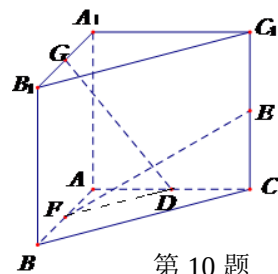


2014-2015 学年度上学期期末考试高二年级理科数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列， $a_2=2, a_5=16$ ，则公比 q 等于 ()
A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
2. 如果 $a < b < 0$ ，那么 ()
A. $a - b > 0$ B. $ac < bc$ C. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ D. $a^2 < b^2$
3. 命题 $P: \exists \alpha, \beta \in R$ ，使 $\tan(\alpha + \beta) = \tan \alpha + \tan \beta$ ；
命题 $\neg q: \forall x \in R, x^2 + x + 1 \geq 0$ 。则下列命题中真命题为 ()
A. $p \wedge q$ B. $(\neg p) \wedge q$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $p \wedge (\neg q)$
4. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的渐近线为 $x \pm y = 0$ ，则双曲线的焦距为 ()
A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 4
5. 若 $x > 4$ ，则函数 $y = -x + \frac{1}{4-x}$ ()
A. 有最大值 -6 B. 有最小值 6 C. 有最大值 -2 D. 有最小值 -2
6. 已知命题 $p: \exists x \in R, x^2 + 2ax + a \leq 0$ ，若 p 是假命题，则实数 a 的取值范围是 ()
A. $[1, +\infty)$ B. $[0, 1]$ C. $(0, 1)$ D. $(0, 1]$
7. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_3 = 9, S_6 = 36$ ，则 $a_7 + a_8 + a_9 =$ ()
A. 63 B. 45 C. 36 D. 27
8. 实数 x, y 满足条件：
$$\begin{cases} x + y - 4 \leq 0 \\ x - 2y + 2 \geq 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$
，则 2^{x-y} 的最小值是 ()
A. 16 B. 4 C. 1 D. $\frac{1}{2}$
9. 若关于 x 的不等式 $x^2 + ax - 2 > 0$ 在区间 $[1, 5]$ 上有解，则实数 a 的取值范围为 ()
A. $(-\frac{23}{5}, +\infty)$ B. $[-\frac{23}{5}, 1]$ C. $(1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1)$

10. 如图, 在直三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$, $AB = AC = AA_1 = 2$, 点 G 与 E 分别为线段 A_1B_1 和 C_1C 的中点, 点 D 与 F 分别为线段 AC 和 AB 上的动点。若 $GD \perp EF$, 则线段 DF 长度的最小值是 ()

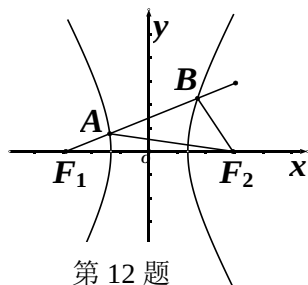


第 10 题

11. 抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 已知点 A, B 为抛物线上的两个动点, 且满足 $\angle AFB = 90^\circ$. 过弦 AB 的中点 M 作抛物线准线的垂线 MN , 垂足为 N , 则 $\frac{|MN|}{|AB|}$ 的最大值等于 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{3}$

12. 如图, F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点, 过 F_1 的直线 l 与 C 的左、右两支分别交于 A, B 两点, 若 $|AB| : |BF_2| : |AF_2| = 2 : 3 : 4$, 则双曲线 C 的离心率为 ()



第 12 题

- A. 4 B. $\sqrt{15}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

二、填空题:本大题共四小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 已知 $\vec{a} = (1, -1, 2)$, $\vec{b} = (-3, 1, -1)$, $\vec{c} = (3, 5, \lambda)$, 若 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 三个向量共面, 则实数 $\lambda =$ _____

14. 设等差数列 $\{a_n\}$ 有前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_{12}}{4} = \frac{S_9}{3} + 2$, 则数列 $\{a_n\}$ 的公差 d 为 _____

15. 若不等式组 $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x + y \leq 2 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq a \end{cases}$, 表示的平面区域是一个三角形区域, 则实数 a 的取值范围是 _____.

