高一数学第一章章末检测第 1 章三角函数(B)

(时间：120 分钟　满分：160 分)

一、填空题(本大题共 14 小题，每小题 5 分，共 70 分)

1．已知 $\cos\alpha=\frac{1}{2}$，$\alpha\in(370°，520°)$，则α=________.

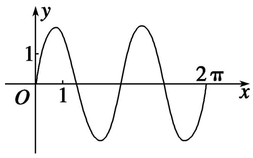
2．若 $\sin x\cdot\cos x<0$，则角 x 的终边位于第________象限.

3．已知 $\tan(-\alpha-\frac{4}{3}\pi)=-5$，则 $\tan(\frac{\pi}{3}+\alpha)$的值为________.

4．如果 $\cos\alpha=\frac{1}{5}$，且α是第四象限的角，那么 $\cos(\alpha+\frac{\pi}{2})$=________.

5．函数 $f(x)=\cos(3x+\varphi)$的图象关于原点成中心对称，则φ=________.

6．若$\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta}=2$，则 $\sin\theta\cos\theta$的值是________.



7．已知函数 $y=2\sin(\omega x+\varphi))(\omega>0)$在区间$[0,2\pi]$的图象如图，那么$\omega$=________.

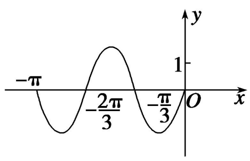
8．设θ是第二象限角，则点 $P(\sin\theta，\cos\theta)$落在第________象限.

9．将函数 $y=\sin(x-\theta)$的图象 F 向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度得到图象 F'，若 F' 的一条对称轴是直线 $x=\frac{\pi}{4}$，则θ的所有可能取值的集合是________.

10．在同一平面直角坐标系中，函数 $y=\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{3\pi}{2}\right)(x\in[0,2\pi])$的图象和直线 $y=\frac{1}{2}$的交点个数是______.

11．设 $a=\sin\frac{5\pi}{7}$，$b=\cos\frac{2\pi}{7}$，$c=\tan\frac{2\pi}{7}$，则 a，b，c 按从小到大的顺序是________.

12．



函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$($A$、$\omega$、$\varphi$为常数，$A>0$，$\omega>0$)在闭区间$[-\pi，0]$上的图象如图所示，则$\omega$=________.

13．设定义在区间$(0，\frac{\pi}{2})$上的函数 $y=6\cos x$ 的图象与 $y=5\tan x$ 的图象交于点 P，过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 P_1，直线 PP_1 与函数 $y=\sin x$ 的图象交于点 P_2，则线段 P_1P_2 的长为________.

14．给出下列命题：

(1)函数 $y=\sin|x|$不是周期函数；

(2)函数 $y=\tan x$ 在定义域内为增函数；

(3)函数 $y=|\cos 2x+\frac{1}{2}|$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$；

(4)函数 $y=4\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，$x\in\mathbf{R}$ 的一个对称中心为$(-\frac{\pi}{6}，0)$.

其中正确命题的序号是________.

二、解答题(本大题共 6 小题，共 90 分)

15．(14 分)已知α是第三象限角，$f(\alpha)=\dfrac{\sin(\alpha-\frac{\pi}{2})\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)\tan(\pi-\alpha)}{\tan(-\alpha-\pi)\sin(-\pi-\alpha)}$.

(1)化简 $f(\alpha)$；

(2)若 $\cos(\alpha-\frac{3}{2}\pi)=\frac{1}{5}$，求 $f(\alpha)$的值．

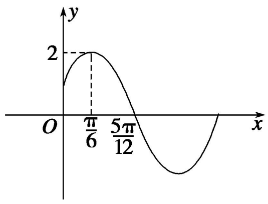
16．(14 分)已知$\dfrac{4\sin\theta-2\cos\theta}{3\sin\theta+5\cos\theta}=\dfrac{6}{11}$，求下列各式的值．

(1)$\dfrac{5\cos^2\theta}{\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta-3\cos^2\theta}$;

(2)$1-4\sin\theta\cos\theta+2\cos^2\theta$.

17．(14 分)已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$,

求：(1)$\sin\alpha-\cos\alpha$；(2)$\sin^3\alpha+\cos^3\alpha$.



