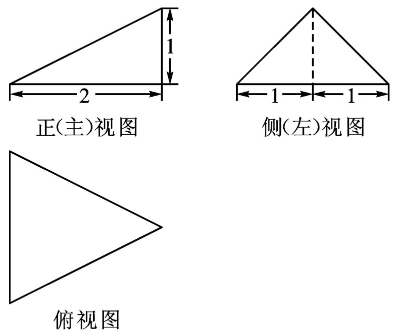
2016—2017 学年度第一学期期末试卷

高二数学试题

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

1.某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的表面积是(　　)



A．$2+\sqrt{5}$　　　　B．$4+\sqrt{5}$

C．$2+2\sqrt{5}$　　　　D．5

2．设α,β是两个不同的平面，m是直线且$m\subset\alpha$，“$m//\beta$“是“$\alpha//\beta$”的（　　）

A．充分而不必要条件　　　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

3.已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ （a>0，b>0）的一条渐近线过点（2，$\sqrt{3}$），且双曲线的一个焦点在抛物线 $y^2=4\sqrt{7}x$ 的准线上，则双曲线的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{21}-\frac{y^2}{28}=1$　　　　B．$\frac{x^2}{28}-\frac{y^2}{21}=1$

C．$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=1$　　　　D．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

4．过点(1，0)且与直线 $x-2y-2=0$ 平行的直线方程是(　　)

A．$x-2y-1=0$　　　　B．$x-2y+1=0$

C．$2x+y-2=0$　　　　D．$x+2y-1=0$

5.直线$x+(a^2+1)y+1=0$（a∈R）的倾斜角的取值范围是（　　）

A．[0，$\frac{\pi}{4}$]　B．[$\frac{3\pi}{4}$，π）　C．[0，$\frac{\pi}{4}$]∪（$\frac{\pi}{2}$，π）　D．[$\frac{\pi}{4}$，$\frac{\pi}{2}$）∪[$\frac{3\pi}{4}$，π）

6.若 l、m、n 是空间中互不相同的直线，α、β是不重合的两平面，则下列命题中为真命题的是（　　）

A．若α∥β，l⊂α，n⊂β，则 l∥n　　　　B．若 α⊥β，l⊂ α，则 l⊥β

C．若 l⊥n，m⊥n，则 l∥m　　　　D．若 l⊥α，l∥β，则α⊥β

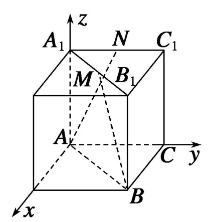
7.已知 M={（x，y）|$x^2+2y^2=3$}，N={（x，y）|y=mx+b}．若对于所有的 m∈R，均有 M∩N≠∅，则 b 的取值范围是（　　）

A．$\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$　B．$\left(-\frac{\sqrt{6}}{2},\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$　C．$\left[-\frac{\sqrt{6}}{2},\frac{\sqrt{6}}{2}\right]$　D．$\left[-\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$

8．已知直线$ax+by-6=0(a>0,b>0)$被圆$x^2+y^2-2x-4y=0$截得的弦长为$2\sqrt{5}$，则ab的最大值是（　）

A．$\frac{5}{2}$　　　　B．4　　　　C．$\frac{9}{2}$　　　　D．9

9．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 为 BB_1 的中点，则平面 A_1ED 与平面 $ABCD$ 的夹角的余弦值为（　　）



A. $\frac{1}{2}$　　　　B. $\frac{2}{3}$　　　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10 若直线 $y=kx$ 与圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 的两个交点关于直线 $2x+y+b=0$ 对称，则 k，b 的值分别为(　　)

A. $\frac{1}{2}$，-4　　　　B. $-\frac{1}{2}$，4

C. $\frac{1}{2}$，4　　　　D. $-\frac{1}{2}$，-4

11. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两焦点为 F_1（－c，0）、F_2（c，0），P 为直线 $x=\frac{a^2}{c}$ 上一点，F_1P 的垂直平分线恰过 F_2 点，则 e 的取值范围为（　　）

A. $\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$　　B. $\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$　　C. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$　　D. $\left[\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$

12. 已知 F 是抛物线 $y^2=x$ 的焦点，点 A，B 在该抛物线上且位于 x 轴的两侧，$\overline{OA}\cdot\overline{OB}=2$（其中 O 为坐标原点），则 ΔABO 与 ΔAFO 面积之和的最小值是(　　)

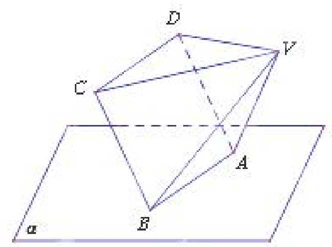
A. 2　　　　B. 3　　　　C. $\frac{17\sqrt{2}}{8}$　　　　D. $\sqrt{10}$

二、**填空题：**本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若命题“∃x∈R，使得 $ax^2+ax+1\leqslant 0$”为假命题，则实数 a 的取值范围为____.

