

2009—2010 学年度上学期期中阶段测试

高二理科数学试卷

考试时间：120 分钟 试题满分：150 分

第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分，每题四个选项中只有一项是符合题目要求的）

1、已知不等式 $ax^2 + bx + c < 0 (a \neq 0)$ 的解集是 ϕ ，则()

A. $a < 0, \Delta > 0$ B. $a < 0, \Delta \leq 0$ C. $a > 0, \Delta \leq 0$ D. $a > 0, \Delta > 0$

2、在下列各结论中，正确的结论为()

① “ $p \wedge q$ ” 为真是 “ $p \vee q$ ” 为真的充分不必要条件

② “ $p \wedge q$ ” 为假是 “ $p \vee q$ ” 为假的充分不必要条件

③ “ $p \vee q$ ” 为真是 “ $\neg p$ ” 为假的必要不充分条件

④ “ $\neg p$ ” 为真是 “ $p \wedge q$ ” 为假的必要不充分条件

A. ①②

B. ①③

C. ②④

D. ③④

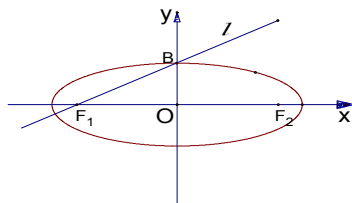
3、 $x(x-3)(2-x)(x+1) > 0$ 的解集为()

A. $(-1, 1)$ B. $(-1, 0) \cup (2, 3)$ C. $(-\infty, -1) \cup (2, 3)$ D. $(-\infty, -1) \cup (0, 2) \cup (3, +\infty)$

4、如图，直线 $l: x - 2y + 2 = 0$ 过椭圆的左焦点

F_1 和一个顶点 B，该椭圆长轴长为()

A. 10 B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. $2\sqrt{5}$



5、若实数 x, y 满足 $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 1$ ，则 $x^2 + 2y^2$ 有()

A. 最小值 $3 + 2\sqrt{2}$ B. 最大值 $3 + 2\sqrt{2}$ C. 最小值 6 D. 最大值 6

6、下列命题中，为真命题的是()

A. $a, b, c \in R$, 且 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$ B. $a, b \in R$, 且 $a \cdot b \neq 0$, 则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

C. $a, b \in R$, 且 $a > |b|$, 则 $a^n > b^n (n \in N^*)$ D. 若 $a > b, c > d$, 则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$

7、已知命题 $p: \exists m \in R, m + 1 \leq 0$ ，命题 $q: \forall x \in R, x^2 + mx + 1 > 0$ 恒成立。若 $p \wedge q$ 为假命题，则实数 m 的取值范围为()

A. $m \geq 2$

B. $m \leq -2$ 或 $m > -1$

C. $m \leq -2$ 或 $m \geq 2$

D. $-2 \leq m \leq 2$

8、若不等式 $[(1-x)t-x]\lg x < 0$ 对任意正整数 t 恒成立，则实数 x 的取值范围是()

- A. $\left\{x \mid 0 < x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x > 1\right\}$ B. $\left\{x \mid 0 < x < \frac{1}{2}\right\}$
 C. $\{x \mid x > 1\}$ D. $\left\{x \mid 0 < x < \frac{1}{3} \text{ 或 } x > 1\right\}$

9、设 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两个焦点， P 在双曲线上，若

$\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ ， $|\overrightarrow{PF_1}| \cdot |\overrightarrow{PF_2}| = 2ac$ (c 为半焦距)，则双曲线的离心率为()

- A. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ C. 2 D. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

10、已知 $a, b \in R$ ，那么“ $ab > a + b - 1$ ”是“ $a^2 + b^2 < 1$ ”的()

- A. 充要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件

11、设 F_1, F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点，若直线

$x = \frac{a^2}{c} (c = \sqrt{a^2 - b^2})$ 上存在点 P 使线段 PF_1 的垂直平分线过点 F_2 ，则椭圆离心率的

取值范围是()

- A. $\left[\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right)$ B. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$ C. $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$ D. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

12、已知点 $A(3, \sqrt{3})$ ， O 是坐标原点，点 $P(x, y)$ 的坐标满足
$$\begin{cases} \sqrt{3}x - y \leq 0 \\ x - \sqrt{3}y + 2 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
，设 z 为 $\overrightarrow{OA}$

在 $\overrightarrow{OP}$ 上的投影，则 z 的取值范围是()

- A. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ B. $[-3, 3]$ C. $[-\sqrt{3}, 3]$ D. $[-3, \sqrt{3}]$

第Ⅱ卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13、命题“若 $a > b$ ，则 $2^a > 2^b - 1$ ”的否命题为_____.

