2016-2017学年高二（上）期末数学试卷（理科）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．命题"$\exists x_0\in R$，$x_0^2+\sin x_0+e^{x_0}<1$"的否定是（　　）

A．$\exists x_0\in R$，$x_0^2+\sin x_0+e^{x_0}>1$　B．$\exists x_0\in R$，$x_0^2+\sin x_0+e^{x_0}\geqslant 1$

C．$\forall x\in R$，$x^2+\sin x+e^x>1$ D．$\forall x\in R$，$x^2+\sin x+e^x\geqslant 1$

2．抛物线$y=9x^2$的焦点坐标为（　　）

A．（$\frac{1}{36}$，0）　B．（0，$\frac{1}{36}$）　C．（$\frac{9}{4}$，0）　D．（0，$\frac{9}{4}$）

3．不等式$3+5x-2x^2>0$的解集为（　　）

A．（-3，$\frac{1}{2}$）　B．（$-\infty$，-3）∪（$\frac{1}{2}$，$+\infty$）C．（$-\frac{1}{2}$，3）　D．（$-\infty$，$-\frac{1}{2}$）∪（3，$+\infty$）

4．设$\vec{a}$=（3，-2，-1）是直线l的方向向量，$\vec{n}$=（1，2，-1）是平面α的法向量，则（　　）

A．l⊥αB．l∥αC．l⊂α或l⊥α　D．l∥α或l⊂α

5．已知正数a，b满足4a+b=3，则$e^{\frac{1}{a}}\bullet e^{\frac{1}{b}}$的最小值为（　　）

A．3　B．e^3　C．4　D．e^4

6．已知等差数列{a_n}前n项和为S_n，若$S_{15}=75$，$a_3+a_4+a_5=12$，则S_{11}=（　　）

A．109 B．99　C．$\frac{99}{2}$　D．$\frac{109}{2}$

7．已知各项均不为零的数列{a_n}满足$a_{n+1}^2=a_na_{n+2}$，且$32a_8-a_3=0$，记S_n是数列{a_n}的前n项和，则$\frac{S_6}{a_1-S_3}$的值为（　　）

A．$-\frac{21}{8}$　B．$\frac{21}{8}$　C．-9 D．9

8．已知抛物线C与双曲线$x^2-y^2=1$有相同的焦点，且顶点在原点，则抛物线C的方程为（　　）

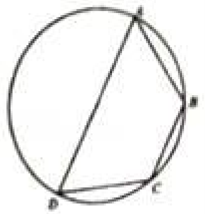
A．$y^2=\pm 2\sqrt{2}x$　B．$y^2=\pm 2x$ C．$y^2=\pm 4x$ D．$y^2=\pm 4\sqrt{2}x$

9．已知命题p：$x^2+2x-3>0$；命题q：$x>a$，且¬q的一个充分不必要条件是¬

p，则 a 的取值范围是（　　）

A.（－∞，1］ B.［1，+∞） C.［－1，+∞） D.（－∞，－3］

10．如图，已知四边形 ABCD 是圆内接四边形，且∠BCD=120°，AD=2，AB=BC=1，现有以下结论：①B，D 两点间的距离为$\sqrt{3}$；②AD 是该圆的一条直径；③CD=$\frac{\sqrt{3}}{2}$；④四边形 ABCD 的面积 S=$\frac{3\sqrt{3}}{4}$．其中正确结论的个数为（　　）

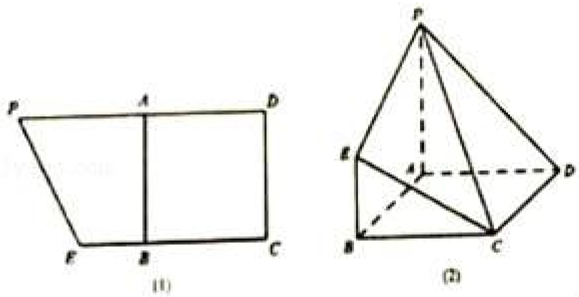


A．1 B．2 C．3 D．4

11．已知双曲线 C_1：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 M 在双曲线 C_1 的一条渐近线上，且 OM⊥MF_2，若△OMF_2的面积为 16，且双曲线 C_1与双曲线 C_2：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$ 的离心率相同，则双曲线 C_1的实轴长为（　　）

A．32 B．16 C．8 D．4

12．已知梯形 CEPD 如图（1）所示，其中 PD=8，CE=6，A 为线段 PD 的中点，四边形 ABCD 为正方形，现沿 AB 进行折叠，使得平面 PABE⊥平面 ABCD，得到如图（2）所示的几何体．已知当点 F 满足$\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}$（0＜λ＜1）时，平面 DEF⊥平面 PCE，则λ的值为（　　）



A．$\frac{1}{2}$ B．$\frac{2}{3}$ C．$\frac{3}{5}$ D．$\frac{4}{5}$

二、填空题（共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

13．已知锐角△ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 acosB=4csinC﹣bcosA，则 cosC=____．

14．当 x∈R 时，一元二次不等式 x^2﹣kx+1＞0 恒成立，则 k 的取值范围是____．

15．若△ABC 的内角满足 sinA+$\sqrt{2}$sinB=2sinC，则 cosC 的最小值是____．

16．已知实数 x，y 满足$\begin{cases}y\geqslant \frac{1}{2}x\\ x\leqslant 7\\ 2x-y\geqslant 4\end{cases}$，若 z=ax+y 有最大值 7，则实数 a 的值为____．

