

2013-2014 学年度上学期期末考试高三(14) 年级

数学(理) 科试卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

1、设集合 $P = \{x | x > 1\}$, $Q = \{x | x^2 - x > 0\}$ 则下列结论正确的是 ()

A: $P \subset Q$ B: $Q \subset P$ C: $P = Q$ D: $P \cup Q = R$

2、复数 $\frac{2}{1+i}$ 的实部与虚部之和为 ()

A: -1 B: 2 C: 1 D: 0

3、已知 $\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \frac{3}{5}$ 且 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 则 $\tan \alpha =$ ()

A: $\frac{4}{3}$ B: $\frac{3}{4}$ C: $-\frac{3}{4}$ D: $\pm \frac{3}{4}$

4、设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前项和，若 $S_7 = 35$ 则 a_4 等于

A: 8 B: 7 C: 6 D: 5

5、对于一组数据 $x_i (i=1,2,3,\dots, n)$ ，如果将它们改变为 $x_i + C (i=1,2,3,\dots, n)$ 其中 $C \neq 0$ 则下列结论正确的是 ()

A: 平均数与方差均不变 B: 平均数变，方差保持不变
C: 平均数不变，方差变 D: 平均数与方差均发生变化

6、已知直角坐标系内的两个向量 $\vec{a} = (1,3)$, $\vec{b} = (m, 2m-3)$ 使平面内的任意一个向量 $\vec{c}$ 都可以唯一的表示成 $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$ ，则 m 的取值范围是 ()

A: $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ B: $(-\infty, -3) \cup (-3, +\infty)$ C: $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$ D: $[-3, 3]$

7、若 $(\sqrt{x} + \frac{2}{x^2})^n$ 展开式中只有第六项的二项式系数最大，则展开式的常数项是 ()

A: 360 B: 180 C: 90 D: 45

8、已知 AB 是抛物线 $y^2 = 2x$ 的一条焦点弦， $|AB| = 4$ ，则 $|AB|$ 中点 C 的横坐标是 ()

A: 2 B: $\frac{1}{2}$ C: $\frac{3}{2}$ D: $\frac{5}{2}$

9、在 $\triangle ABC$ 中，角 A 、 B 、 C 所对的边分别为 a 、 b 、 c ， S 表示 $\triangle ABC$ 的面积，若

$a\cos B + b\cos A = c\sin C$, $S = \frac{1}{4}(b^2 + c^2 - a^2)$ 则角 B 等于 ()

- A: 90° B: 60° C: 45° D: 30°

- 10、某程序框图如图所示，若该程序运行后输出的 k 的值是 6，
则满足条件的整数 S_0 一共有 () 个

- A: 31 B: 32 C: 63 D: 64

- 11、点 A、B、C、D 在同一个球的球面上， $AB=BC=\sqrt{2}$ ， $AC=2$ ，

是

若四面体 ABCD 体积的最大值为 $\frac{2}{3}$ ，则这个球的表面积为 ()

- A: $\frac{125\pi}{6}$ B: 8π C: $\frac{25\pi}{4}$ D: $\frac{25\pi}{16}$

- 12、已知曲线 $f(x) = 3mx + \sin x$ 上存在相互垂直的两条切线，则实数 m 的值为 ()

- A: $\frac{3}{10}$ B: $-\frac{2}{7}$ C: 1 D: 0

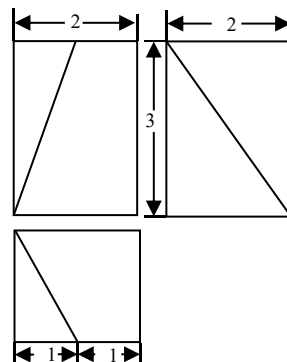
二、填空题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分。将答案填在题中横线上。

- 13、双曲线 $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{2} = 1$ 的离心率为_____

- 14、某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是_____

- 15、已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = \frac{1 + 2 + 3 + \cdots + n}{n}$

则数列 $\left\{ \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right\}$ 的前 n 项和为_____



- 16、三个正数 a, b, c 满足 $a \leq b + c \leq 2a$ ， $b \leq a + c \leq 2b$ 则 $\frac{b}{a}$ 的取值范围是_____

三、解答题：本大题共 6 道小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

- 17、(本小题满分 12 分)

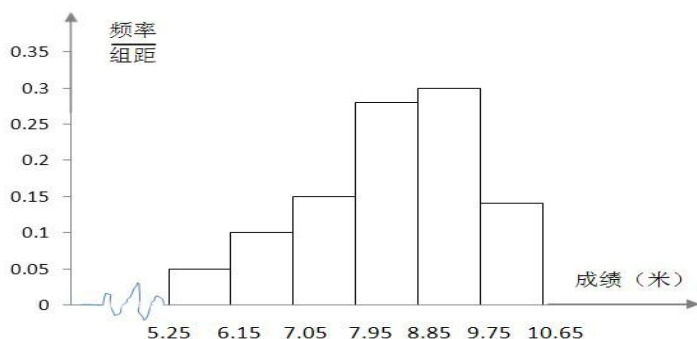
设函数 $f(x) = \sin \omega x + \sin(\omega x - \frac{\pi}{2})$, $x \in \mathbb{R}$