14、 $F(c, 0)$ 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右焦点， F 与椭圆上点的距离的最大值、最小值分别为 m 、 n ，则椭圆上与点 F 的距离等于 $\frac{m+n}{2}$ 的点的坐标是_____.

15、若 $a+1 > 0$ ，则不等式 $x \geq \frac{x^2 - 2x - a}{x-1}$ 的解集为_____.

16、曲线 C 由 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1 (y \geq 0)$ 和 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1 (y \geq 0)$ 两部分组成，若过点 $(0, 2)$ 作直线 l 与曲线 C 有且仅有两个公共点，则直线 l 的斜率的取值范围是_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17、（本小题满分 10 分）

设函数 $f(x) = \lg \frac{ax-5}{x^2-a}$ 的定义域为 A ，若命题 $P: 3 \in A$ 与命题 $q: 5 \in A$ 有且只有一个为真命题，求实数 a 的取值范围.

18、（本小题满分 12 分）

实系数一元二次方程 $x^2 + ax + 2b = 0$ 有两个根，一个根在区间 $(0, 1)$ 内，另一个根在区间 $(1, 2)$ 内，求：

(I) 点 (a, b) 对应的区域面积；

(II) $\frac{b-2}{a-1}$ 的取值范围；

(III) $(a-1)^2 + (b-2)^2$ 的取值范围.

19、（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 短轴的一个端点与两焦点是一个正三角形的顶点，焦点与椭圆上的点的最大距离为 6.

(I) 求这个椭圆的方程；

(II) 若 $A(1,1)$, F_1 是左焦点, P 是椭圆上任意一点, 求 $|PF_1| + |PA|$ 的最小值.

20、(本小题满分 12 分)

已知二次函数 $f(x) = ax^2 + x$ ($a \in R, a \neq 0$).

(I) 当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, $f(\sin x)$ ($x \in R$) 的最大值为 $\frac{5}{4}$, 求 $f(x)$ 的最小值;

(II) 如果 $x \in [0,1]$ 时, 总有 $|f(x)| \leq 1$. 试求 a 的取值范围.

21、(本小题满分 12 分)

对于函数 $f(x)$, 若存在 $x_0 \in R$, 使 $f(x_0) = x_0$ 成立, 则称 x_0 为 $f(x)$ 的不动点, 已知函数 $f(x) = ax^2 + (b+1)x + (b-1)$, ($a \neq 0$).

(I) 当 $a=1, b=-2$ 时, 求函数的不动点;

(II) 若对任意的实数 b , 函数 $f(x)$ 恒有两个相异的不动点, 求 a 的取值范围;

(III) 在 (II) 的条件下, 若 $y = f(x)$ 的图像上 A, B 两点的横坐标是函数 $f(x)$ 的不动点,

且 A, B 两点关于直线 $y = kx + \frac{1}{2a^2 + 1}$ 对称, 求 b 的最小值.

22、(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别是 $F_1(-c, 0)$,

$F_2(c, 0)$, Q 是椭圆外的动点, 满足 $|\overline{F_1Q}| = 2a$. 点 P 是线段 F_1Q 与该椭圆的交点,

点 T 在线段 F_2Q 上, 并且满足 $\overline{PT} \cdot \overline{TF_2} = 0$, $|\overline{TF_2}| \neq 0$.

(I) 设 x 为点 P 的横坐标, 证明 $|\overline{F_1P}| = a + \frac{c}{a}x$;

(II) 求点 T 的轨迹 C 的方程;

(III) 试问: 在点 T 的轨迹 C 上, 是否存在点 M , 使 ΔF_1MF_2 的面积 $S = b^2$, 若存在,

求 $\angle F_1MF_2$ 的正切值; 若不存在, 请说明理由.