2017—2018 学年（上）期末考试

高 2020 级数学试题

考试说明：1. 考试时间：120 分钟

2. 试题总分：150 分

3. 试卷页数： 4 页

一．选择题：（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个备选选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．$\tan 390^{\circ}$ 的值等于（　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$-\sqrt{3}$

2．已知 $M=\{0,1,2\}$，$N=\{x\mid x=2a,a\in M\}$，则 $M\cup N=$（　）

A．$\{0\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{0,1,2\}$　　D．$\{0,1,2,4\}$

3．设 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点，$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}=2\overrightarrow{BP}$，则（　）

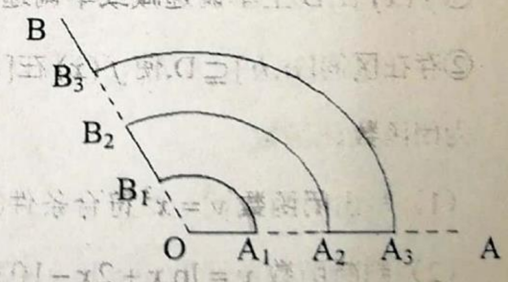
A．PAC 三点共线　B．PAB 三点共线　C．PBC 三点共线　D．以上均不正确

4．给出下列四个式子：

①$\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}=x^{\frac{1}{6}}$　②$a^3>a^2$　③$(\log_a 3)^2=2\log_a 3$　④$\log_2 3>\log_4 9$

其中正确的有（　）

A．0 个　B．1 个　C．2 个　D．3 个



5．如右图，已知 $\angle AOB=2$ 弧度，点 A_1、A_2、A_3 在 OA 上，点 B_1、B_2、B_3 在 OB 上，其中每一条实线段和虚线段长度均为 1 个单位。一个动点 M 从点 O 出发，沿着实线段和以点 O 为圆心的实线圆弧匀速运动，速度为 1 单位/秒。则动点 M 到达 A_2 处所需时间为（　）秒。

A．6　　B．8　　C．$2+\frac{3}{2}\pi$　　D．$2+3\pi$

6．下列四个函数中，在 $(0,+\infty)$ 上为增函数的是（　）

A. $y=(\frac{1}{2})^x-1$　B. $y=x^2-3x$　C. $y=-\frac{1}{x+1}$　D. $y=-|x|$

7. 已知函数 $f(x)=3^x+3x-8$，用二分法求方程 $3^x+3x-8=0$ 在 $x\in(1,3)$ 内近似解的过程中,取区间中点 $x_0=2$，那么下一个有根区间为（　）

A. (1,2)　B. (2,3)　C. (1,2)，(2,3)都可以　D. 不能确定

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}3^{-x}+1(x\le 0)\\ x^a+\log_2 x(x>0)\end{cases}$，若 $f(f(-1))=18$，那么实数 a 的值是（　）

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

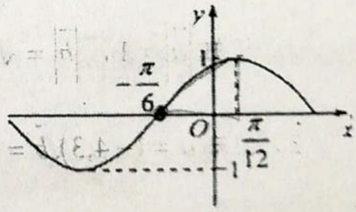
9. 若 $\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\sin 2\alpha$ 的值为（　）

A. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　C. $-\frac{3}{4}$　D. $\frac{3}{4}$

10. 已知 $\vec{a}=(\sqrt{3},-\sin\theta)$，$\vec{b}=(\cos\theta,1)$，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 θ 为（　）

A. $\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in Z)$　B. $\frac{\pi}{6}+2k\pi(k\in Z)$　C. $\frac{\pi}{3}+2k\pi(k\in Z)$　D. $\frac{\pi}{6}+k\pi(k\in Z)$

11. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2},x\in R)$ 在一个周期内的图象如图所示,则 $y=f(x)$ 的图象可由函数 $y=\cos x$ 的图象(纵坐标不变)（　）得到。



A. 先把各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍,再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 单位

B. 先把各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍,再向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 单位

C. 先把各点的横坐标伸长到原来的 2 倍,再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 单位

D. 先把各点的横坐标伸长到原来的 2 倍,再向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 单位

12. 设函数 $f(x)$ 为偶函数，且当 $x\ge 0$ 时，$f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$，又函数 $g(x)=|\sin\pi x|$，则