三、解答题（共 5 小题，满分 60 分）

17．已知棱长为 1 的正方体 ABCD﹣$A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别是棱 B_1C_1，C_1D_1 的中点．

（I）求 AD_1 与 EF 所成角的大小；

（II）求 AF 与平面 BEB_1 所成角的余弦值．

18．已知数列{a_n}满足 $a_2=\frac{7}{2}$，且 $a_{n+1}=3a_n-1$（n∈N^*）．

（1）求数列{a_n}的通项公式以及数列{a_n}的前 n 项和 S_n 的表达式；

（2）若不等式$\frac{a_n+\frac{1}{2}}{a_{n+1}-\frac{3}{2}}$≤m 对∀n∈$N^*$恒成立，求实数 m 的取值范围．

19．已知△ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且满足$\frac{\sqrt{3}c}{\cos C}=\frac{a}{\cos(\frac{3\pi}{2}+A)}$．

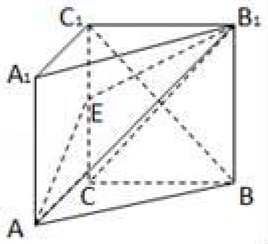
（I）求 C 的值；

（II）若$\frac{c}{a}$=2，b=4$\sqrt{3}$，求△ABC 的面积．

20． 已知直棱柱 ABC﹣$A_1B_1C_1$ 中，AC=BC=CC_1=$\frac{\sqrt{2}}{2}$AB，E 是线段 CC_1 的中点，连接 AE，B_1E，AB_1，B_1C，BC_1，得到的图形如图所示．

（I）证明 BC_1⊥平面 AB_1C；

（II）求二面角 E﹣AB_1﹣C 的大小．



21．已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）过点（$\frac{3}{2}$，$-\frac{\sqrt{6}}{2}$），且离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

（I）求椭圆 C 的标准方程；

（II）若点 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）是椭圆 C 上的亮点，且 $x_1\neq x_2$，点 P（1，0），证明：△PAB 不可能为等边三角形.

请考生从 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分：

22．在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为（x+6）^{2}+y^2=25.

（I）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求 C 的极坐标方程；

（II）直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数），α为直线 l 的倾斜角，l 与 C 交于 A，B 两点，且$|AB|=\sqrt{10}$，求 l 的斜率.

23．已知函数 f（x）=$|2x-a|$+a.

（1）当 a=2 时，求不等式 f（x）≤6 的解集；

（2）设函数 g（x）=$|2x-1|$，当 x∈R 时，f（x）+g（x）≥3，求 a 的取值范围.

2016-2017学年高二（上）期末数学试卷（理科）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1．命题“$\exists x_0\in R$，$x_0^2+\sin x_0+e^{x_0}<1$”的否定是（　　）

A．$\exists x_0\in R$，$x_0^2+\sin x_0+e^{x_0}>1$　B．$\exists x_0\in R$，$x_0^2+\sin x_0+e^{x_0}\geqslant 1$

C．$\forall x\in R$，$x^2+\sin x+e^x>1$ D．$\forall x\in R$，$x^2+\sin x+e^x\geqslant 1$

【考点】命题的否定．

【分析】根据特称命题的否定是全称命题进行判断即可．

【解答】解：命题是特称命题，则根据特称命题的否定是全称命题得命题的否定是：

$\forall x\in R$，$x^2+\sin x+e^x\geqslant 1$，

故选：D

2．抛物线 $y=9x^2$ 的焦点坐标为（　　）

A．（$\frac{1}{36}$，0）　B．（0，$\frac{1}{36}$）　C．（$\frac{9}{4}$，0）　D．（0，$\frac{9}{4}$）

【考点】抛物线的简单性质．

【分析】先将方程化成标准形式，求出p的值，即可得到焦点坐标

【解答】解：∵抛物线 $y=9x^2$，即 $x^2=\frac{1}{9}y$，

∴$p=\frac{1}{18}$，$\frac{p}{2}=\frac{1}{36}$，

∴焦点坐标是（0，$\frac{1}{36}$），

故选：B

3．不等式 $3+5x-2x^2>0$ 的解集为（　　）

A．（-3，$\frac{1}{2}$）　B．（$-\infty$，-3）∪（$\frac{1}{2}$，$+\infty$）C．（$-\frac{1}{2}$，3）　D．（$-\infty$，$-\frac{1}{2}$）

