2016～2017 学年第一学期高三年级期末质量抽测

# 数学试卷（理）

本试卷共 6 页，共 150 分. 考试时长 120 分钟. 考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

## 第一部分（选择题　共 40 分）

**一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中选出符合题目要求的一项）**

1. 已知集合 $A=\{x\mid(x-1)(x-3)<0\}$，$B=\{x\mid 2<x<4\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{x\mid 1<x<3\}$　　B. $\{x\mid 1<x<4\}$

C. $\{x\mid 2<x<3\}$　　D. $\{x\mid 2<x<4\}$

2. 抛物线 $y^2=2x$ 的准线方程是

A. $y=-1$　　B. $y=-\frac{1}{2}$　　C. $x=-1$　　D. $x=-\frac{1}{2}$

3. “$k=1$”是“直线 $kx-y-3\sqrt{2}=0$ 与圆 $x^2+y^2=9$ 相切”的

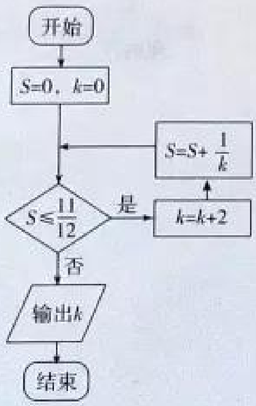
A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 执行如图所示的程序框图，输出的 $k$ 值为

A. 6　　B. 8

C. 10　　D. 12




5. 已知 $x,y\in\mathbf{R}$，且 $x>y>0$，则

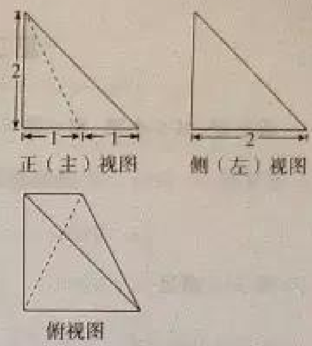
A. $\tan x-\tan y>0$　　B. $x\sin x-y\sin y>0$

C. $\ln x+\ln y>0$　　D. $2^x-2^y>0$

6. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且在 $[0,+\infty)$ 上是增函数，则 $f(x+1)\geqslant 0$ 的解集为

A. $(-\infty,-1]$　　B. $(-\infty,1]$　　C. $[-1,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

7. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为



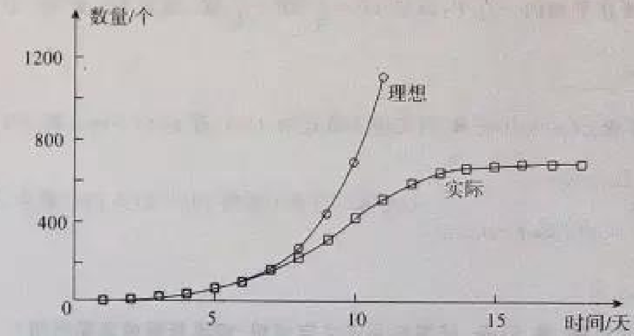

A. $\frac{2}{3}$

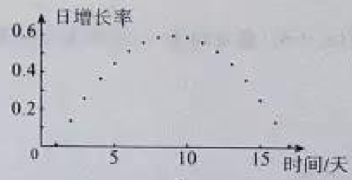
B. $\frac{4}{3}$

C. 2

D. $\frac{8}{3}$

8. 数列$\{a_n\}$表示第$n$天午时某种细菌的数量. 细菌在理想条件下第$n$天的日增长率$r_n=0.6$ $(r_n=\frac{a_{n+1}-a_n}{a_n},n\in\mathbf{N}^*)$. 当这种细菌在实际条件下生长时，其日增长率$r_n$会发生变化. 下图描述了细菌在理想和实际两种状态下细菌数量$Q$随时间的变化规律. 那么，对这种细菌在实际条件下日增长率$r_n$的规律描述正确的是

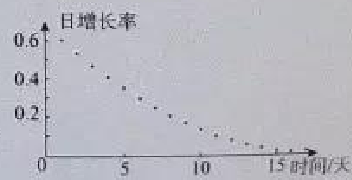


A

B

C



D

## 第二部分（非选择题　共110分）

二、填空题(共6小题,每小题5分,共30分)

9. 若复数$(2-\mathrm{i})(a+2\mathrm{i})$是纯虚数,则实数$a=$________.

