

$\overline{AB} \cdot \overline{AD} = 0$ ，则 $\triangle ABCD$ 是 ()

A、钝角三角形 B、锐角三角形 C、直角三角形 D、任意三角形

8、某校毕业生毕业后有回家待业，上大学和补习三种方式，现取一个样本调查如图所示。

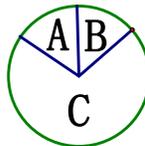
若该校每个学生上大学的概率为 $\frac{4}{5}$ ，则每个学生补习的概率为 ()

A、 $\frac{1}{10}$

B、 $\frac{2}{25}$

C、 $\frac{3}{25}$

D、 $\frac{1}{5}$



A. 补习
B. 回家待业8人
C. 上大学80人

9、已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n > 0, n = 1, 2, \dots$ ，且 $a_5 \cdot a_{2n-5} = 2^{2n} (n \geq 3)$ ，则当 $n \geq 1$ 时，

$\log_2 a_1 + \log_2 a_3 + \dots + \log_2 a_{2n-1} =$..

A. $n(2n-1)$

B. $(n+1)^2$

C. n^2

D. $(n-1)^2$

10、函数 $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{2}) + 2|\sin(\pi + x)|, x \in [0, 2\pi]$ 的图像与直线 $y = k$ 有且仅有两个不同交点，则 k 的取值范围是 ()

A、 $(-1, 3)$ B、 $(-1, 0) \cup (0, 3)$ C、 $(0, 1)$ D、 $(1, 3)$

11、从 $M = \{(x, y) \mid |x-2| + |y-2| \leq 2, x, y \in R\}$ ，内任取一点，该点到原点的距离不超过 2 的概率是 ()

A、 $\frac{\pi-2}{8}$ B、 $\frac{\pi-2}{4}$ C、 $\frac{\pi-2}{16}$ D、 $\frac{1}{4}$

12、已知 $0 < 2\alpha < 90^\circ < \beta < 180^\circ, a = (\sin \alpha)^{\cos \beta}, b = (\cos \alpha)^{\sin \beta}, c = (\cos \alpha)^{\cos \beta}$ ，
则 a, b, c 大小关系是 ()

A、 $a > c > b$ B、 $a > b > c$ C、 $b > a > c$ D、 $c > a > b$

第二卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分。请把答案填在题中横线上

13、设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q = \frac{1}{2}$ ，前 n 项和为 S_n ，则 $\frac{S_4}{a_4} = \underline{\hspace{2cm}}$. (15)

14、若函数 $f(x) = \sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x$ $x \in R$ ，又 $f(\alpha) = -2$ ， $f(\beta) = 0$ ，且 $|\alpha - \beta|$ 的最小值等于 $\frac{3\pi}{4}$ ，则正数 ω 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15、某单位为了了解用电量 y 度与气温 $x^\circ C$ 之间的关系，随机统计了某 4 天的用电量与当天气温，并制作了对照表：

气温 ($^\circ C$)	18	13	10	-1
用电量 (度)	24	34	38	64

由表中数据得线性回归方程 $\hat{y} = bx + a$ 中, $b = -2$ ，预测当气温为 $-4^\circ C$ 时，用电量的度数约为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16、设 D 、 P 为 $\triangle ABC$ 内的两点，且满足 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ ， $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}$ ，则

$$\frac{S_{\triangle APD}}{S_{\triangle ABC}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17、等比数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_1 = 2, a_4 = 16$..

