

2016~2017 学年第一学期高三年级期末质量抽测

数学试卷（文）

学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 考号 _____

本试卷共 5 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 集合 $A = \{x | -1 < x < 1\}$, $B = \{x | x(x-2) > 0\}$, 那么 $A \cap B =$

- (A) $\{x | -1 < x < 0\}$
- (B) $\{x | -1 < x < 2\}$
- (C) $\{x | 0 < x < 1\}$
- (D) $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$

(2) 在复平面内，复数 $z = i(1+i)$, 那么 $|z| =$

- (A) 1
- (B) $\sqrt{2}$
- (C) $\sqrt{3}$
- (D) 2

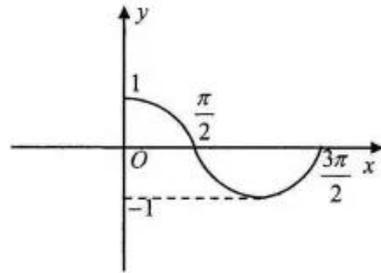
(3) 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+y \geq 3, \\ x-y \leq 2, \\ y \leq 2. \end{cases}$ 那么 $z = 2x+y$ 的最小值为

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5

(4) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$, $x \in \mathbf{R}$ (其中 $\omega > 0, -\pi < \varphi < \pi$) 的部分图象, 如图所示.

那么 $f(x)$ 的解析式为

- (A) $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$
- (B) $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$
- (C) $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{2})$
- (D) $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{2})$



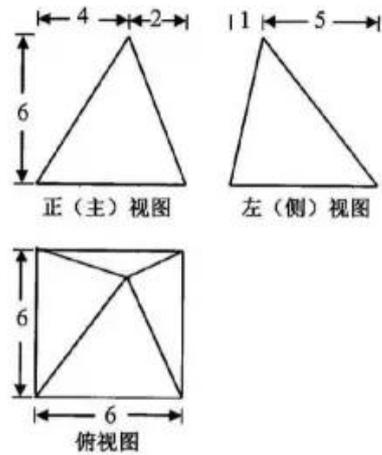
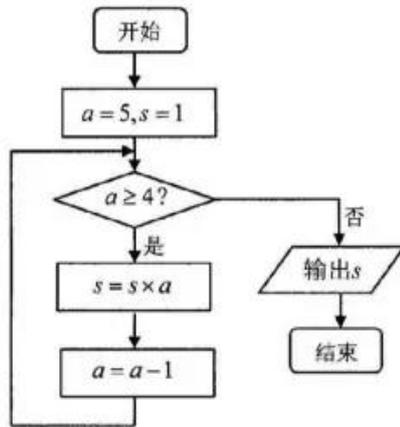
(5) 下列四个命题:

- ① $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使 $x_0^2 + 2x_0 + 3 = 0$;
- ② 命题 “ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \lg x_0 > 0$ ” 的否定是 “ $\forall x \in \mathbf{R}, \lg x < 0$ ”;
- ③ 如果 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 那么 $a^2 > b^2$;

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。

(9) 执行如图所示的程序框图, 则输出 s 的值为_____。



(10) 一个四棱锥的三视图如图所示(单位: cm), 这个四棱锥的体积为_____ cm^3 。

(11) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a = 5, b = 7, c = 8$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 等于_____。

(12) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{7} = 1$ ($a > 0$) 的右焦点为圆 $(x-4)^2 + y^2 = 1$ 的圆心, 则此双曲线的离心率为_____。

(13) 每个航班都有一个最早降落时间和最晚降落时间, 在这个时间窗口内, 飞机均有可能降落。

甲航班降落的时间窗口为上午10点到11点，如果它准点降落时间为上午10点40分，那么甲航班晚点的概率是____；若甲乙两个航班在上午10点到11点之间共用一条跑道降落，如果两架飞机降落时间间隔不超过15分钟，则需要人工调度，在不考虑其他飞机起降的影响下，这两架飞机需要人工调度的概率是_____。

- (14) 已知函数 $f(x) = |x|(x-a) + 1$. 当 $a=0$ 时, 函数 $f(x)$ 的单调递增区间为____; 若函数 $g(x) = f(x) - a$ 有3个不同的零点, 则 a 的取值范围为_____.

三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

- (15) (本小题 13 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其首项为 2, 且公差为 2, 若 $b_n = 2^n$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

- (I) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列;
(II) 设 $c_n = a_n + b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 A_n .

- (16) (本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3}), x \in \mathbf{R}$

- (I) 如果点 $P(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ 是角 α 终边上一点, 求 $f(\alpha)$ 的值;
(II) 设 $g(x) = f(x) + \sin x$, 求 $g(x)$ 的单调增区间.

