

高二文科数学参考答案

一、选择题：1.C 2.D 3.B 4.C 5.A 6.B 7.A 8.C 9.D 10.C 11.A 12.B

二、填空题：13. 1 14. $\frac{4}{3}$ 15. $\{x|x \leq -3 \text{ 或 } 0 < x \leq 1\}$ 16. (0,8)

三、解答题：17. 解：不等式可化为： $\cos^2 x - (a-1)\cos x - a^2 \leq 0$

$$\text{令 } t = \cos x, f(t) = t^2 - (a-1)t - a^2 \leq 0$$

则问题转化为：当 $t \in [-1,1]$ 时， $f(t) \leq 0$ 恒成立 ……4分

(1) 当 $\frac{a-1}{2} \leq 0$ 时，即 $a \leq 1$ 时， $f(t) \leq f(1) = 2 - a^2 - a \leq 0$

解得： $a = 1$ 或 $a \leq -2$ ……………8分

(2) 当 $a > 1$ 时， $f(t) \leq f(-1) = a - a^2 \leq 0$ 解得： $a > 1$

综上 a 的取值范围是： $a \leq -2$ 或 $a \geq 1$ ……………12分

18. 解：(I) 圆心 $M(-1,1)$. \therefore 圆 M 方程为 $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$ ，直线 CD 方程为 $x+y-a=0$. ……2分

$\because \odot M$ 与直线 CD 相切， \therefore 圆心 M 到直线 CD 的距离 $d = \frac{|-a|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ ，化简得： $a = \pm 2$ (舍去负值). \therefore 直线 CD 的方程为 $x+y-2=0$. ……………6分

(II) 直线 AB 方程为： $x-y+2=0$ ，圆心 $N(\frac{a}{2}, \frac{a}{2})$. \therefore 圆心 N 到直线 AB 距离为

$$\frac{|\frac{a}{2} - \frac{a}{2} + 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

\because 直线 AB 截 $\odot N$ 的所得弦长为 4， $\therefore 2^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{a^2}{2}$. $\therefore a = \pm 2\sqrt{3}$ (舍去负值). $\therefore \odot N$ 的标准方程为 $(x-\sqrt{3})^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 6$ ……………12分

19. 解：(1) 由 $\frac{kx-1}{x-1} > 0$ 及 $k > 0 \Rightarrow \frac{x-\frac{1}{k}}{x-1} > 0$ ……………2分

① 当 $0 < k < 1$ 时，得 $x < 1$ 或 $x > \frac{1}{k}$

②当 $k = 1$ 时, 得 $x \neq 1$

③当 $k > 1$ 时, 得 $x > 1$ 或 $x < \frac{1}{k}$ 4 分

综上, 当 $0 < k < 1$ 时, 定义域为 $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > \frac{1}{k}\}$

当 $k \geq 1$ 时, 定义域为 $\{x | x < \frac{1}{k} \text{ 或 } x > 1\}$ 6 分

(2) $x = 10$ 时有 $\frac{10k-1}{10-1} > 0 \Rightarrow k > \frac{1}{10}$ 8 分

又 $f(x) = \lg \frac{kx-1}{x-1} = \lg(k + \frac{k-1}{x-1})$ 故对任意的 x_1, x_2 , 当 $10 \leq x_1 < x_2$ 时都有

$f(x_1) < f(x_2)$, 即 $\lg(k + \frac{k-1}{x_1-1}) < \lg(k + \frac{k-1}{x_2-1})$, 得

$$\frac{k-1}{x_1-1} < \frac{k-1}{x_2-1} \Leftrightarrow (k-1)(\frac{1}{x_1-1} - \frac{1}{x_2-1}) < 0$$

又 $\frac{1}{x_1-1} > \frac{1}{x_2-1}$, 所以 $k < 1$, 综上 k 的取值范围是 $(\frac{1}{10}, 1)$ 12 分

20. 解法一:

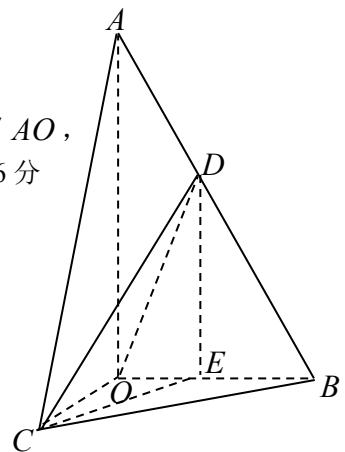
(I) 由题意, $CO \perp AO$, $BO \perp AO$,
 $\therefore \angle BOC$ 是二面角 $B-AO-C$ 的平面角,
 又 \because 二面角 $B-AO-C$ 是直二面角,
 $\therefore CO \perp BO$, 又 $\because AO \cap BO = O$, 2 分
 $\therefore CO \perp$ 平面 AOB ,
 又 $CO \subset$ 平面 COD .
 \therefore 平面 $COD \perp$ 平面 AOB4 分

(II) 作 $DE \perp OB$, 垂足为 E , 连结 CE (如图), 则 $DE \parallel AO$,
 $\therefore \angle CDE$ 是异面直线 AO 与 CD 所成的角.6 分

在 $Rt\triangle COE$ 中, $CO = BO = 2$, $OE = \frac{1}{2}BO = 1$,

$$\therefore CE = \sqrt{CO^2 + OE^2} = \sqrt{5}.$$

又 $DE = \frac{1}{2}AO = \sqrt{3}$8 分



∴ 在 Rt△CDE 中, $\tan CDE = \frac{CE}{DE} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3}$.

