

专题六 概率与统计、复数、算法

时间：120 分钟 满分：150 分

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. (导学号：05856093)(2018·黑河摸底考试)复数 $\frac{3-2i}{2i}$ 的共轭复数在复平面内的对应点在()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. (导学号：05856094)(2017·佳木斯摸底考试)一个班有 50 名学生，随机编为 1~50 号，为了解他们在课外的兴趣爱好，运用系统抽样法选出 5 名学生进行问卷调查，若有 3 名学生编号为 6,26,36，则另 2 名学生编号分别为()

A. 16,48 B. 18,48 C. 18,46 D. 16,46

3. (导学号：05856095)已知 x 与 y 之间的一组数据，则 y 与 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 必过点()

x	0	1	2	3
y	1	2	4	5

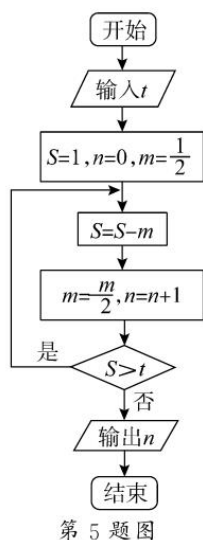
A.(2,2) B. (1,2) C. (1.5,3) D. (1.5,0)

4. (导学号：05856096)为美化环境，从红、黄、白、紫 4 种颜色的花中任选 2 种花种在一个花坛中，余下的 2 种花种在另一个花坛中，则红色和紫色的花不在同一花坛的概率是()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

5. (导学号：05856097)执行如图所示的程序框图，如果输入的 $t=0.01$ ，则输出的 $n=()$

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8



甲			乙	
9	7	7	8	y
5	0	x	8	1 1 0
	1		9	2

第 6 题图

6. (导学号: 05856098)(2017·巴中质检)某学校从高三甲、乙两个班中各选 6 名同学参加数学竞赛, 他们取得的成绩(满分 100 分)的茎叶图如图所示, 其中甲班学生成绩的众数是 85, 乙班学生成绩的平均分为 81, 则 $x+y$ 的值为()

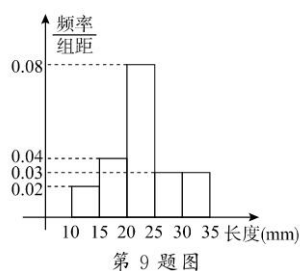
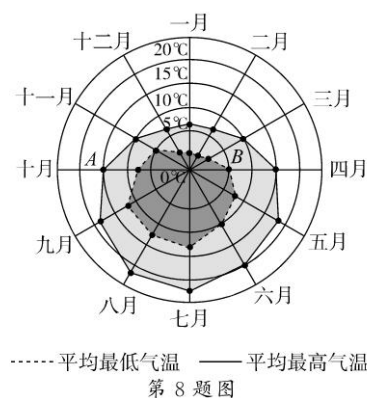
- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

7. (导学号: 05856099)(2017·遵义联考)在 2015 年全国大学生运动会中, 某主办校从含 A 的 6 名大学生中选配 2 名学生参加比赛, 则学生 A 不被选配参加比赛的概率为()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

8. (导学号: 05856100)某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况, 绘制了一年 中月平均最高气温和平均最低气温的雷达图. 图中 A 点表示十月的平均最高气温为 15°C , B 点表示四月的平均最低气温约为 5°C . 下面叙述不正确的是()

- A. 各月的平均最低气温都在 0°C 以上
 B. 七月的平均温差比一月的平均温差大
 C. 三月和十一月的平均最高气温基本相同
 D. 平均气温高于 20°C 的月份有 5 个



9. (导学号：05856101)如图是某工厂对一批新产品长度(单位：mm)检测结果的频率分布直方图．估计这批产品的中位数为()

- A. 20 B. 25 C. 22.5 D. 22.75

10. 随机抛掷一枚质地均匀的骰子，记正面向上的点数为 a ，则函数 $f(x) = x^2 + 2ax + 2$ 有两个不同零点的概率为()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