- (17) (本小题 13 分)

2016年10月3日, 诺贝尔生理学或医学奖揭晓, 获奖者是日本生物学家大隅良典, 他的获奖理由是“发

现了细胞自噬机制”. 在上世纪90年代初期, 他筛选了上千种不同的酵母细胞, 找到了15种和自噬有关

的基因, 他的研究令全世界的科研人员豁然开朗, 在此之前, 每年与自噬相关的论文非常少, 之后呈现

了爆发式增长, 下图是1994年到2016年所有关于细胞自噬具有国际影响力的540篇论文分布如下:

甲航班降落的时间窗口为上午10点到11点，如果它准点降落时间为上午10点40分，那么甲航班晚点的概率是____；若甲乙两个航班在上午10点到11点之间共用一条跑道降落，如果两架飞机降落时间间隔不超过15分钟，则需要人工调度，在不考虑其他飞机起降的影响下，这两架飞机需要人工调度的概率是_____。

- (14) 已知函数 $f(x) = |x|(x-a) + 1$. 当 $a=0$ 时，函数 $f(x)$ 的单调递增区间为____；若函数 $g(x) = f(x) - a$ 有3个不同的零点，则 a 的取值范围为_____。

三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

- (15) (本小题 13 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，其首项为 2，且公差为 2，若 $b_n = 2^n$ ($n \in \mathbf{N}^*$)。

- (I) 求证：数列 $\{b_n\}$ 是等比数列；
(II) 设 $c_n = a_n + b_n$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 A_n 。

- (16) (本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3})$, $x \in \mathbf{R}$

- (I) 如果点 $P(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ 是角 α 终边上一点，求 $f(\alpha)$ 的值；
(II) 设 $g(x) = f(x) + \sin x$ ，求 $g(x)$ 的单调增区间。

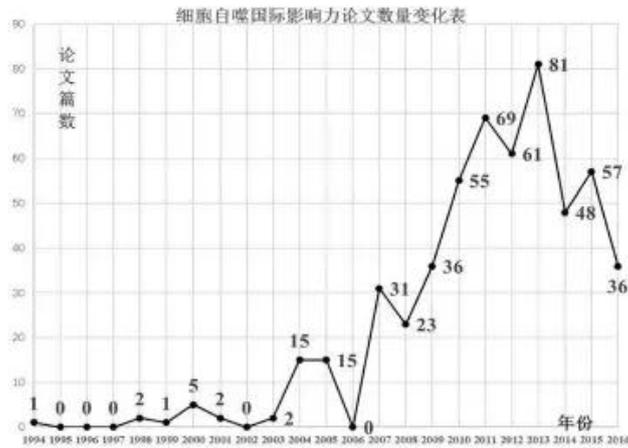
- (17) (本小题 13 分)

2016年10月3日，诺贝尔生理学或医学奖揭晓，获奖者是日本生物学家大隅良典，他的获奖理由是“发

现了细胞自噬机制”。在上世纪90年代初期，他筛选了上千种不同的酵母细胞，找到了15种和自噬有关

的基因，他的研究令全世界的科研人员豁然开朗，在此之前，每年与自噬相关的论文非常少，之后呈现

了爆发式增长，下图是1994年到2016年所有关于细胞自噬具有国际影响力的540篇论文分布如下：



- (I) 从这 540 篇论文中随机抽取一篇来研究，那么抽到 2016 年发表论文的概率是多少？
- (II) 如果每年发表该领域有国际影响力的论文超过 50 篇，我们称这一年是该领域的论文“丰年”。若从 1994 年到 2016 年中随机抽取连续的两年来研究，那么连续的两年中至少有一年是“丰年”的概率是多少？
- (III) 由图判断，从哪年开始连续三年论文数量方差最大？（结论不要求证明）

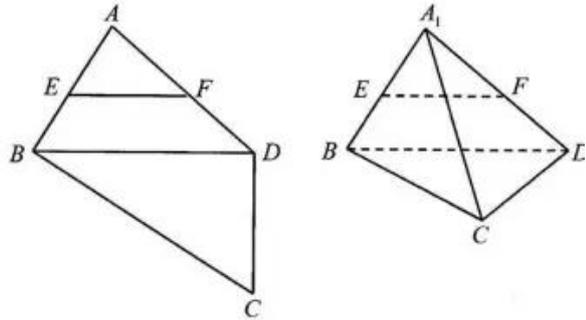
(18) (本小题 13 分)

已知 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 是两个直角三角形， $\angle BAD = \angle BDC = \frac{\pi}{2}$ ， E 、 F 分别是边 AB 、 AD

的中点，

现将 $\triangle ABD$ 沿 BD 边折起到 A_1BD 的位置，如图所示，使平面 $A_1BD \perp$ 平面 BCD 。

- (I) 求证： $EF \parallel$ 平面 BCD ；
- (II) 求证：平面 $A_1BC \perp$ 平面 A_1CD ；
- (III) 请你判断， A_1C 与 BD 是否有可能垂直，做出判断并写明理由。



(19) (本小题 14 分)

已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 离心率 $e = \frac{1}{2}$, 点 $D(3\sqrt{3}, 3)$ 在椭圆 E 上.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 设过点 F 且不与坐标轴垂直的直线交椭圆 E 于 A, B 两点, $\triangle DAF$ 的面积为 $S_{\triangle DAF}$,

$\triangle DBF$ 的面积为 $S_{\triangle DBF}$, 且 $S_{\triangle DAF} : S_{\triangle DBF} = 2:1$, 求直线 AB 的方程.

(20) (本小题 14 分)

设函数 $f(x) = x \cdot \ln x + ax$, $a \in \mathbf{R}$.

(I) 当 $a=1$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 求函数 $y=f(x)$ 在 $[\frac{1}{e}, e]$ 上的最小值;

(III) 若 $g(x) = f(x) + \frac{1}{2}ax^2 - (2a+1)x$, 求证: $a \geq 0$ 是函数 $y=g(x)$ 在 $x \in (1, 2)$ 时单调递增的充分不必要条件.