14. 在平面直角坐标系内，已知 B（－3，$3\sqrt{3}$），C（3，－$3\sqrt{3}$），且 H（x，y）是曲线 $x^2+y^2=1$ 上任意一点，则 $\overline{BH}\cdot\overline{CH}$ 的值为______

15. 已知正四棱锥 $V-ABCD$ 可绕着 AB 任意旋转，$CD//$平面 α. 若 $AB=2$，$VA=\sqrt{5}$，则正四棱锥 $V-ABCD$ 在面 α 内的投影面积的取值范围是______.



16. 如果直线 $2ax-by+14=0(a>0,b>0)$ 和函数 $f(x)=m^{x+1}+1(m>0,m\neq 1)$ 的图象恒过同一个定点，且该定点始终落在圆 $(x-a+1)^2+(y+b-2)^2=25$ 的内部或圆上，那么 $\frac{b}{a}$ 的取值范围为________.

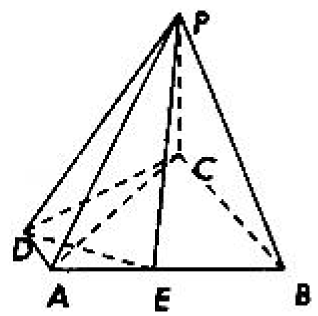
三、**解答题：**本大题共 6 小题，共 70 分.

17.（10 分）已知 $p:\left|1-\frac{x-1}{3}\right|\leq 2;q:x^2-2x+1-m^2\leq 0(m>0)$，若￢p 是￢q 的必要非充分条件，求实数 m 的取值范围.

18.（12 分）如图所示，四棱锥 P－ABCD 的底面为直角梯形，∠ADC=∠DCB=90°，AD=1，BC=3，PC=CD=2，PC⊥底面 ABCD，E 为 AB 的中点．

（1）求证：平面 PDE⊥平面 PAC；

（2）求直线 PC 与平面 PDE 所成的角的正弦值．



19.（12 分）设 A，B 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的左、右顶点，双曲线的实轴长为 $4\sqrt{3}$，焦点到渐近线的距离为 $\sqrt{3}$.

(1)求双曲线的方程；

(2)已知直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-2$ 与双曲线的右支交于 M, N 两点，且在双曲线的右支上存在点 D，使 $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}=t\overrightarrow{OD}$，求 t 的值及点 D 的坐标．

20.（12 分）已知矩形 $ABCD$ 的对角线交于点 $P(2,0)$，边 AB 所在直线的方程为 $x-3y-6=0$，点 $(-1,1)$ 在边 AD 所在的直线上．

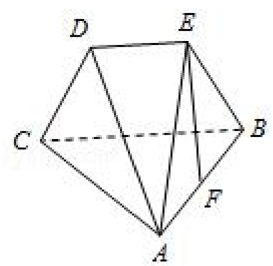
（1）求矩形 $ABCD$ 的外接圆的方程；

（2）已知直线 $l:(1-2k)x+(1+k)y-5+4k=0\ (k\in R)$，求证：直线 l 与矩形 $ABCD$ 的外接圆恒相交，并求出相交的弦长最短时的直线 l 的方程．

21.（12 分）在多面体 ABCDE 中，BC=BA，DE∥BC，AE⊥平面 BCDE，BC=2DE，F 为 AB 的中点．

（1）求证：EF∥平面 ACD；

（2）若 EA=EB=CD，求二面角 B－AD－E 的正切值的大小．



22.（12分）如图，已知离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$的椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）过点M（2，1），O为坐标原点，平行于OM的直线l交椭圆C于不同的两点A、B.

（1）求椭圆C的方程.

（2）证明：直线MA、MB与x轴围成一个等腰三角形.