$\cup$（3，$+\infty$）

【考点】一元二次不等式的解法．

【分析】把不等式化为一般形式，求出解集即可．

【解答】解：不等式 $3+5x-2x^2>0$ 可化为

$2x^2-5x-3<0$，

即（$2x+1$）（$x-3$）<0，

解得 $-\frac{1}{2}<x<3$，

所以原不等式的解集为（$-\frac{1}{2}$，3）．

故选：C．

4．设 $\vec{a}=$（3，－2，－1）是直线 l 的方向向量，$\vec{n}=$（1，2，－1）是平面α的法向量，则（　　）

A．l⊥α B．l∥α C．l⊂α或 l⊥α　D．l∥α或 l⊂α

【考点】平面的法向量．

【分析】利用空间线面位置关系、法向量的性质即可判断出结论．

【解答】解：∵$\vec{n}\bullet\vec{a}=3-4+1=0$，

∴$\vec{n}\perp\vec{a}$．

∴l∥α或 l⊂α，

故选：D．

5．已知正数 a，b 满足 $4a+b=3$，则 $e^{\frac{1}{a}}\bullet e^{\frac{1}{b}}$的最小值为（　　）

A．3　B．e^3　C．4　D．e^4

【考点】基本不等式．

【分析】利用基本不等式的性质、指数函数的运算性质即可得出．

【解答】解：∵正数 a，b 满足 $4a+b=3$，

∴$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{3}(4a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})=\frac{1}{3}(5+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b})\geq\frac{1}{3}(5+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{4a}{b}})=\frac{1}{3}\times(5+4)=3$．当且仅当 $b=2a=1$ 时取等号．

则 $e^{\frac{1}{a}} \bullet e^{\frac{1}{b}} = e^{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} \geqslant e^3$.

故选：B.

6．已知等差数列$\{a_n\}$前 n 项和为 S_n，若 $S_{15}=75$，$a_3+a_4+a_5=12$，则 $S_{11}=$（　　）

A．109 B．99　C．$\frac{99}{2}$　D．$\frac{109}{2}$

【考点】等差数列的前 n 项和.

【分析】利用等差数列的前 n 项和公式和通项公式，列出方程组，求出首项和公差，由此能求出 S_{11}.

【解答】解：∵等差数列$\{a_n\}$前 n 项和为 S_n，$S_{15}=75$，$a_3+a_4+a_5=12$，

∴$\begin{cases} S_{15}=15a_1+\frac{15\times 14}{2}d=75 \\ a_3+a_4+a_5=3(a_1+3d)=12 \end{cases}$，

$S_{11}=11a_1+\frac{11\times 10}{2}d=11\times\frac{13}{4}+\frac{11\times 10}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{99}{2}$.

故选：C.

7．已知各项均不为零的数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}^2=a_na_{n+2}$，且 $32a_8-a_3=0$，记 S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，则$\frac{S_6}{a_1-S_3}$的值为（　　）

A．$-\frac{21}{8}$　B．$\frac{21}{8}$　C．-9　D．9

【考点】数列递推式.

【分析】利用等比数列的通项公式可得公比 q，再利用求和公式即可得出.

【解答】解：各项均不为零的数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}^2=a_na_{n+2}$，∴此数列是等比数列．设公比为 q.

∵$32a_8-a_3=0$，∴ $32a_3q^5-a_3=0$，解得 $q=\frac{1}{2}$.

则$\frac{S_6}{a_1-S_3}=\frac{\frac{a_1(1-q^6)}{1-q}}{a_1-\frac{a_1(1-q^3)}{1-q}}=\frac{(1+q^3)(1-q^3)}{-q(1-q)(1+q)}=-\frac{(1+\frac{1}{2^3})(1-\frac{1}{2^3})}{-\frac{1}{2}\times(1-\frac{1}{2})\times(1+\frac{1}{2})}=-$

$\frac{21}{8}$.

故选：A．

8．已知抛物线 C 与双曲线 $x^2-y^2=1$ 有相同的焦点，且顶点在原点，则抛物线 C 的方程为（　　）

A．$y^2=\pm2\sqrt{2}x$　B．$y^2=\pm2x$ C．$y^2=\pm4x$ D．$y^2=\pm4\sqrt{2}x$

【考点】抛物线的标准方程；双曲线的简单性质．

【分析】由双曲线得焦点坐标，从而可得抛物线的焦点坐标，进而写出抛物线方程．

【解答】解：由题意，双曲线 $x^2-y^2=1$ 的焦点为（$\pm\sqrt{2}$，0）

∴抛物线的焦点坐标为（$\pm\sqrt{2}$，0）

设抛物线的方程为：$y^2=\pm2px$（$p>0$）

∴$\frac{p}{2}=\sqrt{2}$，∴$p=2\sqrt{2}$，

∴抛物线方程是 $y^2=\pm4\sqrt{2}x$．

故选 D．

9．已知命题 p：$x^2+2x-3>0$；命题 q：$x>a$，且¬q 的一个充分不必要条件是¬p，则 a 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty，1]$　B．$[1，+\infty)$　C．$[-1，+\infty)$　D．$(-\infty，-3]$

【考点】命题的否定；必要条件、充分条件与充要条件的判断．

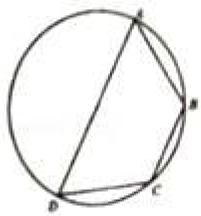
【分析】由 p 转化到¬p，求出¬q，然后解出 a．

【解答】解：由 p：$x^2+2x-3>0$，知 $x<-3$ 或 $x>1$，则¬p 为 $-3\leqslant x\leqslant1$，¬q 为 $x\leqslant a$，又¬p 是¬q 的充分不必要条件，所以 $a\geqslant1$．

故选：B．

10．如图，已知四边形 ABCD 是圆内接四边形，且∠BCD=120°，AD=2，AB=BC=1，现有以下结论：①B，D 两点间的距离为$\sqrt{3}$；②AD 是该圆的一条直径；③CD=$\frac{\sqrt{3}}{2}$；