11. (导学号：05856102)某学校运动会的立定跳远和 30 秒跳绳两个单项比赛分成预赛和决赛两个阶段．下表为 10 名学生的预赛成绩，其中有三个数据模糊．

学生序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
立定跳远 (单位：米)	1.96	1.92	1.82	1.80	1.78	1.76	1.74	1.72	1.68	1.60
30 秒跳绳 (单位：次)	63	a	75	60	63	72	70	$a-1$	b	65

在这 10 名学生中，进入立定跳远决赛的有 8 人，同时进入立定跳远决赛和 30 秒跳绳决赛的有 6 人，则()

- A. 2 号学生进入 30 秒跳绳决赛 B. 5 号学生进入 30 秒跳绳决赛

C. 8 号学生进入 30 秒跳绳决赛 D. 9 号学生进入 30 秒跳绳决赛

12. 袋中共有 6 个除了颜色外完全相同的球, 其中有 1 个红球、2 个白球和 3 个黑球, 从袋中任取两球, 两球颜色为一白一黑的概率为()

A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

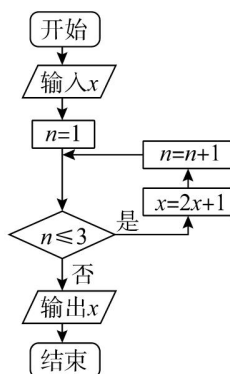
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. (导学号: 05856103) 已知复数 $z = \frac{i + i^2 + i^3 + \cdots + i^{2017}}{1 + i}$, 则复数 z 在复平面内对应的点为_____.

14. (导学号: 05856104) 高三(2)班在一次数学考试中, 对甲、乙两组各 12 名同学的成绩进行统计分析, 两组成绩的茎叶图如图所示, 成绩不少于 90 分为及格, 现从两组成绩中按分层抽样抽取一个容量为 6 的样本, 则不及格分数应抽_____个.

甲		乙
2 5 7	7	8 9
3 6 8	8	6 7 8 9
2 4	9	1 2 3 5
6 8	10	1
4 6	11	0

第 14 题图



第 15 题图

15. (导学号: 05856105) 任意实数 $x \in [2, 30]$, 执行如图所示的程序框图, 则输出的 x 不小于 79 的概率是_____.

16. (导学号: 05856106) 甲、乙两人玩猜数字游戏, 先由甲心中任想一个数字, 记为 a , 再由乙猜甲刚才想的数字, 把乙猜的数字记为 b , 且 $a, b \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$, 则 $|a - b| \leq 1$ 的概率为_____.

三、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

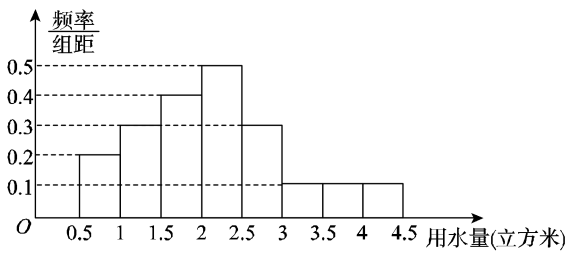
17. (导学号: 05856107)(本小题满分 10 分)

(2017·宁德二模) 某市民用水拟实行阶梯水价, 每人用水量中不超过 w 立方

米的部分按 4 元/立方米收费，超出 w 立方米的部分按 10 元/立方米收费，从该市随机调查了 10000 位居民，获得了他们某月的用水数据，整理得到如下频率分布直方图：

(1)如果 w 为整数，那么根据此次调查，为使 80%以上居民在该月的用水价格为 4 元/立方米， w 至少定为多少？

(2)假设同组中的每个数据用该组区间的右端点值代替，当 $w=3$ 时，估计该市居民该月的人均水费.



18.(导学号：05856108)(本小题满分 12 分)

(2017·兰州三模)某校推广新课改，在两个程度接近的班进行试验，一班为新课改班级，二班为非课改班级，经过一个学期的教学后对期末考试进行分析评价，规定：总分超过 550(或等于 550 分)为优秀，550 以下为非优秀，得到以下列联表：

	优秀	非优秀	合计
一班	35	13	
二班		25	
合计			90

(1)请完成上面的列联表;

(2)根据列联表的数据,能否在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下认为推广新课改与数学成绩有关系?

