

高二下学期第一次月考（理科） 数学试题

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

1. 设集合 $M=\{x|x^2-4x+3\leq 0\}$, $N=\{x|\log_2 x\leq 1\}$, 则 $M\cup N=(\quad)$
A. $[1, 2]$ B. $[1, 2)$ C. $[0, 3]$ D. $(0, 3]$
2. 在 $\triangle ABC$ 中, 周长为 7.5 cm, 且 $\sin A:\sin B:\sin C=4:5:6$, 下列结论:
① $a:b:c=4:5:6$ ② $a:b:c=2:\sqrt{5}:\sqrt{6}$
③ $a=2\text{ cm}, b=2.5\text{ cm}, c=3\text{ cm}$ ④ $A:B:C=4:5:6$
其中成立的个数是()
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
3. 若 a, b, c 为实数, 则下列命题正确的是()
A. 若 $a>b$, 则 $ac^2>bc^2$ B. 若 $a<b<0$, 则 $a^2>ab>b^2$
C. 若 $a<b<0$, 则 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ D. 若 $a<b<0$, 则 $\frac{b}{a}>\frac{a}{b}$
4. 不等式 $\frac{x}{x-1}<2$ 的解集是()
A. $\{x|x>1\}$ B. $\{x|x<2\}$ C. $\{x|1<x<2\}$ D. $\{x|x<1\text{ 或 }x>2\}$
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $A=60^\circ$, $b=1$, 其面积为 $\sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 外接圆的半径 R 的值为()
A. $\frac{8\sqrt{3}}{81}$ B. $\frac{\sqrt{39}}{3}$ C. $\frac{26\sqrt{3}}{3}$ D. $2\sqrt{7}$
6. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_2=2$, $S_4=10$, 则 S_6 等于()
A. 12 B. 18 C. 24 D. 42
7. 在 $\triangle ABC$, 分别根据下列条件解三角形, 其中有两解的是()
A. $a=7, b=14, A=30^\circ$ B. $a=30, b=25, A=150^\circ$
C. $a=72, b=50, A=135^\circ$ D. $a=30, b=40, A=26^\circ$
8. $\triangle ABC$ 的三边长分别为 $AB=7$, $BC=5$, $CA=6$, 则 $\vec{AB}\cdot\vec{BC}$ 的值为()
A. 19 B. 14 C. -18 D. -19
9. 函数 $f(x)$ 定义如下表, 数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_0=5$, 且对任意的自然数均有 $x_{n+1}=f(x_n)$, 则 $x_{2014}=(\quad)$

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	5	1	3	4	2

A. 1 B. 2 C. 4 D. 5
10. 不等式 $\frac{1}{x+1}(x-1)(x-2)^2(x-3)<0$ 的解集是()
A. $(-1,1)\cup(2,3)$ B. $(-\infty, -1)\cup(1,2)\cup(2,3)$
C. $(-\infty, -1)\cup(1,3)$ D. $\mathbb{R}$
11. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2=2$, $a_6=0$ 且数列 $\{\frac{1}{a_n+1}\}$ 是等差数列, 则 a_4 等于()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$
12. 已知 $x>0$, $y>0$, x, a, b, y 成等差数列, x, c, d, y 成等比数列, 则 $\frac{(a+b)^2}{cd}$ 的最小值是()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

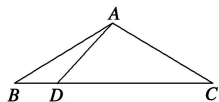
二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=n^2+bn+(b-2)$, 则 $a_6+a_7+a_8=$ _____

14. 已知平面直角坐标系 xOy 上的区域 D 由不等式组 $\begin{cases} 0 \leq x \leq \sqrt{2} \\ y \leq 2 \\ x \leq \sqrt{2}y \end{cases}$ 给定. 若 $M(x, y)$ 为 D 上的动点, 点

A 的坐标为 $(\sqrt{2}, 1)$, 则 $z = \vec{OM} \cdot \vec{OA}$ 的最大值为_____

15. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$, $BC = 2\sqrt{3}$, 点 D 在 BC 边上, $\angle ADC = 45^\circ$, 则 AD 的长度等于_____.



