆$C$的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$.　　……4 分

（Ⅱ）设点$P$为$(x_P,y_P)$,所以$|PM|=\sqrt{(x_P-m)^2+{y_P}^2}$.

因为$\frac{{x_P}^2}{2}+{y_P}^2=1$,所以$|PM|=\sqrt{\frac{1}{2}{x_P}^2-2mx_P+m^2+1}$，

即$|PM|=\sqrt{\frac{1}{2}(x_P-2m)^2-m^2+1}$，其中$-\sqrt{2}\le x_P\le\sqrt{2}$.

⑴当$2m<-\sqrt{2}$时，即$m<-\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$|PM|$在$x_P=-\sqrt{2}$时取得最小值，该最小值为$|m+\sqrt{2}|$；

⑵当$-\sqrt{2}\le 2m\le\sqrt{2}$时，即$-\frac{\sqrt{2}}{2}\le m\le\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$|PM|$在$x_P=2m$时取得最小值，该最小值为$\sqrt{1-m^2}$；

⑶当$2m>\sqrt{2}$时，即$m>\frac{\sqrt{2}}{2}$时，$|PM|$在$x_P=\sqrt{2}$时取得最小值，该最小值为$|m-\sqrt{2}|$.　　……12 分

（21）**解**:

（Ⅰ）设点$P$为$(x,y)$,由题意得：$k_{AP}\cdot k_{A'P}=\frac{y}{x+a}\cdot\frac{y}{x-a}=-\frac{b^2}{a^2}$.

整理得$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$,其中$x\ne -a$且$x\ne a$.　　……4 分

（Ⅱ）设点$M$为$(x_M,y_M)$,所以直线$AM$的方程为: $y=\frac{y_M}{x_M+a}(x+a)$，直线$A'M$的方程为: $y=\frac{y_M}{x_M-a}(x-a)$,

从而点$M_1$为$(0,\frac{ay_M}{x_M+a})$，点$M_2$为$(0,-\frac{ay_M}{x_M-a})$.

因此$|OM_1|\cdot|OM_2|=|\dfrac{ay_M}{x_M+a}|\cdot|-\dfrac{ay_M}{x_M-a}|=|\dfrac{a^2{y_M}^2}{{x_M}^2-a^2}|$.

又因为$\dfrac{{x_M}^2}{a^2}+\dfrac{{y_M}^2}{b^2}=1$,

故，$|OM_1|\cdot|OM_2|=b^2$. ……10 分

（III）$|ON_1|\cdot|ON_2|=a^2$. ……12 分

（22）**解:**（Ⅰ）$T_a=\dfrac{N\cdot t_1+N\cdot t_2+N\cdot t_3+N\cdot t_4+N\cdot t_5}{N+N+N+N+N}=\dfrac{t_1+t_2+t_3+t_4+t_5}{5}$

$$T_b=\frac{M+M+M+M+M}{\frac{M}{t_1}+\frac{M}{t_2}+\frac{M}{t_3}+\frac{M}{t_4}+\frac{M}{t_5}}=\frac{5}{\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\frac{1}{t_4}+\frac{1}{t_5}}$$ ……6 分

（Ⅱ）$T_a-T_b=\dfrac{t_1+t_2+t_3+t_4+t_5}{5}-\dfrac{5}{\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\frac{1}{t_4}+\frac{1}{t_5}}$

$$=\frac{(t_1+t_2+t_3+t_4+t_5)(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\frac{1}{t_4}+\frac{1}{t_5})-25}{5(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\frac{1}{t_4}+\frac{1}{t_5})}$$

因为$(t_1+t_2+t_3+t_4+t_5)(\dfrac{1}{t_1}+\dfrac{1}{t_2}+\dfrac{1}{t_3}+\dfrac{1}{t_4}+\dfrac{1}{t_5})=5+(\dfrac{t_2}{t_1}+\dfrac{t_1}{t_2})+(\dfrac{t_3}{t_1}+\dfrac{t_1}{t_3})$

$+(\dfrac{t_4}{t_1}+\dfrac{t_1}{t_4})+(\dfrac{t_5}{t_1}+\dfrac{t_1}{t_5})+(\dfrac{t_3}{t_2}+\dfrac{t_2}{t_3})+(\dfrac{t_4}{t_2}+\dfrac{t_2}{t_4})+(\dfrac{t_5}{t_2}+\dfrac{t_2}{t_5})+(\dfrac{t_4}{t_3}+\dfrac{t_3}{t_4})$

$+(\dfrac{t_5}{t_3}+\dfrac{t_3}{t_5})+(\dfrac{t_5}{t_4}+\dfrac{t_4}{t_5})$

所以$(t_1+t_2+t_3+t_4+t_5)(\dfrac{1}{t_1}+\dfrac{1}{t_2}+\dfrac{1}{t_3}+\dfrac{1}{t_4}+\dfrac{1}{t_5})\ge 5+2\cdot 10=25$（当且仅当$t_1=t_2=t_3=t_4=t_5$时等号成立）.

从而$T_a-T_b\ge 0$（当且仅当$t_1=t_2=t_3=t_4=t_5$时等号成立）.

故$T_a\ge T_b$（当且仅当$t_1=t_2=t_3=t_4=t_5$时等号成立）. ……12 分