④四边形 ABCD 的面积 $S=\frac{3\sqrt{3}}{4}$．其中正确结论的个数为（　　）



A．1　B．2　C．3　D．4

【考点】弦切角；圆周角定理．

【分析】在①中，由余弦定理求出 $BD=\sqrt{3}$；在②中，由 $AB\perp BD$，知 AD 是该圆的一条直径；在③中，推导出 CD=1；在④中，由四边形是梯形，高为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，求出四边形 ABCD 的面积 $S=\frac{3\sqrt{3}}{4}$．

【解答】解：在①中，∵∠BCD=120°，∴∠A=60°，

∵AD=2，AB=1，∴$BD=\sqrt{4+1-2\times2\times1\times\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$，故①正确；

在②中，∵$AB\perp BD$，∴AD 是该圆的一条直径，故②正确；

在③中，$3=1+CD2-2CD\bullet(-\frac{1}{2})$，∴$CD2+CD-2=0$，∴CD=1，故③不正确；

在④中，由③可得四边形是梯形，高为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，四边形 ABCD 的面积 $S=\frac{1+2}{2}\bullet\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，故④正确．

故选：C．

11．已知双曲线 C_1：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 M 在双曲线 C_1 的一条渐近线上，且 $OM\perp MF_2$，若△OMF_2 的面积为 16，且双曲线 C_1 与双曲线 C_2：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$ 的离心率相同，则双曲线 C_1 的实轴长为（　　）

A．32　B．16　C．8　D．4

【考点】双曲线的简单性质．

【分析】由双曲线 C_1 的一条渐近线为 $y=\frac{b}{a}x$，利用点到直线的距离公式可知：|

F_2M ｜=$\dfrac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}$=b，｜OM｜=$\sqrt{c^2-b^2}$=a，△$OMF_2$ 的面积 S=$\dfrac{1}{2}$｜F_2M｜•｜OM｜=16，则 ab=32，双曲线 C_2 的离心率 e=$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，即可求得 a 和 b 的值，双曲线 C_1 的实轴长 2a=16．

【解答】解：由双曲线 C_1：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}$=1（a＞b＞0）的一条渐近线为 y=$\dfrac{b}{a}$x，

∵OM⊥MF_2，F_2（c，0），

∴｜F_2M｜=$\dfrac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}$=b，

∵｜OF_2｜=c，｜OM｜=$\sqrt{c^2-b^2}$=a△OMF_2 的面积 S=$\dfrac{1}{2}$｜F_2M｜•｜OM｜=$\dfrac{1}{2}$ab=16，则 ab=32，

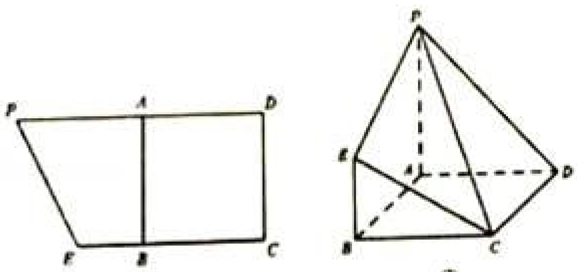
双曲线 C_2：$\dfrac{x^2}{16}$ - =1 的离心率 e=$\dfrac{c}{a}$=$\dfrac{2\sqrt{5}}{4}$=$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，

∴e=$\dfrac{c}{a}$=$\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$=$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，解得：a=8，b=4，

双曲线 C_1 的实轴长 2a=16，

故选 B．

12．已知梯形 CEPD 如图（1）所示，其中 PD=8，CE=6，A 为线段 PD 的中点，四边形 ABCD 为正方形，现沿 AB 进行折叠，使得平面 PABE⊥平面 ABCD，得到如图（2）所示的几何体．已知当点 F 满足$\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}$（0＜λ＜1）时，平面 DEF⊥平面 PCE，则λ的值为（　　）



(1)　(2)

A．$\dfrac{1}{2}$　B．$\dfrac{2}{3}$　C．$\dfrac{3}{5}$　D．$\dfrac{4}{5}$

【考点】平面与平面垂直的性质．

【分析】以 A 为原点，AB 为 x 轴，AD 为 y 轴，AP 为 z 轴，建立空间直角从标系，利用向量法能求出λ的值．

【解答】解：由题意，以 A 为原点，AB 为 x 轴，AD 为 y 轴，AP 为 z 轴，建立空间直角坐标系，

则 D（0，4，0），E（4，0，2），C（4，4，0），P（0，0，4），A（0，0，0），B（4，0，0），

设 F（t，0，0），0≤t≤4，$\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AB}$（0＜λ＜1），

则（t，0，0）=（4λ，0，0），∴t=4λ，∴F（4λ，0，0），

$\overrightarrow{DE}$=（4，－4，2），$\overrightarrow{DF}$=（4λ，－4，0），$\overrightarrow{PC}$=（4，4，－4），$\overrightarrow{PE}$=（4，0，－2），

设平面 DEF 的法向量$\overrightarrow{n}$=（x，y，z），

则$\begin{cases}\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{DE}=4x-4y+2z=0\\ \overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{DF}=4\lambda x-4y=0\end{cases}$，取 x=1，得$\overrightarrow{n}$=（1，λ，2λ－2），

