

高二文科数学

第 I 卷(选择题共 60 分)

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知椭圆的短轴长、焦距、长轴长成等差数列，则椭圆的离心率是

(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. θ 是任意实数，则方程 $x^2 + y^2 \sin \theta = 4$ 的曲线不可能是

(A) 椭圆 (B) 双曲线 (C) 抛物线 (D) 圆

3. 经过双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的右焦点作倾斜角为 45° 的直线，则直线与双曲线的交点的个数是

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

4. “复数 $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ” 是 “ $z + \frac{1}{z} \in R$ ” 的

(A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件
(C) 充要条件 (D) 既非充分又非必要条件

5. 已知 x, y 满足条件 $\begin{cases} y \leq x+1 \\ y \geq 2 \\ 2x+y \leq 7 \end{cases}$ ，则 $z = x + y$ 的最大值为

(A) 3 (B) $\frac{9}{2}$ (C) 5 (D) $\frac{13}{2}$

6. 在平面内，因为直线 $AB \perp MN, CD \perp MN$ ，所以 $AB \parallel CD$ ，上述推理是遵循了哪种推理规则

(A) 类比推理 (B) 三段论推理 (C) 传递性推理 (D) 完全归纳推理

7. 为了表示散点图中 n 个点与某一条直线在整体上的接近程度，我们常用下面四个量中的

$$(A) \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \quad (B) \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i) \quad (C) \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (D) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

8. 方程 $x^2 + y^2 + 4ax - 2y + 5a = 0$ 表示圆, 则有

$$(A) \frac{1}{4} < a < 1 \quad (B) a < \frac{1}{4} \text{ 或 } a > 1 \quad (C) a \in R \quad (D) a = \frac{1}{4} \text{ 或 } a = 1$$

9. 方程 $x(x^2 + y^2 - 1) = 0$ 和 $x^2 + (x^2 + y^2 - 1)^2 = 0$ 所表示的图形是

(A) 前后两者都是一条直线和一个圆

(B) 前后两者都是两点

(C) 前者是一条直线和一个圆, 后者是两点

(D) 前者是两点, 后者是一条直线和一个圆

10. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的两焦点, 过点 F_2 的直线交椭圆于 A、B 两点, 在 $\triangle AF_1B$

中, 若有两边之和是 11, 则第三边的长度为

(A) 5

(B) 4

(C) 3

(D) 10

11. 直线 $kx - y + (4 - 2k) = 0$ 与圆 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$ 的位置关系为

(A) 相离

(B) 相切

(C) 相交

(D) 不确定, 与 k 取值有关

12. 将一张画了直角坐标系 (两轴的长度单位相同) 的纸折叠一次, 使点 $P(2, 0)$ 与点

$Q(-2, 4)$ 重合, 若点 $(5, 8)$ 与点 (m, n) 重合, 则 $m - n$ 等于

(A) -1

(B) 1

(C) -2

(D) 2

第Ⅱ卷(非选择题共 90 分)

二、填空题：本大题共四小题，每小题 4 分，共 16 分.

13. 抛物线 $y^2 = 12x$ 上与焦点的距离等于 9 的点的坐标是_____.
14. 直线 $x - 2y + 2 = 0$ 与椭圆 $x^2 + 4y^2 = 4$ 相交于 A 、 B 两点, 则 $|AB| =$ _____.
15. 已知: 在圆周上最多能找到三个点使任意两点的距离都相等, 且这三个点构成该圆的一个内接正三角形; 类似的: 在球面上最多可以找到_____个点使任意两点的距离都相等, 且这些点构成该球的一个_____.
16. 数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, 且对自然数 n ($n \in N^*$, $n \geq 2$) 有 $a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{2^n}$, 则采用归纳推理可得 $a_n =$ _____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分. 解答应写出文字说明或演算步骤.

17. (本题满分 12 分)

复数 $z = \lg(m^2 - 2m - 2) + (m^2 + 3m + 2)i$.

试求实数 m 取何值时, (I) z 是纯虚数; (II) z 对应的点位于复平面的第二象限.

18. (本题满分 12 分)

为了研究学生学习数学的投入程度和本周数学周测成绩的关系, 随机在年级中抽取了 55 名学生进行调查, 所得数据如下表所示:

	成绩理想	成绩不太理想	合计
数学学习投入	20	10	30
数学学习不太投入	10	15	25
合计	30	25	55

根据上述数据你能得出什么结论?

(参考数据: 当 $\chi^2 > 3.841$ 时, 有 95% 的把握说两事件有关; 当 $\chi^2 > 6.635$ 时, 有 99% 的把握说两事件有关; 当 $\chi^2 \leq 3.841$ 时, 认为两事件是无关的)

19. (本题满分 12 分)

某车间为了规定工时定额,需要确定加工零件所花费的时间,为此作了四次试验,得到的数据如下:

零件的个数 x (个)	2	3	4	5
加工的时间 Y (小时)	2.5	3	4	4.5

(I) 在给定的坐标系中画出表中数据的散点图;

(II) 试对 x 与 Y 的关系进行相关性检验, 如 x 与 Y 具有线性相关关系, 求出 Y 对 x 的回归直线方程;

(III) 试预测加工 10 个零件需要多少时间?

相关性检验的临界值表

$n-2$	小概率
	0.05
1	0.997
2	0.950
3	0.878
4	0.811

(注: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$)

20. (本题满分 14 分)

已知抛物线 $y = -x^2 + ax + \frac{1}{2}$ 与直线 $y = 2x$.

(I) 求证: 抛物线与直线相交;

(II) 求当抛物线的顶点在直线的下方时, a 的取值范围;

(III) 当 a 在 (II) 的取值范围内时, 求抛物线截直线所得弦长的最小值.

21. (本题满分 12 分)

已知椭圆的方程为: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 过点 $A(a, 0)$ 作两条互相垂直的直线 l_1 、

l_2 分别交椭圆于点 P 、 Q . 求证: 经过点 P 、 Q 的直线恒经过一定点, 并写出该定点的坐标.

22. (本题满分 12 分)

已知圆 C 的方程为: $x^2 + y^2 = 1$, 以垂直于 x 轴的弦为直径的所有圆都不经过点 $M(p, q)$. 求点 $M(p, q)$ 所满足的条件, 并指出点 M 的范围.