18．(16 分)已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0，\omega>0，|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示．

(1)求函数 $f(x)$的解析式；

(2)如何由函数 $y=2\sin x$ 的图象通过适当的变换得到函数 $f(x)$的图象，写出变换过程．

19．(16 分)函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0，\omega>0,0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2})$在 $x\in(0,7\pi)$内只取到一个最大值和一个最小值，且当 $x=\pi$时，$y_{max}=3$；当 $x=6\pi$，$y_{min}=-3$.

(1)求出此函数的解析式；

(2)求该函数的单调递增区间；

(3)是否存在实数 m，满足不等式 $A\sin(\omega\sqrt{-m^2+2m+3}+\varphi)>A\sin(\omega\sqrt{-m^2+4}+\varphi)$？若存在，求出 m 的范围(或值)，若不存在，请说明理由．

20．(16 分)已知某海滨浴场海浪的高度 y(米)是时间 $t(0\leqslant t\leqslant 24$，单位：小时)的函数，记作：$y=f(t)$，下表是某日各时的浪高数据：

t(时)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
y(米)	1.5	1.0	0.5	1.0	1.5	1.0	0.5	0.99	1.5

经长期观测，$y=f(t)$的曲线，可近似地看成是函数 $y=A\cos\omega t+b$.

(1)根据以上数据，求函数 $y=A\cos\omega t+b$ 的最小正周期 T，振幅 A 及函数表达式;
(2)依据规定，当海浪高度高于 1 米时才对冲浪爱好者开放，请依据(1)的结论，判断一天内的上午 8∶00 时至晚上 20∶00 时之间，有多少时间可供冲浪者进行运动？

第 1 章　三角函数(B)

1．420°　2.二或四　3.5

4.$\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$

解析　∵α是第四象限的角且 $\cos\alpha=\dfrac{1}{5}$.

∴$\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}=-\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$,

∴$\cos(\alpha+\dfrac{\pi}{2})=-\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$.

5．$k\pi+\dfrac{\pi}{2}$ $(k\in\mathbf{Z})$

解析　若函数 $f(x)=\cos(3x+\varphi)$的图象关于原点成中心对称，则 $f(0)=\cos\varphi=0$，∴$\varphi=k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，$(k\in\mathbf{Z})$.

6.$\dfrac{3}{10}$

解析　∵$\dfrac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta}=\dfrac{\tan\theta+1}{\tan\theta-1}=2$，

∴$\tan\theta=3$.

∴$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\dfrac{\tan\theta}{\tan^2\theta+1}=\dfrac{3}{10}$.

7．2

解析　由图象知 $2T=2\pi$，$T=\pi$，∴$\dfrac{2\pi}{\omega}=\pi$，$\omega=2$.

8．四

解析　由已知θ是第二象限角，∴$\sin\theta>0$，
$\cos\theta<0$，则点 $P(\sin\theta，\cos\theta)$落在第四象限.

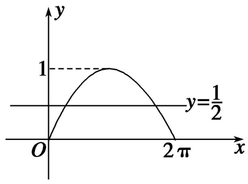
9．$\{\theta|\theta=k\pi-\dfrac{7\pi}{12}，k\in\mathbf{Z}\}$

解析　将 $y=\sin(x-\theta)$向右平移$\dfrac{\pi}{3}$个单位长度得到的解析式为 $y=\sin\left[\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)-\theta\right]=\sin(x-\dfrac{\pi}{3}-\theta)$. 其对称轴是 $x=\dfrac{\pi}{4}$，则$\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\pi}{3}-\theta=k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$.

$\therefore \theta=-k\pi-\frac{7\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$．即$\theta=k\pi-\frac{7}{12}\pi$，$k\in\mathbf{Z}$.

10．2

解析　函数$y=\cos\left(\frac{x}{2}+\frac{3\pi}{2}\right)=\sin\frac{x}{2}$，$x\in[0,2\pi]$，图象如图所示，直线$y=\frac{1}{2}$与该图象有两个交点．



11．$b<a<c$

解析　$\because a=\sin\frac{5\pi}{7}=\sin(\pi-\frac{5\pi}{7})=\sin\frac{2\pi}{7}$.

$\frac{2\pi}{7}-\frac{\pi}{4}=\frac{8\pi}{28}-\frac{7\pi}{28}>0$.