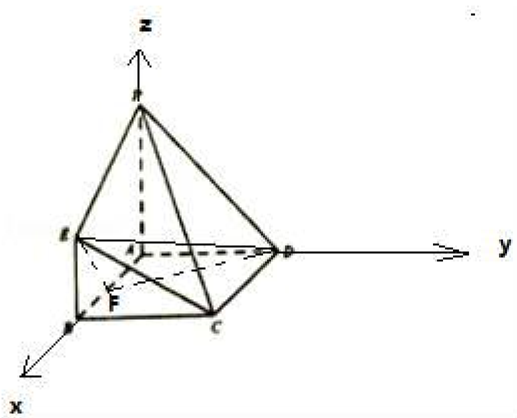
设平面 PCE 的法向量$\overrightarrow{m}$=（a，b，c），

则$\begin{cases}\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{PC}=4a+4b-4c=0\\ \overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{PE}=4a-2c=0\end{cases}$，取 a=1，得$\overrightarrow{m}$=（1，1，2），

∵平面 DEF⊥平面 PCE，

∴$\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{m}$=1+λ+2（2λ－2）=0，解得 $\lambda=\frac{3}{5}$．

故选：C．



二、填空题（共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）

13．已知锐角△ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 acosB=4csinC

﹣bcosA，则 cosC=$\underline{\frac{\sqrt{15}}{4}}$.

【考点】正弦定理.

【分析】由正弦定理，三角形内角和定理，诱导公式，两角和的正弦函数公式化简已知等式可得 $\sin C=4\sin^2C$，结合 C 为锐角，可求 sinC，进而利用同角三角函数基本关系式可求 cosC 的值.

【解答】解：∵$a\cos B=4c\sin C-b\cos A$，

∴由正弦定理可得：$\sin A\cos B+\sin B\cos A=4\sin^2C$，

又∵$\sin A\cos B+\sin B\cos A=\sin(A+B)=\sin C$，

∴$\sin C=4\sin^2C$，

∵C 为锐角，sinC＞0，cosC＞0，

∴$\sin C=\frac{1}{4}$，$\cos C=\sqrt{1-\sin^2C}=\frac{\sqrt{15}}{4}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{15}}{4}$.

14．当 x∈R 时，一元二次不等式 $x^2-kx+1>0$ 恒成立，则 k 的取值范围是$\underline{\ -2<k<2\ }$.

【考点】二次函数的性质.

【分析】由题意可得 $k^2-4<0$，解不等式可求 k 的范围.

【解答】解：∵x∈R 时，一元二次不等式 $x^2-kx+1>0$ 恒成立，

∴$k^2-4<0$，

∴ $-2<k<2$，

故答案为：$-2<k<2$.

15．若△ABC 的内角满足 $\sin A+\sqrt{2}\sin B=2\sin C$，则 cosC 的最小值是$\underline{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}$.

【考点】余弦定理；正弦定理.

【分析】根据正弦定理和余弦定理，利用基本不等式即可得到结论.

【解答】解：由正弦定理得 $a+\sqrt{2}b=2c$，得 $c=\frac{1}{2}(a+\sqrt{2}b)$，

由余弦定理得 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{a^2+b^2-\frac{1}{4}(a+\sqrt{2}b)^2}{2ab}=\frac{\frac{3}{4}a^2+\frac{1}{2}b^2-\frac{\sqrt{2}}{2}ab}{2ab}$

$=\frac{\frac{3}{4}a^2+\frac{1}{2}b^2}{2ab}-\frac{\sqrt{2}}{4}\geqslant\frac{2\bullet\frac{\sqrt{3}}{2}a\bullet\frac{\sqrt{2}}{2}b}{2ab}-\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$,

当且仅当 $\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{2}}{2}b$ 时，取等号，

故 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\leqslant\cos C<1$，故 cosC 的最小值是 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

16．已知实数 x，y 满足 $\begin{cases}y\geqslant\frac{1}{2}x\\x\leqslant 7\\2x-y\geqslant 4\end{cases}$，若 z=ax+y 有最大值 7，则实数 a 的值为__$-\frac{3}{7}$__.

【考点】简单线性规划.

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义，利用数形结合确定 z 的最大值.

【解答】解：作出不等式组对应的平面区域如图：（阴影部分）.

则 A（7，10），

由 z=ax+y 得 y=﹣ax+z，

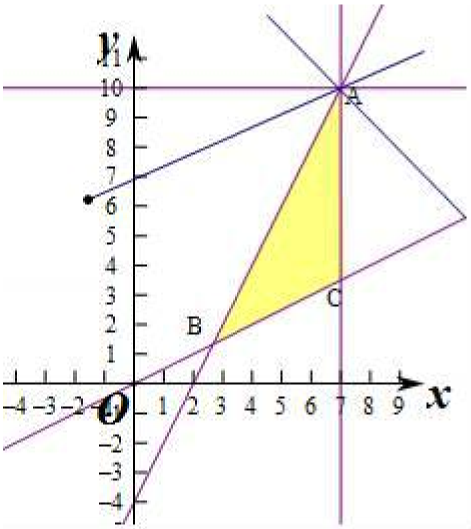
若 a=0，则 y=﹣ax+z，在 A 处取得最大值，此时最大值为 10，不满足条件.

