

高二文科数学参考答案及评分标准

一. 选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	C	C	A	C	B	C	B	C	A	D	A

二. 填空题

13. $(6, \pm 6\sqrt{2})$ 14. $\sqrt{5}$ 15. 四, 内接正四面体 16. $\frac{n+1}{2^n}$

三. 解答题

17. 解: (I) 由 $\begin{cases} \lg(m^2 - 2m - 2) = 0 \\ m^2 + 3m + 2 \neq 0 \end{cases}$ 2 分

得 $m = 3$ 4 分

(II) 由 $\begin{cases} \lg(m^2 - 2m - 2) < 0 \\ m^2 + 3m + 2 > 0 \end{cases}$ 6 分

$\therefore \begin{cases} 0 < m^2 - 2m - 2 < 1 \\ m^2 + 3m + 2 > 0 \end{cases}$ 8 分

得 $-1 < m < 1 - \sqrt{3}$ 或 $1 + \sqrt{3} < m < 3$ 12 分

18. 解: $\chi^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}} = \frac{55(20 \times 15 - 10 \times 10)^2}{30 \times 25 \times 30 \times 25} \approx 3.911$

.....9 分

$\therefore$ 有 95% 的把握说学习数学的投入程度和本周数学周练成绩有关.

.....12 分

19. 解: (I) 散点图2 分

(II) 由表中数据得: $\sum_{i=1}^4 x_i y_i = 52.5$, $\bar{x} = 3.5$, $\bar{y} = 3.5$, $\sum_{i=1}^4 x_i^2 = 54$, $\sum_{i=1}^4 y_i^2 = 51.5$

$\therefore |r| = 0.99 > r_{0.05}$ 4 分

从而有 95% 的把握认为 x 与 Y 之间具有线性相关关系, 因此求回归直线方程是有意
义的6 分

$\therefore \hat{b} = 0.7$, $\hat{a} = 1.05$

$\therefore \hat{y} = 0.7\hat{x} + 1.05$ 10 分

(III) 将 $x=10$ 代入回归直线方程, 得 $y = 0.7 \times 10 + 1.05 = 8.05$ (小时)

$\therefore$ 预测加工 10 个零件需要 8.05 小时12 分

20. 解: (I) 由
$$\begin{cases} y = 2x \\ y = -x^2 + ax + \frac{1}{2} \end{cases}, \text{ 得 } 2x^2 + (4-2a)x - 1 = 0,$$

$\because \Delta = (4-2a)^2 + 8 > 0, \therefore$ 直线与抛物线总相交4 分

(II) $\because y = -x^2 + ax + \frac{1}{2} = -(x - \frac{a}{2})^2 + \frac{a^2+2}{4},$

其顶点为 $(\frac{a}{2}, \frac{a^2+2}{4})$, 且顶点在直线 $y = 2x$ 的下方,

$$\therefore \frac{a^2+2}{4} < 2 \cdot \frac{a}{2}, \text{ 即 } a^2 - 4a + 2 < 0$$

$$\therefore 2 - \sqrt{2} < a < 2 + \sqrt{2} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(III) 设直线与抛物线的交点为 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2a-4}{2} = a-2 \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\therefore |AB| = \sqrt{1+2^2} \cdot \sqrt{(a-2)^2 + 2} = \sqrt{5} [(a-2)^2 + 2].$$

$$\because 2 - \sqrt{2} < a < 2 + \sqrt{2}, \therefore \text{当 } a = 2 \text{ 时, } |AB|_{\min} = \sqrt{10}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

21. 证明: 设直线 PQ 与 x 轴的交点为 $M(m, 0)$

(I) 当直线 PQ 的倾斜角为 90° 时, 点 P 、 Q 关于 x 轴对称,

$$\text{点 } P、Q \text{ 分别满足 } \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ y = x - a \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ y = -x + a \end{cases}$$

$$\therefore x_P = x_Q = \frac{(a^2 - b^2)a}{a^2 + b^2} \quad \text{即: } m = \frac{(a^2 - b^2)a}{a^2 + b^2} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(II) 当直线 PQ 的倾斜角不为 90° 时, 设直线 PQ 的方程为 $y = k(x - m)$,

$$\text{点 } P、Q \text{ 满足 } \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ y = k(x - m) \end{cases}$$

$$\therefore (b^2 + a^2 k^2)x^2 - 2k^2 a^2 m x + k^2 a^2 m^2 - a^2 b^2 = 0$$

$$\therefore x_P + x_Q = \frac{2k^2 a^2 m}{b^2 + a^2 k^2} \quad \text{且 } x_P x_Q = \frac{k^2 a^2 m^2 - a^2 b^2}{b^2 + a^2 k^2} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\because PA \perp QA \quad \therefore \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{QA} = 0 \quad \therefore (x_P - a)(x_Q - a) + y_P y_Q = 0$$

$$\text{即: } (x_P - a)(x_Q - a) + k(x_P - m)k(x_Q - m) = 0$$

$$\therefore (1 + k^2)x_P x_Q - (a + k^2 m)(x_P + x_Q) + a^2 + k^2 m^2 = 0 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{(1 + k^2)(k^2 a^2 m^2 - a^2 b^2)}{b^2 + a^2 k^2} - \frac{(a + k^2 m)(2k^2 a^2 m)}{b^2 + a^2 k^2} + \frac{(a^2 + k^2 m^2)(b^2 + a^2 k^2)}{b^2 + a^2 k^2} = 0$$

$$\text{即: } (a^2 + b^2)m^2 - 2a^3 m + a^4 - a^2 b^2 = 0 \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore m = a \text{ (舍)} \text{ 或 } m = \frac{(a^2 - b^2)a}{a^2 + b^2} \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{综合 (1) (2) 直线 } PQ \text{ 恒经过一定点 } \left(\frac{(a^2 - b^2)a}{a^2 + b^2}, 0 \right). \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

22. 解: 设该弦与 x 轴的垂足为点 $A(a, 0)$, 其中 $-1 < a < 1$.

∴以该弦为直径的圆的方程是： $(x-a)^2 + y^2 = 1-a^2$ 3 分

∵圆 $(x-a)^2 + y^2 = 1-a^2$ ($-1 < a < 1$) 都不经过点 $M(p, q)$

∴关于 a 的方程 $(p-a)^2 + q^2 = 1-a^2$ ($-1 < a < 1$) 无解

即： $2a^2 - 2pa + p^2 + q^2 - 1 = 0$ ($-1 < a < 1$) 无解.....7 分

∵当 $a = \pm 1$ 时， $2a^2 - 2pa + p^2 + q^2 - 1 = (p \pm 1)^2 + q^2 \geq 0$

∴ $\Delta = 4p^2 - 4 \cdot 2 \cdot (p^2 + q^2 - 1) < 0$

∴ $\frac{p^2}{2} + q^2 > 1$ 10 分

即：点 M 是椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 外的所有点12 分