参考数据:

$P(K^2 \geq k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

$$k^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)}$$

19.(导学号: 05856109)(本小题满分 12 分)

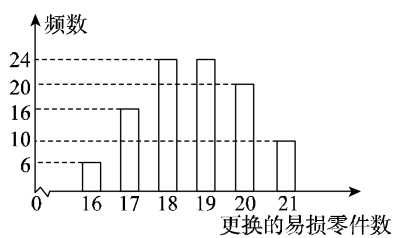
公司计划购买 1 台机器,该种机器使用三年后即被淘汰.机器有一易损零件,在购进机器时,可以额外购买这种零件作为备件,每个 200 元.在机器使用期间,如果备件不足再购买,则每个 500 元.现需决策在购买机器时应同时购买几个易损零件,为此搜集并整理了 100 台这种机器在三年使用期内更换的易损零件数,得到如图柱状图:记 x 表示 1 台机器在三年使用期内需更换的易损零件数, y 表示 1 台机器在购买易损零件上所需的费用(单位:元), n 表示购机的同时购买的易损零件数.

(1)若 $n=19$, 求 y 与 x 的函数解析式;

(2)若要求“需更换的易损零件数不大于 n ”的频率不小于 0.5, 求 n 的最小值;

(3)假设这 100 台机器在购机的同时每台都购买 19 个易损零件,或每台都购买 20 个易损零件,分别计算这 100 台机器在购买易损零件上所需费用的平均数,

以此作为决策依据，购买 1 台机器的同时应购买 19 个还是 20 个易损零件？



20.(导学号：05856110)(本小题满分 12 分)

(2017·定西联考)已知直线 $l_1: 3x-2y-1=0$ ，直线 $l_2: ax-by+1=0$ ，其中 $a, b \in \{1,2,3,4,5,6\}$ ．

(1)求直线 $l_1 \cap l_2 \neq \emptyset$ 的概率；

(2)求直线 l_1 与 l_2 的交点位于第一象限的概率．

21.(导学号：05856111)(本小题满分 12 分)

为了解某地区某种农产品的年产量 x (单位：吨)对价格 y (单位：千元/吨)和利润 z 的影响，对近五年该农产品的年产量和价格统计如下表：

x	1	2	3	4	5
y	7.0	6.5	5.5	3.8	2.2

(1)求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$;

(2)若每吨该农产品的成本为 2 千元，假设该农产品可全部卖出，预测当年产量为多少时，年利润 z 取到最大值？(保留两位小数)

参考公式： $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$ ， $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$

22.(导学号：05856112)(本小题满分 12 分)

(2017·昭通调研)高三理科某班有男同学 30 名，女同学 15 名，老师按照分层抽样的方法组建一个 6 人的课外兴趣小组.

(1)求课外兴趣小组中男、女同学各应抽取的人数；

(2)在一周的技能培训后从这 6 人中选出两名同学做某项实验，方法是先从小组里选出 1 名同学做实验，该同学做完后，再从小组内剩下的同学中选 1 名同学做实验，求选出的两名同学中恰好仅有一名女同学的概率；

(3)实验结束后，第一次做实验的同学得到的实验数据为 1.6、2、1.9、2.5、2，第二次做实验的同学得到的实验数据是 2.1、1.8、1.9、2、2.2，请问哪位同学的实验更稳定？并说明理由.

专题六 概率与统计、复数、算法

1. B $\frac{3-2i}{2i} = \frac{(3-2i) \times (-i)}{2i \times (-i)} = \frac{-2-3i}{2} = -1 - \frac{3}{2}i$. 其共轭复数为 $-1 + \frac{3}{2}i$, 对

应点在第二象限.

2. D 系统抽样抽取过程被抽的样本间隔是一样的.

3. C 回归方程必过点 $(\bar{x}, \bar{y})$, $\therefore \bar{x} = \frac{0+1+2+3}{4} = \frac{3}{2}$, $\bar{y} = \frac{1+2+4+5}{4}$

$= 3$, $\therefore$ 回归方程过点 $(1.5, 3)$.