若 a＞0，即﹣a＜0，此时在 A 处取得最大值，此时 7a+10=7，即 7a=﹣3，a=$-\frac{3}{7}$，不成立，

若 a＜0，即﹣a＞0，此时在 A 处取得最大值，此时 7a+10=7，即 7a=﹣3，a=$-\frac{3}{7}$，

综上 a=$-\frac{3}{7}$，

故答案为：$-\frac{3}{7}$，



三、解答题（共 5 小题，满分 60 分）

17．已知棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别是棱 B_1C_1，C_1D_1 的中点．

（I）求 AD_1 与 EF 所成角的大小；

（II）求 AF 与平面 BEB_1 所成角的余弦值．

【考点】直线与平面所成的角；异面直线及其所成的角．

【分析】（I）建立如图所示的坐标系，利用向量法求 AD_1 与 EF 所成角的大小；

（II）求出平面 BEB_1 的法向量，利用向量法求 AF 与平面 BEB_1 所成角的余弦值．

【解答】解：（I）建立如图所示的坐标系，D（0，0，0），A（1，0，0），

E（0，$\frac{1}{2}$，1），F（$\frac{1}{2}$，1，1），D_1（0，0，1），

$\overrightarrow{AD_1}$=（﹣1，0，1），$\overrightarrow{EF}$=（$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，0），

设 AD_1 与 EF 所成角为α，∴$\cos\alpha=\left|\frac{-\frac{1}{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}}\right|=\frac{1}{2}$，

∴AD_1 与 EF 所成角的大小为 60°；

（II）$\overrightarrow{BB_1}$=（0，0，1），$\overrightarrow{BE}$=（﹣1，﹣$\frac{1}{2}$，1），

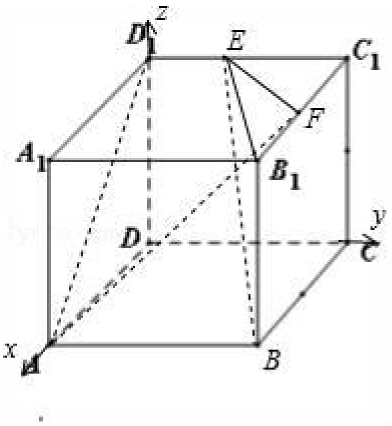
设平面 BEB_1 的法向量为$\vec{n}$=（x，y，z），则$\begin{cases}z=0\\-x-\frac{y}{2}+z=0\end{cases}$，

取$\vec{n}$=（1，﹣2，0），

∵$\overrightarrow{AF}$=（﹣$\frac{1}{2}$，1，1），

∴AF 与平面 BEB_1 所成角的正弦值为$\left|\frac{-\frac{1}{2}-2}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{\frac{1}{4}+1+1}}\right|=\frac{\sqrt{5}}{3}$，

∴AF 与平面 BEB_1 所成角的余弦值为$\frac{2}{3}$.



18．已知数列{a_n}满足 $a_2=\frac{7}{2}$，且 $a_{n+1}=3a_n-1$（n∈N^*）.

（1）求数列{a_n}的通项公式以及数列{a_n}的前 n 项和 S_n 的表达式；

（2）若不等式$\frac{a_n+\frac{1}{2}}{a_{n+1}-\frac{3}{2}}$≤m 对∀n∈$N^*$恒成立，求实数 m 的取值范围.

【考点】数列与不等式的综合；数列的求和.

【分析】（1）由 $a_{n+1}=3a_n-1$（n∈N^*），可得 $a_{n+1}-\frac{1}{2}=3\left(a_n-\frac{1}{2}\right)$，利用等比数列的通项公式与求和公式即可得出.

（2）不等式$\frac{a_n+\frac{1}{2}}{a_{n+1}-\frac{3}{2}}$≤m，化为：$\frac{3^n+1}{3^{n+1}-1}$≤m，由于$\frac{3^n+1}{3^{n+1}-1}=\frac{1}{3}\left(1+\frac{4}{3^{n+1}-1}\right)$单调递减，即可得出 m 的求值范围.

【解答】解：（1）∵$a_{n+1}=3a_n-1$（n∈N^*），∴$a_{n+1}-\frac{1}{2}=3\left(a_n-\frac{1}{2}\right)$，

∴数列$\{a_n-\frac{1}{2}\}$是等比数列，首项为3，公比为3.

∴$a_n-\frac{1}{2}=3\times3^{n-1}=3^n$，

∴$a_n=\frac{1}{2}+3^n$，

∴$S_n=\frac{n}{2}+\frac{3(3^n-1)}{3-1}=\frac{n+3^{n+1}-3}{2}$.

（2）不等式$\frac{a_n+\frac{1}{2}}{a_{n+1}-\frac{3}{2}}\leqslant m$，化为：$\frac{3^n+1}{3^{n+1}-1}\leqslant m$，

∵$\frac{3^n+1}{3^{n+1}-1}=\frac{1}{3}(1+\frac{4}{3^{n+1}-1})$单调递减，

∴$m\geqslant\frac{1}{3}(1+\frac{4}{3^2-1})=\frac{1}{2}$.

∴实数m的取值范围是$[\frac{1}{2}，+\infty)$.

19.已知△ABC的内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且满足$\frac{\sqrt{3}c}{\cos C}=\frac{a}{\cos(\frac{3\pi}{2}+A)}$.

（I）求C的值；

（II）若$\frac{c}{a}=2$，$b=4\sqrt{3}$，求△ABC的面积.