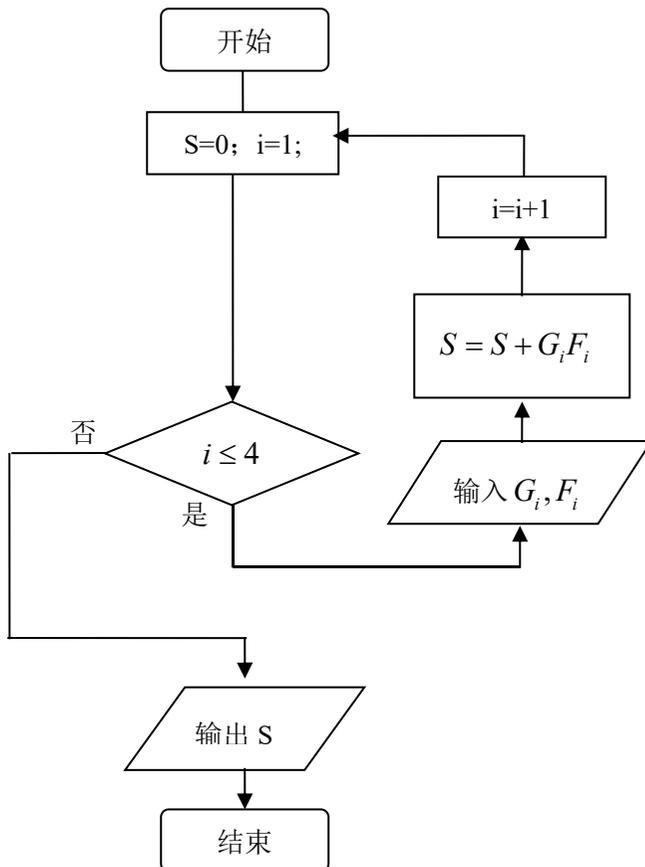
(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(II) 若 a_3, a_5 分别为等差数列 $\{b_n\}$ 的第 3 项和第 5 项，试求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n 。

18、(本小题满分 12 分) 为了让学生更多的了解“数学史”知识，某中学举办了一次“追寻先哲的足迹，倾听数学的声音”的数学史知识竞赛活动，共有 800 名学生参加了这次竞赛，为了解本次竞赛的成绩情况，从中抽取了部分学生的成绩（得分均为整数，满分为 100 分）进行统计。请你根据频率分布表，解答下列问题：

序号 (i)	分组 (分数)	组中值 (G_i)	频数 (人数)	频率 (F_i)
1	[60,70)	65	①	0.16
2	[70,80)	75	22	②
3	[80,90)	85	14	0.28
4	[90,100)	95	③	④
合计			50	1

- (1) 填充频率分布表中的空格 (在解答中直接写出对应空格序号的答案);
- (2) 为鼓励更多的学生了解“数学史”知识, 成绩不低于 80 分的学生能获奖, 那么可以估计在参加的 800 名学生中大概有多少同学获奖?
- (3) 在上述统计数据的分析中有一项计算见算法流程图, 求输出 S 的值。



19、(本小题满分 12 分) 已知向量 $\vec{a} = (2\cos\frac{x}{2}, 1+\tan^2x)$ $\vec{b} = (\sqrt{2}\sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}), \cos^2x)$ 令

$$f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$$

(1) 求 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2})$ 上的单调增区间;

(2) 若 $f(\alpha) = \frac{5}{2}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 求 $f(-\alpha)$ 的值。

20、(本小题满分 12 分) 一个均匀的正四面体, 四个面上分别标有数字 1、2、3、4, 现将四面体随机地抛掷两次。

(1) 若记每个四面体朝下的面上的数字分别为 x, y , 求点 (x, y) 恰好在直线

$$x - y - 1 = 0$$
 上的概率;

(2) 若记每个四面体能看到的三个面上的数字之和分别为 a, b ,

求 $a + b \geq 15$ 的概率。

21、(本小题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 三内角 A 、 B 、 C 的对边分别是 a 、 b 、 c , 其中

$$c = 10, \text{ 且 } \frac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} = -\frac{7}{25}.$$

(1) 判断 $\triangle ABC$ 的形状;

(2) 若 $\triangle ABC$ 外接圆为 $\odot O$, 点 P 位于劣弧 \widehat{AC} 上, $\angle PAB = 60^\circ$, 求四边形 $ABCP$ 的面积.

22、在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \lambda a_n + \lambda^{n+1} + (2 - \lambda)2^n (n \in \mathbf{N}^*)$, 其中 $\lambda > 0$.

(1) 求证: 数列 $\left\{ \frac{a_n}{\lambda^n} - \left(\frac{2}{\lambda} \right)^n \right\}$ 为等差数列;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;