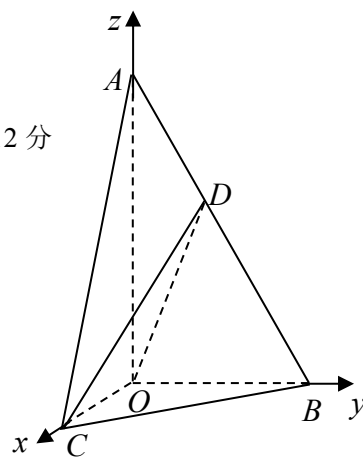
∴ 异面直线 AO 与 CD 所成角的大小为 $\arctan \frac{\sqrt{15}}{3}$12 分

解法二: (I) 同解法一.

(II) 建立空间直角坐标系 O-xyz,

如图, 则 $O(0,0,0)$, $A(0,0,2\sqrt{3})$, $C(2,0,0)$, $D(0,1,\sqrt{3})$,

∴ $\vec{OA} = (0,0,2\sqrt{3})$, $\vec{CD} = (-2,1,\sqrt{3})$,8 分



$$\cos \langle \vec{OA}, \vec{CD} \rangle = \frac{\vec{OA} \cdot \vec{CD}}{|\vec{OA}| \cdot |\vec{CD}|} = \frac{6}{2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

∴ 异面直线 AO 与 CD 所成角的大小为 $\arccos \frac{\sqrt{6}}{4}$12 分

21. (1) 由 $a=0, f(x) \geq h(x)$ 可得 $-m \ln x \geq -x$, 即 $m \leq \frac{x}{\ln x}$

记 $\varphi = \frac{x}{\ln x}$, 则 $f(x) \geq h(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上恒成立等价于 $m \leq \varphi(x)_{\min}$2 分

求得 $\varphi'(x) = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$

当 $x \in (1, e)$ 时; $\varphi'(x) < 0$; 当 $x \in (e, +\infty)$ 时, $\varphi'(x) > 0$ 4 分

故 $\varphi(x)$ 在 $x=e$ 处取得极小值, 也是最小值,

即 $\varphi(x)_{\min} = \varphi(e) = e$, 故 $m \leq e$6 分

(2) 函数 $k(x) = f(x) - h(x)$ 在 $[1, 3]$ 上恰有两个不同的零点等价于方程 $x - 2 \ln x = a$, 在 $[1, 3]$ 上恰有两个相异实根.

令 $g(x) = x - 2 \ln x$, 则 $g'(x) = 1 - \frac{2}{x}$ 8 分

当 $x \in [1, 2)$ 时, $g'(x) < 0$, 当 $x \in (2, 3]$ 时, $g'(x) > 0$

$g(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是单调递减函数, 在 $(2, 3]$ 上是单调递增函数。

故 $g(x)_{\min} = g(2) = 2 - 2\ln 2$ 10 分

又 $g(1) = 1, g(3) = 3 - 2\ln 3$

$\because g(1) > g(3), \therefore$ 只需 $g(2) < a \leq g(3)$,

故 a 的取值范围是 $(2 - 2\ln 2, 3 - 2\ln 3)$ 12 分

22. (1) 解: 曲线 C 的极坐标方程是 $\rho = 4\sin\theta + 4\cos\theta$ 化为直角坐标方程为

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8 \quad \dots 2 \text{ 分}$$

直线 l 的参数方程 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t + 2 \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 化为普通方程为 $x - y - 2 = 0$,6 分

曲线 C 的圆心 $(2, 2)$ 到直线 l 的距离为 $d = \frac{|2 - 2 - 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ 8 分

所以直线 l 与曲线 C 相交所成的弦的弦长为 $2 \times \sqrt{8 - 2} = 2\sqrt{6}$10 分

(2) 解: 连接 OA , $PA = \sqrt{PO^2 - OA^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ 2 分

$CD = DA, CE = BE$ 6 分

$\triangle PDE$ 的周长 $= PD + DE + PE = PD + DA + PE + EB$

$$= PA + PB = 2PA = 24 \quad \dots 10 \text{ 分}$$

(3) 证明: 若是元不等式成立只需证明: $(\sqrt{2a+1} + \sqrt{2b+1})^2 \leq (2\sqrt{2})^2$ 2 分

即只需证明 $2a + 1 + 2b + 1 + 2\sqrt{(2a+1)(2b+1)} \leq 8$

$$\text{即 } \sqrt{(2a+1)(2b+1)} \leq 2 \quad (1) \quad \dots 6 \text{ 分}$$

$$\because \sqrt{(2a+1)(2b+1)} \leq \frac{2a+1+2b+1}{2} = \frac{2(a+b)+2}{2} = 2$$

所以原不等式成立。10