【考点】正弦定理；三角函数的化简求值；余弦定理.

【分析】(I）利用诱导公式，正弦定理，同角三角函数基本关系式化简已知等式可得$\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，利用特殊角的三角函数值即可得解C的值.

（II）由余弦定理可求a的值，进而利用三角形面积公式即可计算得解.

【解答】解：(I）∵$\frac{\sqrt{3}c}{\cos C}=\frac{a}{\cos(\frac{3\pi}{2}+A)}$.

∴$\frac{\sqrt{3}c}{\cos C}=\frac{a}{\sin A}$，由正弦定理可得：$\frac{\sqrt{3}\sin C}{\cos C}=\frac{\sin A}{\sin A}$，可得：$\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴$C=\frac{\pi}{6}$.

（II）∵$C=\frac{\pi}{6}$，$\frac{c}{a}=2$，$b=4\sqrt{3}$，

∴由余弦定理 $c^2=a^2+b^2-2abcosC$，可得：$(2a)^2=a^2+(4\sqrt{3})^2-2\times a\times 4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$，

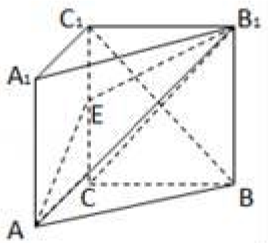
整理可得：$a^2+4a-16=0$，解得：$a=2\sqrt{5}-2$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}absinC=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{5}-2)\times 4\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{15}-2\sqrt{3}$.

20．　已知直棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=BC=CC_1=\frac{\sqrt{2}}{2}AB$，E 是线段 CC_1 的中点，连接 AE，B_1E，AB_1，B_1C，BC_1，得到的图形如图所示．

（I）证明 $BC_1\perp$平面 AB_1C；

（II）求二面角 $E-AB_1-C$ 的大小．



【考点】二面角的平面角及求法；直线与平面垂直的判定．

【分析】（Ⅰ）推导出 $AC\perp BC$，以 C 为原点，CA 为 x 轴，CB 为 y 轴，CC_1 为 z 轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能证明 $BC_1\perp$平面 AB_1C．

（Ⅱ）求出平面 AB_1C 的法向量，和平面 AB_1E 的法向量，利用向量法能求出二面角 $E-AB_1-C$ 的大小．

【解答】证明：（Ⅰ）∵直棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=BC=CC_1=\frac{\sqrt{2}}{2}AB$，

∴$AC^2+BC^2=AB^2$，∴$AC\perp BC$，

以 C 为原点，CA 为 x 轴，CB 为 y 轴，CC_1 为 z 轴，建立空间直角坐标系，

设 $AC=BC=CC_1=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=1$，

则 B（0，1，0），C_1（0，0，1），A（1，0，0），B_1（0，1，1），C（0，0，0），

$\overrightarrow{BC_1}=(0,-1,1)$，$\overrightarrow{AB_1}=(-1,1,1)$，$\overrightarrow{AC}=(-1,0,0)$，$\overrightarrow{AC_1}=(-1,0,1)$，

∴•$\overrightarrow{AC}=0$，$\overrightarrow{BC_1}\cdot\overrightarrow{AB_1}=0-1+1=0$，

∴$BC_1\perp AC$，$BC_1\perp AB_1$，

∵AC∩AB_1=A，∴BC_1⊥平面 AB_1C.

解：（Ⅱ）∵BC_1⊥平面 AB_1C，∴$\overrightarrow{BC_1}$=（0，﹣1，1）是平面 AB_1C 的法向量，

E（0，$\frac{1}{2}$，0），$\overrightarrow{AE}$=（﹣1，0，$\frac{1}{2}$），

设平面 AB_1E 的法向量$\vec{n}$=（x，y，z），

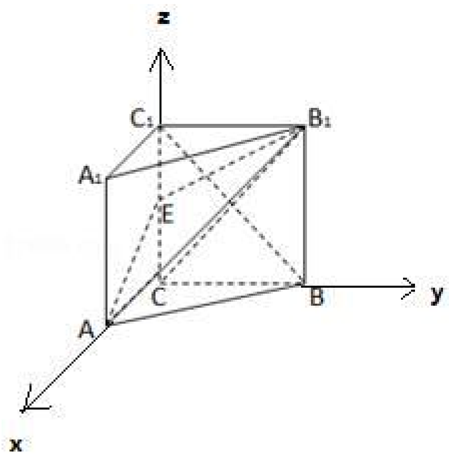
则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB_1}=-x+y+z=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}=-x+\frac{1}{2}z=0\end{cases}$，取 x=1，得$\vec{n}$=（1，﹣1，2），

设二面角 E﹣AB_1﹣C 的大小为θ，

则 $\cos\theta=\frac{|\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC_1}|}{|\vec{n}|\cdot|\overrightarrow{BC_1}|}=\frac{3}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴θ=30°.

∴二面角 E﹣AB_1﹣C 的大小为 30°.



21．已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）过点（$\frac{3}{2}$，﹣$\frac{\sqrt{6}}{2}$），且离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

（I）求椭圆 C 的标准方程；

（II）若点 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）是椭圆 C 上的亮点，且 $x_1 \neq x_2$，点 P（1，0），证明：△PAB 不可能为等边三角形.

【考点】椭圆的简单性质.