(1) 若 $\omega = \frac{1}{2}$, 求 $f(x)$ 的最大值及相应 x 的集合;

(2) 若 $x = \frac{\pi}{8}$ 是 $f(x)$ 的一个零点, 且 $0 < \omega < 10$, 求 ω 的值和 $f(x)$ 的最小正周期.

18、(本小题满分 12 分)

某市为了了解今年高中毕业生的体能状况, 从本市某高中毕业班中抽取了一个班进行铅球测试, 成绩在 8.0 米 (精确到 0.1 米) 以上的为合格, 把所得数据进行整理后, 分成 6 组画出频率分布直方图的一部分, (如图) 已知从左到右前 5 个小组的频率分别为 0.04、0.10、0.14、0.28、0.30, 第 6 小组的频数是 7



(1) 求这次铅球测试成绩合格的人数;

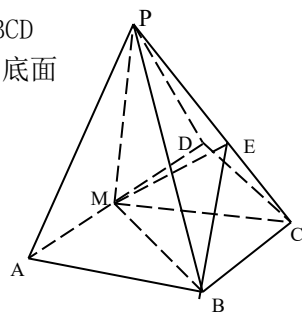
(2) 用此次测试结果估计全市毕业生的情况, 若从今年的高中毕业生中随机抽取两名, 记 X 表示两人中成绩不合格的人数, 求 X 的分布列及数学期望.

19、(本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧面 PAD 是正三角形, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AD \parallel BC$, $\angle ADC = 90^\circ$, $AD = 2BC = 2$, $CD = \sqrt{3}$, 平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, 若 M 为 AD 的中点, E 是棱 PC 上的点

(1) 求证平面 $EBM \perp$ 平面 PAD

(2) 若 $\angle MEC = 90^\circ$, 求二面角 $P-BM-E$ 的余弦值.

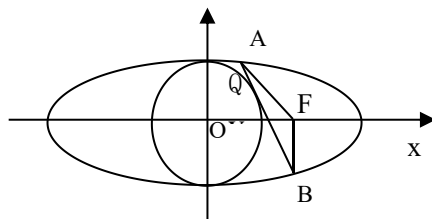


20、(本小题满分 12 分)

已知 $M(x_1, y_1)$ 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上任意一点, F 为椭圆的右焦点

(1) 若椭圆的离心率为 e , 试用 e 、 a 、 x_1 表示 $|MF|$, 并求 $|MF|$ 的最值

(2) 已知直线 m 与圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 相切, 并与椭圆交于 A 、 B 两点, 且直线 m 与圆的切点 Q 在 y 轴右侧, 若 $a=2$, 求 $\triangle ABF$ 的周长.



21、(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x \ln x$

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间

(2) 证明: 对任意的 $t > 0$ 存在唯一的 m 使 $t = f(m)$;

(3) 设 (2) 中所确定的 m 关于 t 的函数为 $m = g(t)$, 证明: 当 $t > e$ 时, 有 $\frac{7}{10} < \frac{\ln g(t)}{\ln t} < 1$

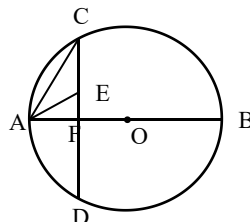
请考生在第 22, 23, 24 三题中任选一题作答, 如果多做则按所做第一题计分

22、(本小题满分 10 分)

已知圆 O 的弦 CD 与直径 AB 垂直并交于点 F , 点 E 在 CD 上, 且 $AE = CE$

(1) 求证 $CA^2 = CE \cdot CD$

(2) 已知 $CA=5, AE=3$ 求 $\sin \angle EAF$



23、(本小题满分 10 分)

倾斜角为 α 的直线 L 过点 $P(8, 2)$, 直线 L 和曲线 $C: \begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数) 交于不同的两点 M_1, M_2

(1) 将曲线 C 的参数方程化为普通方程, 并写出直线 L 的参数方程

(2) 求 $|PM_1| \cdot |PM_2|$ 的取值范围

24、(本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = |2x - a| + a$

(1) 若不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集为 $\{x | -2 \leq x \leq 3\}$, 求实数 a 的值

(2) 若在(1)的条件下, 存在实数 t , 使 $f(\frac{t}{2}) \leq m - f(-t)$ 成立, 求实数 m 的取值范围.