4. C 将 4 种颜色的花种任选 2 种种在一个花坛中, 余下 2 种种在另一个花坛中, 有 6 种种法, 其中红色和紫色的花不在同一个花坛的种数有 4 种, 故所求概率为 $\frac{2}{3}$, 故选 C.

5. C 运行第一次: $S = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 0.5$, $m = 0.25$, $n = 1$, $S > 0.01$;

运行第二次: $S = 0.5 - 0.25 = 0.25$, $m = 0.125$, $n = 2$, $S > 0.01$;

运行第三次: $S = 0.25 - 0.125 = 0.125$, $m = 0.0625$, $n = 3$, $S > 0.01$;

运行第四次: $S = 0.125 - 0.0625 = 0.0625$, $m = 0.03125$, $n = 4$, $S > 0.01$;

运行第五次: $S = 0.03125$, $m = 0.015625$, $n = 5$, $S > 0.01$;

运行第六次: $S = 0.015625$, $m = 0.0078125$, $n = 6$, $S > 0.01$;

运行第七次: $S = 0.0078125$, $m = 0.00390625$, $n = 7$, $S < 0.01$.

输出 $n = 7$. 故选 C.

6. D

7. D 设 6 名学生分别为 A, B, C, D, E, F , 则选配 2 名的不同选法为 (AB) , (AC) , (AD) , (AE) , (AF) , (BC) , (BD) , (BE) , (BF) , (CD) , (CE) , (CF) , (DE) , (DF) , (EF) 共计 15 种, 而某学生 A 不被选配参加比赛的共 10 种, 所以某学生 A 不被选配参加比赛的概率 $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$.

8. D 由图可知 0°C 均在虚线框内, 所以各月的平均最低气温都在 0°C 以上, A 正确; 由图可在七月的平均温差大于 7.5°C , 而一月的平均温差小于 7.5°C , 所以七月的平均温差比一月的平均温差大, B 正确; 由图可知三月和十一月的平均

最高气温都大约在 5°C , C 正确; 由图可知平均最高气温高于 20°C 的月份有 3 个, 所以不正确. 故选 D.

9. C 中位数的两侧频率相等, 第一组的频率是 0.1, 第二组的频率是 0.2, 第三组的频率是 0.4, 所以设中位数是 $20+x$, $0.08x=0.2$, 解得 $x=2.5$, 所以中位数是 22.5 故选 C.

10. D 抛掷一枚质地均匀的骰子包含 6 个基本事件, 由函数 $f(x)=x^2+2ax+2$ 有两个不同零点, 得 $\Delta=4a^2-8>0$, 解得 $a<-\sqrt{2}$ 或 $a>\sqrt{2}$. 又 a 为正整数, 故 a 的取值有 2, 3, 4, 5, 6, 共 5 种结果, 所以函数 $f(x)=x^2+2ax+2$ 有两个不同零点的概率为 $\frac{5}{6}$, 故选 D.

11. B 将确定成绩的 30 秒跳绳成绩的按从大到小的顺序排, 分别是 3, 6, 7, 10, (1, 5 并列), 4, 其中 3, 6, 7 号进了立定跳远的决赛, 10 号没进立定跳远的决赛, 故 9 号需进 30 秒跳绳比赛的前 8 名, 此时确定的 30 秒跳绳比赛的名单为 3, 6, 7, 10, 9, 还需 3 个编号为 1—8 的同学进决赛, 而 (1, 5) 与 4 的成绩仅相隔 1, 故只能 1, 5, 4 进 30 秒跳绳的决赛, 故选 B.

