青浦区2016学年第一学期高一年级期终学业质量调研测试

数学试卷

（答题时间：90分钟　试卷满分：100分）　2017.01

学生注意：

1. 本试卷包括试题纸和答题纸两部分.
2. 在试题纸上答题无效，必须在答题纸上的规定位置按照要求答题.
3. 可使用符合规定的计算器答题.

一、填空题（本大题满分36分）本大题共有12题，只要求直接填写结果，每个空格填对得3分，否则一律得零分.

1. 若集合 $A=\{x|x=2n,n\in \mathbf{Z}\}$，$B=\{x|2<x\le 6,x\in \mathbf{R}\}$，则 $A\cap B=$________.

2. "若 $A\cap B=B$，则 $A\subsetneqq B$" 是________（真或假）命题.

3. 设函数 $f(x)=\sqrt{x}$ 的反函数是 $f^{-1}(x)$，则 $f^{-1}(4)=$________.

4. 若函数 $f(x)=\begin{cases}1-x,\ x\le 1\\ x^2-2,x>1\end{cases}$，则 $f(\sqrt{2})=$________.

5. 已知 $\log_{16}3=m$，则 $\log_9 16=$________.（用 m 表示）

6. 已知函数 $f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}$ 的图像关于点 P 中心对称，则点 P 的坐标是________.

7. 方程：$2^{2x+1}-2^x-3=0$ 的解为________.

8. 已知 $f(x)$ 是定义在 $D=\{x|x\ne 0\}$ 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=x^2-x$，则当 $x<0$ 时，$f(x)=$________.

9. 函数 $f(x)=\sqrt{-x^2-2x+8}$ 的定义域为 A，值域为 B，则 $A\cap B=$________.

10. 函数$f(x)=\begin{cases}\log_2(x+1), x>0\\ -x^2-2x\ , x\le 0\end{cases}$的零点个数是________.

11. 对于任意集合X与Y，定义：①$X-Y=\{x\mid x\in X且x\notin Y\}$，

②$X\Delta Y=(X-Y)\cup(Y-X)$，（$X\Delta Y$称为X与Y的对称差）.

已知$A=\{y\mid y=2^x-1, x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x\mid x^2-9\le 0\}$，则$A\Delta B=$________.

12. 已知$Rt\Delta ABC$的周长为定值l，则它的面积最大值为________.

二、选择题（本大题满分12分）本大题共有4题，每题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，每题答对得3分，否则一律得零分.

13. 命题"若$a>b$，则$ac>bc$"（a，b，c都是实数）与它的逆命题、否命题和逆否命题中，真命题的个数是 ……………………（　　）.

(A) 4　　(B) 3　　(C) 2　　(D) 0

14. 下列函数中，既是偶函数，又是在区间$(0,+\infty)$上单调递减的是……………（　　）.

(A) $y=\frac{1}{x}$　　(B) $y=2^{|x|}$　　(C) $y=\ln\frac{1}{|x|}$　　(D) $y=x^2$

15. 设$x\in\mathbf{R}$，"$x>1$"的一个充分条件是 ……………………（　　）.

(A) $x>-1$　　(B) $x\ge 0$　　(C) $x\ge 1$　　(D) $x>2$

16. 已知函数$f(x)=\lg(a^x-b^x)$，（a，b为常数，$a>1>b>0$），若$x\in(2,+\infty)$时，$f(x)>0$恒成立，则 ……………………（　　）.

(A) $a^2-b^2>1$　　(B) $a^2-b^2\ge 1$　　(C) $a^2-b^2<1$　　(D) $a^2-b^2\le 1$

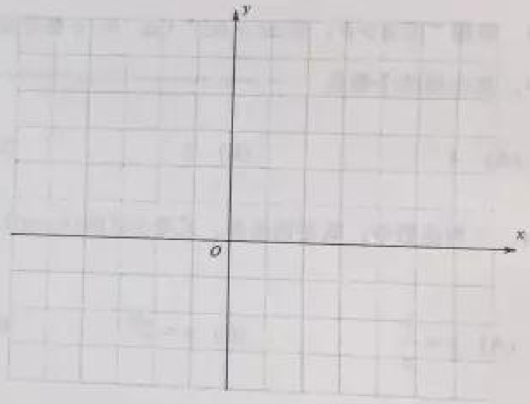
三、解答题（本大题满分 52 分）本大题共有 5 题，解答下列各题必须写出必要的步骤.

17.（本题满分 10 分）

已知 $A=\{x\mid x^2+x>0\}$，$B=\{x\mid x^2+ax+b\le 0\}$，且 $A\cap B=\{x\mid 0<x\le 2\}$，$A\cup B=\mathbf{R}$，求 a、b 的值.

18.（本题满分 8 分）

试写出函数 $f(x)=x^{\frac{1}{2}}$ 的性质，并作出它的大致图像.