16. 已知 $f(x) = m(x - 2m)(x + m + 3)$, $g(x) = 2^x - 2$. 若同时满足条件:

① $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) < 0$ 或 $g(x) < 0$; ② $\exists x \in (-\infty, -6)$, 使得 $f(x)g(x) < 0$.

则实数 m 的取值范围是 _____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤
17. (本小题满分 10 分)

命题 p : 实数 x 满足 $x^2 - 4ax + 3a^2 < 0$ (其中 $a > 0$), 命题 q : 实数 x 满足 $\begin{cases} |x-1| \leq 2 \\ \frac{x+3}{x-2} > 0 \end{cases}$

若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

我国发射的天宫一号飞行器需要建造隔热层. 已知天宫一号建造的隔热层必须使用 20 年, 每厘米厚的隔热层建造成本是 6 万元, 天宫一号每年的能源消耗费用 C (万元) 与隔热层厚度 x (厘米) 满足关系式: $C(x) = \frac{k}{3x+5} (0 \leq x \leq 10)$, 若无隔热层, 则每年能源消耗费用为 8 万元. 设 $f(x)$ 为隔热层建造费用与使用 20 年的能源消耗费用之和.

(I) 求 $C(x)$ 和 $f(x)$ 的表达式;

(II) 当隔热层修建多少厘米厚时, 总费用 $f(x)$ 最小, 并求出最小值.

19. (本小题满分 12 分)

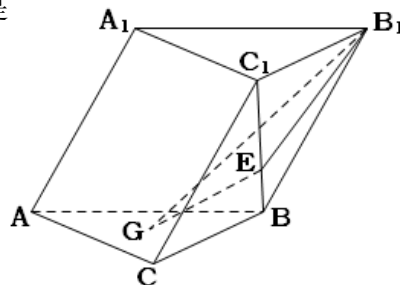
如图, 在斜三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 平面 $AA_1B_1B \perp$ 平面 ABC ,

侧棱 AA_1 与平面 ABC 成 60° 的角, $AA_1 = 2$. 平面 ABC 是边长为 2 的正三角形, 其重心为 G 点, E

是线段 BC_1 上一点, 且 $BE = \frac{1}{3} BC_1$.

(I) 求证: $GE \parallel$ 平面 AA_1B_1B ;

(II) 求平面 B_1GE 与平面 ABC 所成锐二面角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 12x$, 点 $M(-1, 0)$, 过 M 的直线 l 交抛物线 C 于 A 、 B 两点.

(I) 若线段 AB 中点的横坐标等于 2, 求直线 l 的斜率;

(II) 设点 A 关于 x 轴的对称点为 A' , 求证: 直线 $A'B$ 过定点.

21. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 1 - \frac{1}{4a_n}$, 其中 $n \in \mathbb{N}^*$.

(I) 设 $b_n = \frac{1}{2a_n - 1}$, 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 并求出 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $c_n = \frac{4a_n}{n+1}$, 数列 $\{c_n c_{n+2}\}$ 的前 n 项和为 T_n , 是否存在正整数 m , 使得 $T_n < \frac{1}{c_m c_{m+1}}$

对于 $n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立, 若存在, 求出 m 的最小值; 若不存在, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 设曲线 $C_1: \frac{|x|}{a} + \frac{|y|}{b} = 1 (a > b > 0)$ 所围成的封闭图形的面积为 $4\sqrt{2}$, 曲线 C_1 上的点到原点 O 的最短距离为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. 以曲线 C_1 与两坐标轴的交点为顶点的椭圆记为 C_2 .

(I) 求椭圆 C_2 的标准方程;

(II) 设 AB 是过椭圆 C_2 中心 O 的任意弦, l 是线段 AB 的垂直平分线. M 是 l 上的点 (与 O 不重合).

①若 $|MO| = 2|OA|$, 当点 A 在椭圆 C_2 上运动时, 求点 M 的轨迹方程;

②若 M 是 l 与椭圆 C_2 的交点, 求 $\triangle AMB$ 的面积的最小值.