16. 函数 $y = \log_a(x+3) - 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图像恒过定点 A , 若点 A 在直线 $mx + ny + 1 = 0$ 上, 其中 $mn > 0$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值为_____

三、解答题 (本小题共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题 10 分)

- (1)、数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式。
- (2)、数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $na_n = (n-1)a_{n-1}$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式。

18. (本小题 12 分)

等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 S_1, S_3, S_2 成等差数列,

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的公比 q
- (2) 若 $a_1 - a_3 = 3$, 求 S_n

19. (本小题 12 分)

解关于 x 的不等式 $ax^2 - (a+1)x + 1 < 0$.

20. (本小题 12 分)

某种汽车, 购车费用是 10 万元, 每年使用的保险费、养路费、汽油费约为 0.9 万元, 年维修费第一年是 0.2 万元, 以后逐年递增 0.2 万元。问这种汽车使用多少年时, 它的年平均费用最少?

21. (本小题 12 分)

设 $\triangle ABC$ 的内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c , 若 $(a+b+c)(a-b+c)=ac$.

(1)、求 B ; (2)、若 $\sin A \sin C = \frac{\sqrt{3}-1}{4}$, 求 C .

22. (本小题 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2n^2 + n, (n \in N^*)$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n = 4 \log_2 b_n + 3, (n \in N^*)$ 。(1) 求 a_n 和 b_n 。(2) 求数列 $\{a_n \cdot b_n\}$ 的前 n 项和 T_n

20、解：

21、解：

22、解：

高二下学期第一次月考数学试题答案（理）

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	C	B	D	B	C	A	D	B	B	A	D

二、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 20 14. 4 15. $\sqrt{2}$ 16. 8

三、解答题

17、解： $a_n = n^2$ $a_n = \frac{1}{n}$

18、解：（1）依题意有 $a_1 + (a_1 + a_1q) = 2(a_1 + a_1q + a_1q^2)$ 由于 $a_1 \neq 0$ ，故 $2q^2 + q = 0$
又 $q \neq 0$ ，从而 $q = -\frac{1}{2}$.

（2）由已知可得 $a_1 - a_1(-\frac{1}{2})^2 = 3$ 故 $a_1 = 4$ 从而 $S_n = \frac{4(1 - (-\frac{1}{2})^n)}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{8}{3}(1 - (-\frac{1}{2})^n)$.

19、解：1、当 $a=0$ 时，不等式的解集为 $\{x | x > 1\}$ ，当 $a \neq 0$ 时，原不等式可化为 $a(x - \frac{1}{a})(x - 1) < 0$

2、当 $a < 0$ 时，原不等式等价于 $(x - \frac{1}{a})(x - 1) > 0$ ，不等式的解为 $\left\{x | x > 1 \text{ 或 } x < \frac{1}{a}\right\}$

3、当 $0 < a < 1$ 时， $1 < \frac{1}{a}$ ，不等式的解集为 $\left\{x | 1 < x < \frac{1}{a}\right\}$ ，

4、当 $a=1$ 时，不等式的解集为 $\emptyset$

5、当 $a > 1$ 时， $\frac{1}{a} < 1$ ，不等式的解集为 $\left\{x | \frac{1}{a} < x < 1\right\}$ ，

20、解：课本 P93 例题 5 10 年

21、解：（1）由 $S_3 = 6$ ，得 $a_2 = 2$ 。 $\because a_3 - a_1, 2a_2, a_8$ 成等比数列， $\therefore (2d) \cdot (2 + 6d) = 4^2$ ，解得 $d = 1$ 或 $d = -\frac{4}{3}$ ， $\because d > 0$ ， $\therefore d = 1$ ， $\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n$ 。

$$(2) T_n = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right) \right] =$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{3n^2 + 5n}{4(n+1)(n+2)}.$$

22、(1)、 $a_n = 4n - 1$, $b_n = 2^{n-1}$ 。(2)、 $T_n = (2n - 5)2^n + 5$ (错位相减法) 练习册题