12. B 1 个红球, 2 个白球和 3 个黑球记为 $a_1, b_1, b_2, c_1, c_2, c_3$, 从袋中任取两球有 $(a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_1, c_1), (a_1, c_2), (a_1, c_3), (b_1, b_2), (b_1, c_1), (b_1, c_2), (b_1, c_3), (b_2, c_1), (b_2, c_2), (b_2, c_3), (c_1, c_2), (c_1, c_3), (c_2, c_3)$, 结果共 15 种, 其中满足两球颜色为一白一黑有 6 种, 所以一黑一白的概率等于 $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$.

$$\begin{aligned} 13. & \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right] \because i^{4n} + i^{4n+1} + i^{4n+2} + i^{4n+3} = 1 + i - 1 - i = 0, \\ & \therefore z = \frac{i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2017}}{1 + i} \\ & = \frac{i}{1 + i} = \frac{i(1 - i)}{2} \\ & = \frac{1 + i}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, \end{aligned}$$

对应的点为 $\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right]$, 所以答案应填 $\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right]$.

14. 3 从茎叶图可知及格分数与不及格分数各占一半, 所以不及格分数应

抽 3 个.

15. $\frac{3}{4}$ 由程序框图可知, 当 $n=1$ 时, 满足执行循环的条件, $x=2x+1$; $n=2$; 满足执行循环的条件, $x=2(2x+1)+1=4x+3$; $n=3$; 满足执行循环的条件, $x=2(4x+3)+1=8x+7$; $n=4$, 不满足循环的条件, 所以输出 $8x+7$, 令 $8x+7 \geq 79$ 可得 $x \geq 9$, 又因为输入 $x \in [2, 30]$, 所以输出的 x 不小于 79 的概率为 $P = \frac{30-9}{30-2} = \frac{3}{4}$.

16. 0.28 当 a 为 0 时, b 只能取 0,1 两个数; 当 a 为 9 时, b 只能取 8,9 两个数; 当 a 取其他数时, b 都可以取 3 个数, 故共有 28 种情形. 又总事件数为 100, 所以所求的概率为 $P = \frac{28}{100} = 0.28$.

17. (1)由用水量的频率分布直方图知, 该市居民该月用水量在区间 $[0.5, 1]$, $(1, 1.5]$, $(1.5, 2]$, $(2, 2.5]$, $(2.5, 3]$ 内的频率依次为 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.15. 所以该月用水量不超过 3 立方米的居民占 85%, 用水量不超过 2 立方米的居民占 45%.

依题意, w 至少定为 3.5 分

(2)由用水量的频率分布直方图及题意, 得居民该月用水费用的数据分组与频率分布表:

组号	1	2	3	4	5	6	7	8
分组	[2,4]	(4,6]	(6,8]	(8,10]	(10,12]	(12,17]	(17,22]	(22,27]
频率	0.1	0.15	0.2	0.25	0.15	0.05	0.05	0.05

根据题意, 该市居民该月的人均水费估计为:
 $4 \times 0.1 + 6 \times 0.15 + 8 \times 0.2 + 10 \times 0.25 + 12 \times 0.15 + 17 \times 0.05 + 22 \times 0.05 + 27 \times 0.05$
 $= 10.5$ (元)10 分

18. (1)

	优秀	非优秀	合计
一班	35	13	48

二班	17	25	42
合计	52	38	90

6 分

(2)根据列联表中的数据，得到

$$k = \frac{90 \times (35 \times 25 - 13 \times 17)^2}{48 \times 42 \times 52 \times 38} \approx 9.66 > 7.879,$$

则说明在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下认为新课改与数学成绩有关系.

19. (1)当 $x \leq 19$, $y = 3800$; 当 $x > 19$ 时, $y = 3800 + 500(x - 19) = 500x - 5700$,

$\therefore y$ 与 x 的函数解析式为

$$y = \begin{cases} 3800, & x \leq 19, \\ 500x - 5700, & x > 19, \end{cases} \quad (x \in \mathbf{N}). 4 \text{ 分}$$

