

2012—2013 学年度上学期期末考试

高二年级文科 数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的）

1. 集合 $M = \{x \mid x^2 - 2x - 3 < 0\}$ ，集合 $N = \{x \mid x \geq 2\}$ ，则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2\}$ B. $\{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x > 3\}$
C. $\{x \mid 2 \leq x < 3\}$ D. $\{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } -1 < x < 3\}$

2. 椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 上一点 M 到一个焦点的距离为 4，则 M 到另一个焦点的距离为 ()

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 2

3. “ $\exists x \in A$ ，使得 $x^2 - 2x - 3 > 0$ ” 的否定为 ()

- A. $\exists x \in A$ ，使得 $x^2 - 2x - 3 < 0$ B. $\exists x \in A$ ，使得 $x^2 - 2x - 3 \leq 0$
C. $\forall x \in A$ ，使得 $x^2 - 2x - 3 > 0$ D. $\forall x \in A$ ，使得 $x^2 - 2x - 3 \leq 0$

4. 已知在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ， $a_5 = 9$ ，则 $a_3 =$ ()

- A. ± 5 B. 5 C. ± 3 D. 3

5. 曲线 $y = e^x$ 在点 $A(0,1)$ 处的切线斜率为 ()

- A. 1 B. 2 C. e D. $\frac{1}{e}$

6. “直线与双曲线有唯一的公共点”是“直线与双曲线相切”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_4 = S_8 > 0$ ，则 ()

- A. $S_{12} = 0$ B. 公差 $d > 0$ C. $a_6 = 0$ D. $S_4 > S_5$

8. 设 P 为双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{12} = 1$ 上的一点， F_1, F_2 是该双曲线的两个焦点，若

$|PF_1|:|PF_2|=3:2$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 ()

A. $6\sqrt{3}$

B. 12

C. $12\sqrt{3}$

D. 24

9. 实数 x, y , 不等式组 $\begin{cases} x \geq 1 \text{ 且 } y \leq 2 \\ y \geq kx - 3k + 2 \end{cases}$ 所确定的可行域内, 若目标函数 $z = y - x$ 仅

在点 $(3, 2)$ 取得最小值, 则实数 k 的取值范围是 ()

A. $(0, 2)$

B. $(1, 2)$

C. $[0, 1]$

D. $(0, 1)$

10. 对于使 $f(x) \leq M$ 恒成立的所有常数 M 中, 我们把 M 的最小值叫做 $f(x)$ 的上确界,

若 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b = 1$, 则 $-\frac{1}{2a} - \frac{2}{b}$ 的上确界为 ()

A. $\frac{9}{2}$

B. $-\frac{9}{2}$

C. $\frac{1}{4}$

D. -4

11. $f(x), g(x)$ 分别是定义在 R 上的奇函数和偶函数, 当 $x < 0$ 时,

$f'(x)g(x) + f(x)g'(x) < 0$ 且 $f(-2) = 0$, 则不等式 $f(x)g(x) < 0$ 的解集为 ()

A. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

B. $(-2, 0) \cup (0, 2)$

C. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

D. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$

12. 设经过定点 $M(a, 0)$ 的直线与抛物线 $y^2 = 2px$ 相交于 P, Q 两点, $\frac{1}{|PM|^2} + \frac{1}{|QM|^2}$

为常数, 则 a 的值为 ()

A. $\frac{p}{2}$

B. $2p$

C. p

D. $-2p$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若关于 x 的不等式 $\frac{x-a}{x-1} > 0$ 的解集为 $(-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$, 则实数 $a =$ _____

14. 函数 $y = x^3 - 3x + 9$ 的极小值是 _____

15. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 是它的前 n 项和, 若 $S_{16} > 0$, 且 $S_{17} < 0$, 则当 S_n 最大时, n 的值为 _____

16. 过抛物线 $x^2=2py(p>0)$ 的焦点 F 作倾斜角为 30° 的直线, 与抛物线分别交于 A 、 B 两点(点 A 在 y 轴左侧), 则 $\frac{|FB|}{|AF|} = \underline{\hspace{2cm}}$

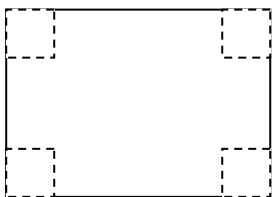
三、解答题(本大题共 6 小题, 满分 70 分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤)

17. (本小题满分 10 分)

已知 $p: -1 \leq \frac{x-1}{3} \leq 3$, $q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$, 若 p 是 q 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

如图, 一矩形铁皮的长为 8cm, 宽为 5cm, 在四个角上截去四个相同的小正方形, 制成一个无盖的小盒子, 问小正方形的边长为多少时, 盒子容积最大?



19. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的首项为 $a_1=3$, 通项 a_n 与前 n 项和 S_n 之间满足 $2a_n = S_n \cdot S_{n-1} (n \geq 2)$

(1) 求证: $\left\{ \frac{1}{S_n} \right\}$ 是等差数列, 并求公差;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

20. (本小题满分 12 分)

椭圆 $ax^2 + by^2 = 1$ 与直线 $x + y - 1 = 0$ 相交于 A 、 B 两点, 若 $|AB| = 2\sqrt{2}$, 线段 AB 的

中点为 C ， O 为坐标原点，且 OC 的斜率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，求椭圆方程.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax^3 + bx$ ($x \in R$),

- (1) 若函数 $f(x)$ 的图象在点 $x=3$ 处的切线与直线 $24x - y + 1 = 0$ 平行，函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值，求函数 $f(x)$ 的解析式，并确定函数的单调递减区间；
- (2) 若 $a=1$ ，且函数 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上是减函数，求 b 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $A(0,-2)$ ， $B(0,2)$ ，在 x 轴上有一点 M 满足： $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MC}|$ ， $\overrightarrow{GM} = \lambda \overrightarrow{AB} (\lambda \in R)$.

(I) 求点 C 的轨迹方程；

(II) 直线 l 与点 C 的轨迹交于 P 、 Q 两点，弦 PQ 的中点坐标为 $(-\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ ，求弦长 $|PQ|$.