$\therefore\frac{\pi}{4}<\frac{2\pi}{7}<\frac{\pi}{2}$.

又$\alpha\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$时，$\sin\alpha>\cos\alpha$.

$\therefore a=\sin\frac{2\pi}{7}>\cos\frac{2\pi}{7}=b$.

又$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$时，$\sin\alpha<\tan\alpha$.

$\therefore c=\tan\frac{2\pi}{7}>\sin\frac{2\pi}{7}=a$.

$\therefore c>a.\therefore c>a>b$.

12．3

解析　由函数 y＝Asin(ωx＋φ)的图象可知：

$\frac{T}{2}=(-\frac{\pi}{3})-(-\frac{2}{3}\pi)=\frac{\pi}{3}$，$\therefore T=\frac{2}{3}\pi$.

$\because T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2}{3}\pi$，$\therefore\omega=3$.

13.$\frac{2}{3}$

解析　由$\begin{cases}y=6\cos x,\\y=5\tan x\end{cases}$消去$y$得$6\cos x=5\tan x$.

整理得$6\cos^2x=5\sin x,6\sin^2x+5\sin x-6=0$，$(3\sin x-2)(2\sin x+3)=0$，

所以$\sin x=\frac{2}{3}$或$\sin x=-\frac{3}{2}$(舍去).

点P_2的纵坐标$y_2=\frac{2}{3}$，

所以$P_1P_2=\frac{2}{3}$.

14．(1)(4)

解析　本题考查三角函数的图象与性质．(1)由于函数$y=\sin|x|$是偶函数，作出y轴右侧的图象，再关于y轴对称即得左侧图象，观察图象可知没有周期性出现，即不是周期函数；(2)错，正切函数在定义域内不单调，整个图象具有周期性，因此不单调；(3)由周期函数的定义$f(x+\frac{\pi}{2})=|-\cos 2x+\frac{1}{2}|\neq f(x)$，$\therefore\frac{\pi}{2}$不是函数的周期；(4)由于$f(-\frac{\pi}{6})=0$，故根

据对称中心的意义可知$(-\frac{\pi}{6}, 0)$是函数的一个对称中心，故只有(1)(4)是正确的．

15．解　(1)$f(\alpha)=\dfrac{\sin(\alpha-\frac{\pi}{2})\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)\tan(\pi-\alpha)}{\tan(-\alpha-\pi)\sin(-\pi-\alpha)}$

$=\dfrac{-\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)\sin\alpha(-\tan\alpha)}{(-\tan\alpha)\sin\alpha}$

$=\dfrac{\cos\alpha\sin\alpha\tan\alpha}{-\tan\alpha\sin\alpha}$

$=-\cos\alpha$.

(2)$\because\cos(\alpha-\frac{3\pi}{2})=\cos(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=-\sin\alpha=\frac{1}{5}$.

$\therefore\sin\alpha=-\frac{1}{5}$.

$\because\alpha$是第三象限角，$\therefore\cos\alpha=-\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

$\therefore f(\alpha)=-\cos\alpha=\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

16．解　由已知$\dfrac{4\sin\theta-2\cos\theta}{3\sin\theta+5\cos\theta}=\dfrac{6}{11}$,

$\therefore\dfrac{4\tan\theta-2}{3\tan\theta+5}=\dfrac{6}{11}$.

解得：$\tan\theta=2$.

(1)原式$=\dfrac{5}{\tan^2\theta+2\tan\theta-3}=\dfrac{5}{5}=1$.

(2)原式$=\sin^2\theta-4\sin\theta\cos\theta+3\cos^2\theta$

$=\dfrac{\sin^2\theta-4\sin\theta\cos\theta+3\cos^2\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}$

$=\dfrac{\tan^2\theta-4\tan\theta+3}{1+\tan^2\theta}=-\dfrac{1}{5}$.

17．解　(1)由$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$，得$2\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{24}{25}$,

$\therefore(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=1-2\sin\alpha\cos\alpha=1+\frac{24}{25}=\frac{49}{25}$,

$\therefore\sin\alpha-\cos\alpha=\pm\frac{7}{5}$.