【分析】（Ⅰ）由题意列关于 a，b，c 的方程组，求解得到 a，b 的值，则椭圆方程可求；

（Ⅱ）求出 PA，PB，证明$|PA|\neq|PB|$，即可证明：△PAB 不可能为等边三角形.

【解答】(Ⅰ) 解：由题意，得$\begin{cases}\frac{9}{4a^2}+\frac{6}{4b^2}=1\\ \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$，解得$a^2=\frac{9}{2}$，$b^2=3$.

∴椭圆 C 的标准方程为$\frac{2x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$；

(Ⅱ) 证明：证明：A（x_1，y_1），则$2x_1^2+3y_1^2=9$，且$x_1\in[-\frac{3\sqrt{2}}{2},\frac{3\sqrt{2}}{2}]$，

$|PA|=\sqrt{(x_1-1)^2+y_1^2}=\sqrt{(x_1-1)^2+3-\frac{2}{3}x_1^2}=\sqrt{\frac{1}{3}(x_1-3)^2+1}$，

B（x_2，y_2），同理可得$|PB|=\sqrt{\frac{1}{3}(x_2-3)^2+1}$，且$x_2\in[-\frac{3\sqrt{2}}{2},\frac{3\sqrt{2}}{2}]$.

$y=\frac{1}{3}(x-3)^2+1$在$[-\frac{3\sqrt{2}}{2},\frac{3\sqrt{2}}{2}]$上单调，

∴有$x_1=x_2\Leftrightarrow|PA|=|PB|$，

∵$x_1\neq x_2$，∴$|PA|\neq|PB|$，

∴△PAB 不可能为等边三角形.

请考生从 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分：

22．在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为$(x+6)^2+y^2=25$.

(Ⅰ) 以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求 C 的极坐标方程；

(Ⅱ) 直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数），α为直线 l 的倾斜角，l 与 C 交于 A，B 两点，且$|AB|=\sqrt{10}$，求 l 的斜率.

【考点】参数方程化成普通方程；简单曲线的极坐标方程.

【分析】（Ⅰ）由$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，$\rho^2=x^2+y^2$，能求出 C 的极坐标方程.

（Ⅱ）直线 l 的直角坐标方程为$\frac{x}{\cos\alpha}-\frac{y}{\sin\alpha}=0$，圆心（﹣6，0）到直线 l 的距离$d=\frac{|-\frac{6}{\cos\alpha}|}{\sqrt{2}}=\sqrt{25-(\frac{\sqrt{10}}{2})^2}$，由此能求出 l 的斜率 k.

【解答】解：（Ⅰ）∵在直角坐标系 xOy 中，圆 C 的方程为$(x+6)^2+y^2=25$，

∴$x^2+y^2+12x+11=0$，

以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，

$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，$\rho^2=x^2+y^2$，

∴C 的极坐标方程为$\rho^2+\rho\cos\theta+11=0$.

（Ⅱ）∵直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数），α为直线 l 的倾斜角，

∴直线 l 的直角坐标方程为$\frac{x}{\cos\alpha}-\frac{y}{\sin\alpha}=0$，

∵l 与 C 交于 A，B 两点，且$|AB|=\sqrt{10}$，

∴圆心（﹣6，0）到直线 l 的距离 $d=\frac{|-\frac{6}{\cos\alpha}|}{\sqrt{2}}=\sqrt{25-(\frac{\sqrt{10}}{2})^2}$，

解得 $\cos\alpha=\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$，

当 $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$时，l 的斜率 $k=\tan\alpha=2$；当 $\cos\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$时，l 的斜率 $k=\tan\alpha=-2$.

23．已知函数 $f(x)=|2x-a|+a$.

（1）当 a=2 时，求不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集；

（2）设函数 $g(x)=|2x-1|$，当 $x\in R$ 时，$f(x)+g(x)\geqslant 3$，求 a 的取值范围.

【考点】绝对值不等式的解法.

【分析】（1）当 a=2 时，由已知得$|2x-2|+2\leqslant 6$，由此能求出不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集.

（2）由 $f(x)+g(x)=|2x-1|+|2x-a|+a\geqslant 3$，得$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geqslant\frac{3-a}{2}$，由此能求出 a 的取值范围.

【解答】解：（1）当 a=2 时，$f(x)=|2x-2|+2$，

∵$f(x)\leqslant 6$，∴$|2x-2|+2\leqslant 6$，

$|2x-2|\leqslant 4$，$|x-1|\leqslant 2$，

∴$-2\leqslant x-1\leqslant 2$，

解得$-1\leqslant x\leqslant 3$，

∴不等式 $f(x)\leqslant 6$ 的解集为$\{x|-1\leqslant x\leqslant 3\}$.

（2）∵$g(x)=|2x-1|$，

∴$f(x)+g(x)=|2x-1|+|2x-a|+a\geqslant 3$，

$2|x-\frac{1}{2}|+2|x-\frac{a}{2}|+a\geqslant 3$，

$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geqslant\frac{3-a}{2}$，

当 $a\geqslant 3$ 时，成立，

当 $a<3$ 时，$|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{a}{2}|\geqslant\frac{1}{2}|a-1|\geqslant\frac{3-a}{2}>0$，

∴ $(a-1)^2\geqslant(3-a)^2$，

解得 $2\leqslant a<3$，

∴a 的取值范围是 $[2，+\infty)$.