(2)由柱状图知，需更换的零件数不大于 18 的频率为 0.46，

不大于 19 的频率为 0.7，故 n 的最小值为 19.8 分

(3)若每台机器在购机同时都购买 19 个易损零件，

则这 100 台机器中有 70 台在购买易损零件上的费用为 3800，

20 台的费用为 4300, 10 台的费用为 4800，

因此这 100 台机器在购买易损零件上所需费用的平均数为：

$$\frac{1}{100}(3800 \times 70 + 4300 \times 20 + 4800 \times 10) = 4000$$

若每台机器在购机同时都购买 20 个易损零件，

则这 100 台机器中有 90 台在购买易损零件上的费用为 4000，

10 台的费用为 4500，因此这 100 台机器在购买易损零件上所需费用的平均数为

$$\frac{1}{100}(4000 \times 90 + 4500 \times 10) = 4050$$

比较两个平均数可知，购买 1 台机器的同时应购买 19 个易损零件. 12 分

20. (1)直线 l_1 的斜率 $k_1 = \frac{3}{2}$ ，直线 l_2 的斜率 $k_2 = \frac{a}{b}$.

设事件 A 为“直线 $l_1 \cap l_2 \neq \emptyset$ ”. $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的总事件数为 (1,1),

(1,2), ..., (6,6) 共 36 种. 若 $l_1 \cap l_2 = \emptyset$ ，则 $l_1 \parallel l_2$ ，即 $k_1 = k_2$ ，即 $2a = 3b$ ，满足

条件的实数对 (a, b) 有 $(3, 2)$, $(6, 4)$ 共两种情形.

$$\therefore P(A) = 1 - \frac{2}{36} = \frac{17}{18},$$

则直线 $l_1 \cap l_2 \neq \emptyset$ 的概率为 $\frac{17}{18}$.6分

(2)设事件 B 为“直线 l_1 与 l_2 的交点位于第一象限”，由于直线 l_1 与 l_2 有交点，则 $2a \neq 3b$.

$$\text{联立方程组} \begin{cases} 3x - 2y - 1 = 0, \\ ax - by + 1 = 0, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x = \frac{b+2}{3b-2a}, \\ y = \frac{a+3}{3b-2a}. \end{cases}$$

$$\because \text{直线 } l_1 \text{ 与 } l_2 \text{ 的交点位于第一象限, 则} \begin{cases} x > 0, \\ y > 0, \end{cases} \quad \text{即} \begin{cases} x = \frac{b+2}{3b-2a} > 0, \\ y = \frac{a+3}{3b-2a} > 0, \end{cases} \quad \text{解}$$

得 $2a < 3b$.10分

$a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 的总事件数为 $(1, 1), (1, 2), \dots, (6, 6)$ 共36种,

满足条件的实数对 (a, b) 有24种,

$$\therefore P(B) = \frac{24}{36} = \frac{2}{3},$$

$\therefore$ 直线 l_1 与 l_2 的交点位于第一象限的概率为 $\frac{2}{3}$.12分

21. (1) $\bar{x} = 3$, $\bar{y} = 5$, 错误! $\bar{x}_i = 15$, 错误! $\bar{x}_i = 25$, 错误! $\bar{y}_i = 62.7$, 错误! $\bar{y}_i^2 = 55$,

解得: $\hat{b} = -1.23$, $\hat{a} = 8.69$, $\therefore \hat{y} = 8.69 - 1.23x$.6分

(2)年利润 $z = x(8.69 - 1.23x) - 2x = -1.23x^2 + 6.69x$

$\therefore x = 2.72$ 时, 年利润最大.12分

22. (1)男生: $\frac{30}{45} \times 6 = 4$ 人; 女生: $\frac{15}{45} \times 6 = 2$ 人.4分

(2)设“第1次选出男生, 第2次选出女生为事件A”,

“第1次选出女生, 第2次选出男生为事件B”,

则列举 $P(A) = \frac{4}{15}$, $P(B) = \frac{4}{15}$,

$$\therefore P = \frac{4}{15} + \frac{4}{15} = \frac{8}{15}.$$

答：恰有一名女生的概率是 $\frac{8}{15}$. 9 分

$$(3) \overline{X}_1 = \frac{1.6 + 2 + 1.9 + 2.5 + 2}{5} = 2;$$

$$\overline{X}_2 = \frac{2.1 + 1.8 + 1.9 + 2 + 2.2}{5} = 2.$$

$\because S_1^2 = 0.084, S_2^2 = 0.02, \therefore S_1^2 > S_2^2, \therefore$ 第二次做实验的同学更稳定. 12 分