

2018 届高三 10 月统一练习数学（理科）

一、选择题（本大题共 8 道小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 若集合 $A = \{x | -2 < x < 3\}$, $B = \{x | |x| > 2\}$, 则 $A \cap B =$

(A) $\{x | -2 < x < 3\}$

(B) $\{x | 2 < x < 3\}$

(C) $\{x | -2 < x < 2\}$

(D) $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > -2\}$

2. 已知命题 p : 若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x = y = 0$. 那么, $\neg p$ 为

(A) 若 $x^2 + y^2 \neq 0$, 则 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$.

(B) 若 $x^2 + y^2 \neq 0$, 则 $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$.

(C) 若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x \neq 0$ 且 $y \neq 0$.

(D) 若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$.

3. 要得到函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象, 只需将函数 $y = \cos 2x$ 的图象

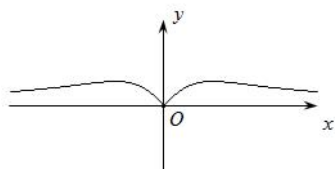
(A) 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位

(B) 向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位

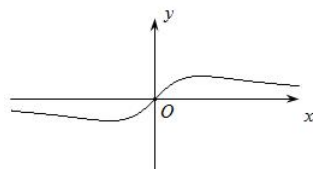
(C) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

(D) 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

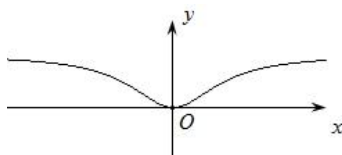
4. 函数 $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 1}$ 的大致图象为



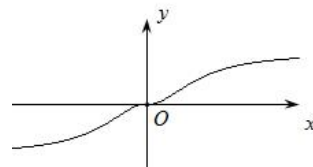
(A)



(B)



(C)



(D)

5. 若函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的最小正周期为 π ，且 $f(-x) + f(x) = 0$ ，则函数 $f(x)$ 的极值点为

- (A) $\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ (B) $\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$
 (C) $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ (D) $\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

6. “ $\alpha + \beta = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ” 是 “ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha + \sin \beta$ ” 的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 关于函数，有下列四种说法：

- ①当时 $a \in (-2, 2)$ ， $f(x)$ 无零点； ②当 $a \in (-2, 2)$ 时， $f(x)$ 有 1 个零点；
 ③当 $a = 0$ 时， $f(x)$ 是单增函数； ④当 $a \neq 0$ 时， $f(x)$ 有 2 个极值点.

其中所有正确说法的序号是

- (A) ①④ (B) ②④
 (C) ①③④ (D) ②③④

8. 在集合 $I = \{a, b, c\}$ 上定义两种 $\oplus$ 和 $\otimes$ 运算如下：

$\oplus$	a	b	c
a	a	c	b
b	c	b	a
c	b	a	c

$\otimes$	a	b	c
a	a	b	c
b	b	b	a
c	c	a	c

对于 $\forall x, y, z \in I$ ，下列说法正确的是

- (A) $(x \oplus y) \oplus z = x \oplus (y \oplus z)$ (B) $(x \otimes y) \otimes z = z \otimes (y \otimes x)$
 (C) $(x \oplus y) \otimes z = (x \otimes z) \oplus (y \otimes z)$ (D) $(x \oplus y) \otimes z = z \oplus (x \otimes y)$

二. 填空题 (本大题共 6 道小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

9. 已知角 α 的终边经过点 $P(-1, 3)$, 则 $\cos \alpha =$ _____.

10. 已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\alpha =$ _____.

11. 曲线 $y = \sin x$ 与射线 $y = \frac{2}{\pi}x (x > 0)$ 围成图形的面积用积分式表示为 _____;
计算的结果为 _____.

12. 已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\cos \beta =$ _____.

13. 某食品的保鲜时间 y (单位: 小时) 与储藏温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 满足函数关系 $y = e^{kx-b}$ (e 为自然对数的底数, k, b 为常数). 若该食品在 0°C 的保鲜时间是 192 小时, 在 20°C 的保鲜时间是 48 小时, 则该食品在 25°C 的保鲜时间是 _____ 小时.

14. 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数, 且满足 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \in [0, 1) \\ g(x), & x \in (1, 2) \end{cases}$, $f(x+2) = -f(x)$, 则

(1) 函数 $g(x) =$ _____;

(2) 曲线 $y = f(x)$ 与 $y = \log_3 |x|$ 的交点个数为 _____.

三. 解答题 (本大题 6 道小题, 共 80 分)

15. (本题满分 13 分)

集合 $A = \left\{ y \mid y = \tan x, x \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\right] \right\}$, $B = \{ x \mid m < x \leq m^2 - 2 \}$

(I) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围;

(II) 若 $A \cap B = B$, 求实数 m 的取值范围.

16. (本题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x + 2 \cos^2 x - 1$,

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}]$ 上的最小值.

17. (本题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = x^3 - ax + 1$.

(I) 当 $a = 2$ 时, 求斜率为 1 且与曲线 $y = f(x)$ 相切的直线方程;

(II) 若函数 $y = f(x)$ 的极大值为 3, 求实数 a 的值.

18. (本题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{3}) + \cos(\frac{5}{6}\pi - x) + \frac{1}{2} \sin 2x$,

(I) 求 $f(-\frac{\pi}{4}) + f(\frac{\pi}{4})$ 的值;

(II) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.

19. (本题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = x \ln x - 1$, $g(x) = a(x-1) - 1$,

(I) 求证: 函数 $f(x)$ 有且只有一个零点;

(II) 若曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 有两个交点, 求实数 a 的取值范围.

20. (本题满分 14 分)

用 $|X|$ 表示有限集 X 的元素个数, 对由正整数组成的集合 A, B , 定义 $A+B = \{x \mid x = a+b, a \in A, b \in B\}$.

(I) 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{4, 8, 16, 32\}$, 求 $|A+B|$;

(II) 若 $|A| = 8, |B| = 4$, 求 $|A+B|$ 的最小值;

(III) 若 $|A| = 8, |B| = 4$, 且 A 满足当 $a, b, c, d \in A, a+b=c+d$ 时, $\{a, b\} = \{c, d\}$, 求 $|A+B|$ 的最小值.