19.（本题满分 10 分，第(1) 题 5 分，第(2) 题 5 分）

已知 $f(x)=x(\dfrac{1}{2^x-1}+\dfrac{1}{2})$.

（1）判断 $f(x)$ 的奇偶性；

（2）证明：$f(x)>0$.

20.（本题满分 12 分，第(1) 题 6 分，第(2) 题 6 分）

经过长期观测得到：在交通繁忙的时段内，某公路段汽车的车流量 y（千辆/小时）与汽车平均速度 v（千米/小时）之间的函数关系为：$y=\dfrac{920v}{v^2+3v+1600}$ $(v>0)$.

（1）在该时段内，当汽车的平均速度为多少时，车流量最大？最大车流量为多少？（精确到 0.1 千辆/小时）

（2）若某时段车流量超过10千辆/小时，求此时汽车平均速度的范围.

21.（本题满分 12 分，第(1) 题 5 分，第(2) 题 7 分）

已知 A、B 是函数 $y=f(x)$，$x\in[a,b]$ 图像的两个端点，$M(x,y)$ 是 $f(x)$ 上任意一点，过 $M(x,y)$ 作 $MN\perp x$ 轴交直线 AB 于 N，若不等式 $|MN|\le k$ 恒成立，则称函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上"k 阶线性近似".

（1）若 $f(x)=x+\dfrac{1}{x}, x\in\left[\dfrac{1}{2},2\right]$，证明：$f(x)$ 在 $\left[\dfrac{1}{2},2\right]$ 上"$\dfrac{1}{2}$ 阶线性近似"；

（2）若 $f(x)=x^2$ 在 $[-1,2]$ 上"k 阶线性近似"，求实数 k 的最小值.

青浦区 2016 学年第一学期高一期终学习质量调研测试

参考答案及评分标准　　　　2017.01.13

说明：

1. 本解答列出试题一种或几种解法，如果考生的解法与所列解法不同，可参照解答中评分标准的精神进行评分.

2. 评阅试卷，应坚持每题评阅到底，不要因为考生的解答中出现错误而中断对该题的评阅．当考生的解答在某一步出现错误，影响了后续部分，但该步以后的解答未改变这一题的内容和难度时，可视影响程度决定后面部分的给分，但是原则上不应超出后面部分应给分数之半，如果有较严重的概念性错误，就不给分.

3. 第 17 题至第 21 题中右端所注的分数，表示考生正确做到这一步应得的该题分数.

4. 给分或扣分均以 1 分为单位.

一. 填空题（本大题满分 36 分）本大题共有 12 题，考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得 3 分，否则一律得零分.

1. $\{4,6\}$；　　2. 假；

3. 16；　　4. 0；

5. $\dfrac{1}{2m}$；　　6. $(-1,2)$；

7. $x=\log_2 3-1$；　　8. $f(x)=-x^2-x$；

9. $[0,2]$；　　10. 2；

11. $[-3,-1]\cup(3,+\infty)$；　　12. $\dfrac{(3-2\sqrt{2})l^2}{4}$.

二. 选择题（本大题满分 12 分）本大题共有 4 题，每题有且只有一个正确答案，考生应在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得 3 分，否则一律得零分.

13. D；14. C；15. D；16. B.

三. 解答题（本大题满分 52 分）本大题共有 5 题，解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤.

17.（本题满分 10 分）.

解：$A=(-\infty,-1)\cup(0,+\infty)$，……………………………………3 分

设 $B=[x_1,x_2]$，……………………………………………………4 分

由 $A\cap B=\{x\mid 0<x\le 2\}$，

可知 $x_2=2$， $-1\le x_1\le 0$， ……………………………………6 分

又 $A\cup B=\mathbf{R}$ 所以 $x_1\le -1$，即 $x_1=-1$ ……………………………………8 分

由此可得 $B=[-1,2]$，故 $a=-1$，$b=-2$． ……………………………………10 分

18.（本题满分 8 分）．

解：定义域：$[0,+\infty)$， ………………1 分

奇偶性：非奇非偶函数， ………………2 分

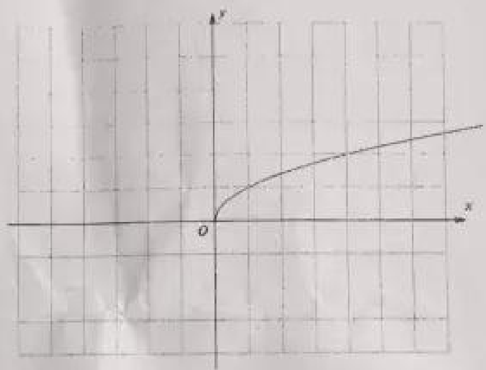
单调性：在 $[0,+\infty)$ 上单调递增， ……3 分

最值：最小值 0，无最大值，

值域：$[0,+\infty)$， ………………5 分

零点：$x=0$ ………………6 分

图像： ……………………………8 分



19.（本题满分 10 分）本题共 2 小题，第（1）小题 5 分，第（2）小题 5 分．

解：（1）定义域 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$ 关于原点中心对称， ……………………………1 分

