

高二年级 数学（文科）试卷

$$\text{参考公式: } \chi^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}, \quad \begin{array}{c|c} p(\chi^2 \geq k) & 0.05 \quad 0.01 \\ \hline k & 3.841 \quad 6.635 \end{array}$$

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题意要求的。

1. 若将复数 $\frac{2+i}{i}$ 表示为 $a+bi$ ($a, b \in R, i$ 是虚数单位) 的形式，则 $\frac{b}{a}$ 的值为

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

2. 若函数 $f(x) = \sqrt{1-x}$ 的定义域为 A，函数 $g(x) = \lg(x-1)$ ， $x \in [2, 11]$ 的值域为 B，则 $A \cap B$ 为

- A. $(-\infty, 1]$ B. $[0, 1]$ C. $(-\infty, 1)$ D. $[0, 1)$

3. 下列命题中为真命题的是

- (1) 存在四个面都是直角三角形的三棱锥；
 (2) 各侧面都是全等三角形的四棱锥是正四棱锥；
 (3) 底面是正三角形且各侧面都是矩形的三棱柱是正三棱柱；
 (4) 有两个侧面垂直于底面的四棱柱是直四棱柱.

- A. (1) (3) B. (1) (4) C. (2) (3) D. (2) (4)

4. 根据表格中的数据，可以断定函数 $f(x) = \ln x - \frac{2}{x}$ 的零点所在的区间是

x	1	2	e	3	5
$\ln x$	0	0.79	1	1.09	1.63
$\frac{2}{x}$	2	1	0.74	0.67	0.4

- A. (1, 2) B. (2, e) C. (e , 3) D. (3, $+\infty$)

5. 若 $O(0, 0)$ ， $A(4, -1)$ 两点到直线 $ax + a^2y + 6 = 0$ 的距离相等，则实数 a 可能取值的个数共有 () 个

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

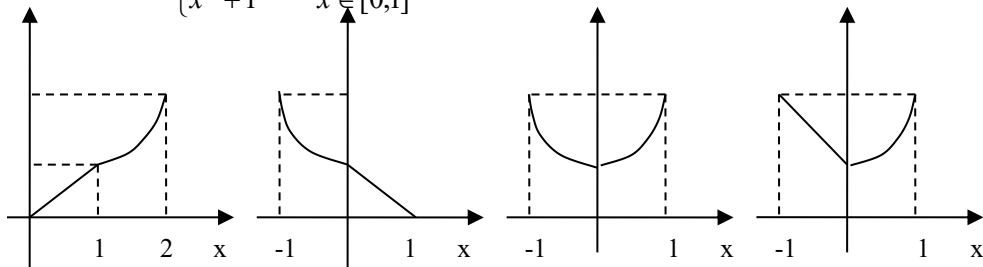
6. 已知结论：“在正三角形 ABC 中，若 D 是边 BC 的中点，G 是三角形 ABC 的重心，则 $\frac{AG}{GD} = 2$ ”。若把该结论推广到空间，则有结论：“在棱长都相等的四面体 ABCD 中，若 $\triangle BCD$ 的中心为 M，四面体内部一点 O 到四面体各面的距离都相等，则 $\frac{AO}{OM} =$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 已知圆的方程为 $x^2 + y^2 - 4x = 0$. 设该圆过点 $(2, 1)$ 的最长弦和最短弦分别为 AC 和 BD , 则四边形 $ABCD$ 的面积为

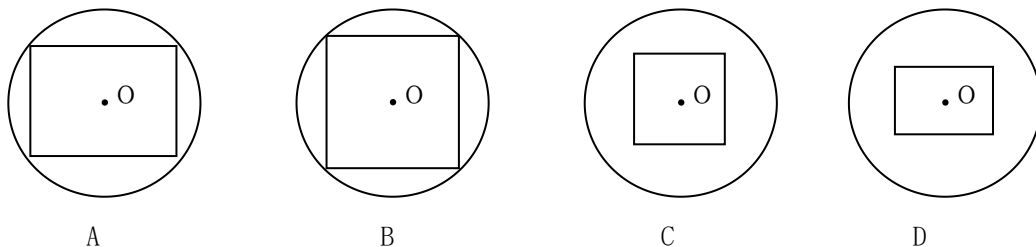
A. $2\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$

8. 已知 $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \in [-1, 0) \\ x^2+1 & x \in [0, 1] \end{cases}$, 则下列函数的图象错误的是



A. $f(x-1)$ 的图象 B. $f(-x)$ 的图象 C. $f(|x|)$ 的图象 D. $|f(x)|$ 的图象

9. 一正方体内接于一个球, 过球心作一个截面, 下面几个截面中必定错误的是

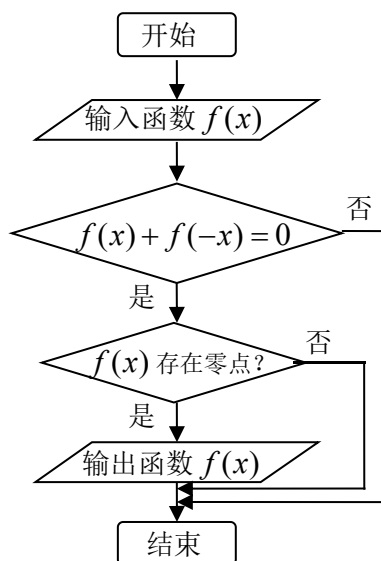


10. 某程序框图如右图所示, 现输入如下四个函数, 则可以输出的函数是

A. $f(x) = x^2$ B. $f(x) = \frac{1}{x}$
C. $f(x) = e^x$ D. $f(x) = \sin x$

11. 甲乙两个班级进行计算机考试, 按照学生考试成绩优秀和不优秀统计后, 得到如下的列联表:

	优秀	不优秀	合计
甲班	10	35	45
乙班	7	38	45
合计	17	73	90



利用独立性检验估计，你认为成绩与班级

- A. 有 95% 的把握有关 B. 无关
C. 有 99% 的把握有关 D. 无法确定

12. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, a]$ 上是增函数，函数

$y = f(x+a)$ 是偶函数，当 $x_1 < a, x_2 > a$ ，且 $|x_1 - a| < |x_2 - a|$ 时，有

- A. $f(2a - x_1) > f(x_2)$ B. $f(2a - x_1) = f(x_2)$
C. $f(x_1) < f(2a - x_2)$ D. $f(x_1) < f(x_2 - 2a)$

第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分.

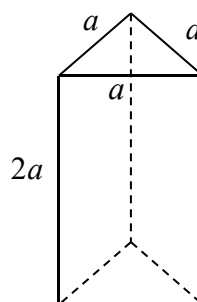
13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} f(x-2) & (x \geq 0) \\ 2^{-x} + 2007 & (x < 0) \end{cases}$ ，则 $f(2007)$ 的值为_____

14. 如图，直三棱柱的主视图面积为 $2a^2$ ，则左视

图的面积为_____

15. 已知 x 、 y 之间的数据如下表所示，则 y 与 x 之间的线性回归方程恒过点_____

x	1	2	3	4
y	2.25	2.38	2.42	2.55



16. 已知曲线 $C: x^2 + y^2 = 2(x \geq 0, y \geq 0)$ 与曲线 $y = \log_a x$ 和 $y = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的交点分别为 $A(x_1, y_2)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，则 $x_1^2 + x_2^2 =$ _____

三、解答题（本大题有 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. (本大题满分 10 分)

已知函数 $y = -\sin^2 x + a \sin x - \frac{a}{4} + \frac{1}{2}$ 的最大值为 1，求 a 的值 .

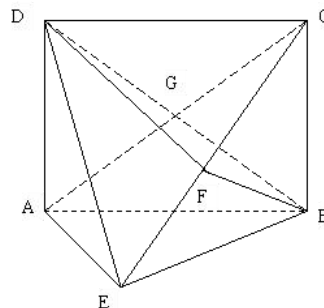
18. (本小题满分 12 分)

如图，矩形 $ABCD$ 中， $AD \perp$ 平面 ABE ，
 $AE = EB = BC = 2$ ， F 为 CE 上的点，且 $BF \perp$ 平面 ACE .

(I) 求证： $AE \perp$ 平面 BCE ；

(II) 求证： $AE \parallel$ 平面 BFD ；

(III) 求三棱锥 $C - BGF$ 的体积.



19. (本小题满分 12 分)

已知动点 M 到点 $A(2,0)$ 的距离是它到点 $B(8,0)$ 的距离的一半.

(I) 求动点 M 的轨迹方程;

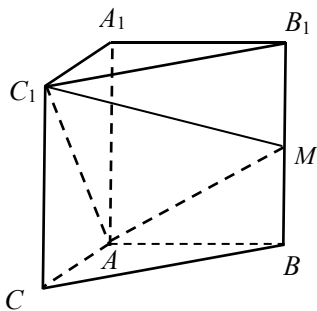
(II) 设 M 为 (I) 中轨迹上的动点, 点 $N(2\sqrt{2},0)$, 求 $\angle OMN$ 的最大值.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AA_1 = AB = AC = 1$.

(I) 设 M 是棱 BB_1 的中点, 求 $\triangle MAC_1$ 在平面 ACC_1A_1 内的正射影的面积;

(II) 若 M 是棱 BB_1 上的任意一点 (包括端点), 求四棱锥 $C_1-MAA_1B_1$ 体积的取值范围.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - e^{-x}$ ($x \in \mathbb{R}$ 且 e 为自然对数的底数).

(I) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性与单调性, 并证明;

(II) 是否存在实数 t , 使不等式 $f(x-t) + f(t^3 - x^3) \geq 0$ 对一切 $x \in (-\infty, 1]$ 都成立, 若存在, 求出 t ; 若不存在, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知可行域 $\begin{cases} y \geq 0, \\ x - \sqrt{3}y + 2 \geq 0, \\ \sqrt{3}x + y - 2\sqrt{3} \leq 0, \end{cases}$ 的外接圆 C 与 y 轴交于点 A_1A_2 , 椭圆 C_1 以线段 A_1A_2 为

短轴, 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(I) 求圆 C 及椭圆 C_1 的方程;

(II) 过椭圆 C_1 上一点 P (不在坐标轴上) 向圆 C 引两条切线 PA 、 PB 、 A 、 B 为切点, 直线 AB 分别与 x 轴、 y 轴交于点 M 、 N . 求 $\triangle MON$ 面积的最小值. (O 为原点).