函数 $h(x)=f(x)-g(x)$ 在 $\left[-\frac{1}{2},2\right]$ 上的零点的个数为（　　）个。

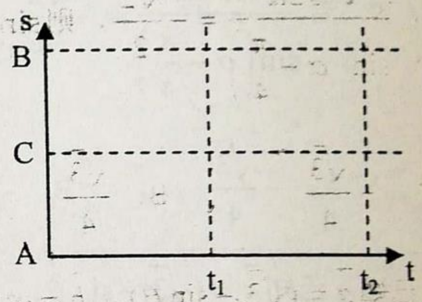
A. 3　　　　B. 4　　　　C. 5　　　　D. 6

二．填空题：（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，把答案分别填写在答题卡相应位置）

13．已知集合 $M=\left\{x\middle|\log_2(x-3)\le 0\right\}, N=\left\{x\middle|y=\sqrt{2x-7}\right\}$，则集合 $M\cap N$ 为___。

14. 函数 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-2x}$ 的单调增区间为__________。

15．甲、乙二人从 A 地沿同一方向去 B 地，途中都使用两种不同的速度 v_1 与 v_2（$v_1<v_2$）。甲前一半的路程使用速度 v_1，后一半的路程使用速度 v_2；乙前一半的时间使用速度 v_1，后一半时间使用速度 v_2。请在右面坐标系中画出关于甲、乙二人从 A 地到达 B 地的路程与时间的函数图象(其中横轴 t 表示时间，纵轴 s 表示路程，C 是 AB 的中点，t_1 是 t_2 的一半)。



16．化简：$\dfrac{\sqrt{6}\sin 35°+\sin 80°(1+\tan 10°)}{\sqrt{1+\cos 50°}}=$__________。

三．解答题：（本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本题满分 10 分）

（1）已知 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{3}$，若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$，求 $|\vec{a}-\vec{b}|$；

（2）已知 $\vec{a}=(-4,3), \vec{b}=(1,2)$，求 $(\vec{a}-3\vec{b})\cdot(2\vec{a}+\vec{b})$ 的值。

18．（本题满分 12 分）已知角 α 的顶点在坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边经过点 $P(-3,4)$。

（1）求 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$ 的值；　　（2）求 $\dfrac{\sin(\pi+\alpha)+\cos(-\alpha)}{\cos(\alpha-\frac{\pi}{2})}$ 的值。

19．（本题满分 12 分）已知函数 $f(x)=\sin x(\sin x+\sqrt{3}\cos x)$。

（1）求 $y=f(x)$ 的最小正周期；

（2）当 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 时，求 $y=f(x)$ 的最大值和最小值及相应 x 的值。

20．（本题满分 12 分）设函数 $f(x)=\log_a x$（$0<a<1$）。

（1）比较 $f(\sin 1)$ 与 $f(\cos 1)$ 的大小；

（2）记函数 $f(x)$ 的反函数为 $g(x)$，若 $a+kg(x-1)\geq 0$ 在 $x\in[2,+\infty)$ 上恒成立，求 k 的最小值。

21．（本题满分 12 分）已知函数 $f(x)=2^x-2^{-x}$，$g(x)=x(x-a)$。

（1）判断并证明函数 $f(x)$ 的奇偶性；

（2）对于任意 $x_1\in[-1,1]$，存在 $x_2\in[-1,1]$，使函数 $f(x_1)=g(x_2)$，求出 a 的取值范围。

22．（本题满分 12 分）已知函数 $f(x)$（$x\in D$），若同时满足以下条件：

① $f(x)$ 在 D 上单调递减或单调递增；

②存在区间 $[a,b]\subseteq$ D，使 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的值域是 $[a,b]$（$a<b$），那么称 $f(x)$（$x\in D$）为闭函数。

（1）写出闭函数 $y=x^3$ 符合条件②的一个区间 $[a,b]$，不必说明理由；

（2）判断函数 $y=\ln x+2x-10$ 是不是闭函数？若是请找出区间 $[a,b]$，若不是请说明理由；

（3）若 $y=(x-k)^2,x\in(k+\dfrac{1}{4},+\infty)$ 是闭函数，求实数 k 的取值范围。