$f(-x)=(-x)(\frac{1}{2^{-x}-1}+\frac{1}{2})=(-x)\frac{1+2^x}{2(1-2^x)}=x\frac{1+2^x}{2(2^x-1)}=x(\frac{1}{2^x-1}+\frac{1}{2})=f(x)$， …3 分

$\therefore f(x)$ 是偶函数； ……………………………………………………5 分

（2）因为 $x>0$ 时，$2^x>1\Rightarrow 2^x-1>0$，$\therefore \frac{1}{2^x-1}>0$， ……………………………6 分

又 $\frac{1}{2^x-1}+\frac{1}{2}>0$，即 $x\cdot(\frac{1}{2^x-1}+\frac{1}{2})>0$，所以 $f(x)>0$， ……………………………7 分

又 $f(x)$ 是偶函数，函数图像关于 y 轴对称， 所以 $x<0$ 时，$f(x)>0$， …………9 分

即对任意的 $x\ne 0$，均有 $f(x)>0$． ……………………………………………10 分

20.（本题满分 12 分）本题共 2 小题，第（1）小题 6 分，第（2）小题 6 分．

解：（1）依题意 $y=\dfrac{920v}{v^2+3v+1600}=\dfrac{920}{(v+\dfrac{1600}{v})+3}$ ……………………………………2 分

$\le\dfrac{920}{3+2\sqrt{1600}}=\dfrac{920}{83}$ ……………………………………………………………4 分

当且仅当 $v=\dfrac{1600}{v}$ 时，即 $v=40$ 时，上式等号成立，所以 $y_{\max}=\dfrac{920}{83}\approx 11.1$；

……………………………………………………………………………………6 分

(2) 由条件得 $\dfrac{920v}{v^2+3v+1600}>10$， ………………………………………………8 分

整理得 $v^2-89v+1600<0\Rightarrow(v-25)(v-64)<0$

解得 $25<v<64$； ……………………………………………………………………11 分

答：汽车的平均速度为40（千米/小时）时，车流量最大约为11.1千辆/小时；

若某时段车流量超过10千辆/小时，此时汽车平均速度应大于25且小于64（千米/小时）.

……………………………………………………………………12 分

21.（本题满分 12 分）本题共 2 小题，第（1）小题 5 分，第（2）小题 7 分.

解：（1）证明：由题意得 $A(\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{2})$、$B(2,\dfrac{5}{2})$ 可知 AB 的方程为：$y=\dfrac{5}{2}$，

……………………………………………………………………1 分

又 $M(x,y)$ 是 $f(x)$ 上任意一点，由已知得点 N 和点 M 的横坐标相同，

$|MN|=\left|y-\dfrac{5}{2}\right|=\left|x+\dfrac{1}{x}-\dfrac{5}{2}\right|$，$x\in\left[\dfrac{1}{2},2\right]$， ……………………………………3 分

又 $x\in\left[\dfrac{1}{2},2\right]$ 时，$x+\dfrac{1}{x}$ 在 $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$ 上单调递减，在 $[1,2]$ 上单调递增，$\therefore x+\dfrac{1}{x}\in\left[2,\dfrac{5}{2}\right]$，

$\therefore|MN|=\left|x+\dfrac{1}{x}-\dfrac{5}{2}\right|=\dfrac{5}{2}-(x+\dfrac{1}{x})\le\dfrac{5}{2}-2=\dfrac{1}{2}$， ……………………………………5 分

即 $|MN|\le\dfrac{1}{2}$ 满足 $f(x)$ 在在 $\left[\dfrac{1}{2},2\right]$ 上"$\dfrac{1}{2}$ 阶线性近似"；

（2）由题意得 $A(-1,1)$、$B(2,4)$，直线 AB 的方程是：$y-1=\dfrac{4-1}{2-(-1)}(x+1)$

整理得 $y=x+2$， ……………………………………………………………7 分

$|MN|=|y_M-y_N|=|x^2-(x+2)|=|x^2-x-2|$，$\because x\in[-1,2]$，$x^2-x-2\le 0$

$|MN|=-x^2+x+2=-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{9}{4}\le\frac{9}{4}$ ……………………………………………11 分

又 $f(x)=x^2$ 在 $[-1,2]$ 上"k 阶线性近似"，即 $|MN|\le k$，

$\therefore k\ge\frac{9}{4}$，所以实数 k 的最小值是 $\frac{9}{4}$． ……………………………………………12 分