(2)$\sin^3\alpha+\cos^3\alpha=(\sin\alpha+\cos\alpha)(\sin^2\alpha-\sin\alpha\cos\alpha+\cos^2\alpha)=(\sin\alpha+\cos\alpha)(1-\sin\alpha\cos\alpha)$,

由(1)知$\sin\alpha\cos\alpha=-\frac{12}{25}$且$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$,

$\therefore\sin^3\alpha+\cos^3\alpha=\frac{1}{5}\times\left(1+\frac{12}{25}\right)=\frac{37}{125}$.

18．解　(1)由图象知$A=2$.

$f(x)$的最小正周期$T=4\times(\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{6})=\pi$，故$\omega=\frac{2\pi}{T}=2$.

将点$(\frac{\pi}{6}, 2)$代入$f(x)$的解析式得

$\sin(\frac{\pi}{3}+\varphi)=1$，又$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，$\therefore\varphi=\frac{\pi}{6}$,

故函数 $f(x)$的解析式为 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

(2)变换过程如下：

$$y=2\sin x\xrightarrow{\text{图象向左平移}\frac{\pi}{6}\text{个单位}}y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\xrightarrow[\text{纵坐标不变}]{\text{所有点的横坐标缩短为原来的}\frac{1}{2}}y=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right).$$

19．**解**　(1)由题意得 $A=3$，$\frac{1}{2}T=5\pi\Rightarrow T=10\pi$，

$\therefore \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{1}{5}.\therefore y=3\sin(\frac{1}{5}x+\varphi)$，由于点$(\pi，3)$在此函数图象上，则有 $3\sin(\frac{\pi}{5}+\varphi)=3$，

$\because 0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}$，$\therefore \varphi=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{5}=\frac{3\pi}{10}$.

$\therefore y=3\sin(\frac{1}{5}x+\frac{3\pi}{10})$.

(2)当 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant\frac{1}{5}x+\frac{3\pi}{10}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$时，即 $10k\pi-4\pi\leqslant x\leqslant 10k\pi+\pi$时，原函数单调递增.

$\therefore$原函数的单调递增区间为$[10k\pi-4\pi，10k\pi+\pi](k\in\mathbf{Z})$.

(3)m 满足$\begin{cases}-m^2+2m+3\geqslant 0,\\-m^2+4\geqslant 0,\end{cases}$

解得$-1\leqslant m\leqslant 2$.

$\because -m^2+2m+3=-(m-1)^2+4\leqslant 4$，

$\therefore 0\leqslant\sqrt{-m^2+2m+3}\leqslant 2$，

同理 $0\leqslant\sqrt{-m^2+4}\leqslant 2$.

由(2)知函数在$[-4\pi，\pi]$上递增，若有：

$A\sin(\omega\sqrt{-m^2+2m+3}+\varphi)>A\sin(\omega\sqrt{-m^2+4}+\varphi)$，只需要：

$\sqrt{-m^2+2m+3}>\sqrt{-m^2+4}$，即 $m>\frac{1}{2}$成立即可，所以存在 $m\in(\frac{1}{2}，2]$，使 $A\sin(\omega\sqrt{-m^2+2m+3}+\varphi)>A\sin(\omega\sqrt{-m^2+4}+\varphi)$成立.

20．**解**　(1)由表中数据知周期 $T=12$，

$\therefore \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{12}=\frac{\pi}{6}$,

由 $t=0$，$y=1.5$，得 $A+b=1.5$.

由 $t=3$，$y=1.0$，得 $b=1.0$.

$\therefore A=0.5$，$b=1$，

$\therefore y=\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{6}t+1$.

(2)由题知，当 $y>1$ 时才可对冲浪者开放，

$\therefore \frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{6}t+1>1$，

$\therefore \cos\frac{\pi}{6}t>0$，$\therefore 2k\pi-\frac{\pi}{2}<\frac{\pi}{6}t<2k\pi+\frac{\pi}{2}$,

即 $12k-3<t<12k+3$.①

$\because 0\leqslant t\leqslant 24$，故可令①中 k 分别为 0,1,2，

即 $0\leqslant t<3$ 或 $9<t<15$ 或 $21<t\leqslant 24$，

$\therefore$在规定时间上午 8∶00 至晚上 20∶00 之间，有 6 个小时时间可供冲浪者运动，即上午 9∶00 至下午 3∶00.