10. 若$x,y$满足$\begin{cases}x-2\leqslant 0,\\ x+y\geqslant 0,\\ x-3y+4\geqslant 0,\end{cases}$ 则$x+2y$的最大值为________.

11. 若点$P(2,0)$到双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$的一条渐近线的距离为1,则$a=$________.

12. 在$\triangle ABC$中,若$AB=2,AC=3,\angle A=60^\circ$,则$BC=$______;若$AD\perp BC$,则$AD=$______.

13. 在$\triangle ABC$所在平面内一点$P$,满足$\overrightarrow{AP}=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AC}$,延长$BP$交$AC$于点$D$,若$\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AC}$,则$\lambda=$______.

14. 关于$x$的方程$g(x)=t(t\in\mathbf{R})$的实根个数记为$f(t)$. 若$g(x)=\ln x$,则$f(t)=$________;

若$g(x)=\begin{cases}x,x\leqslant 0,\\ -x^2+2ax+a,x>0\end{cases}(a\in\mathbf{R})$,存在$t$使得$f(t+2)>f(t)$成立,则$a$的取值范围是________.

三、解答题(共6小题,共80分. 解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程)

15.(本小题13分)

已知$\{a_n\}$是等比数列,满足$a_1=3,a_4=24$,数列$\{a_n+b_n\}$是首项为4,公差为1的等差数列.

(Ⅰ)求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式;

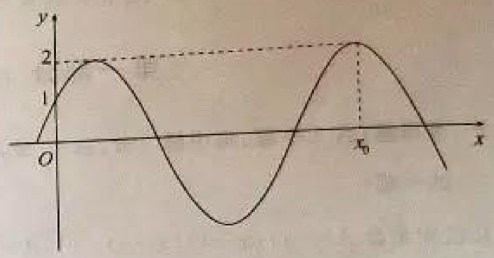
(Ⅱ)求数列$\{b_n\}$的前$n$项和.

16.（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)(|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 部分图象如图所示．

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期及图中 $x_0$ 的值；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值．



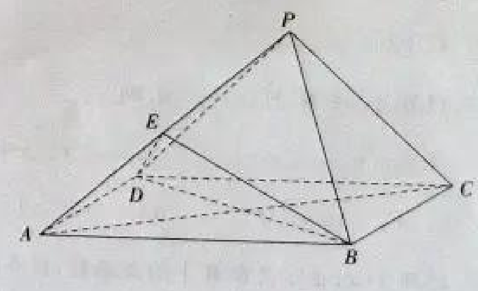

17.（本小题 14 分）

如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，平面 $PCD\perp$ 平面 $ABCD$，$BC=1$，$AB=2$，$PC=PD=\sqrt{2}$，$E$ 为 $PA$ 中点．

（Ⅰ）求证：$PC//$ 平面 $BED$；

（Ⅱ）求二面角 $A\text{-}PC\text{-}D$ 的余弦值；

（Ⅲ）在棱 $PC$ 上是否存在点 $M$，使得 $BM\perp AC$？若存在，求 $\frac{PM}{PC}$ 的值；若不存在，说明理由．



18.（本小题 13 分）

设函数 $f(x)=\ln(x+1)-\frac{ax}{x+1}(a\in\mathbf{R})$.

（Ⅰ）若 $f(0)$ 为 $f(x)$ 的极小值，求 $a$ 的值；

（Ⅱ）若 $f(x)>0$ 对 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，求 $a$ 的最大值.

19.（本小题 14 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 $M(2,0)$，离心率为 $\frac{1}{2}$. $A,B$ 是椭圆 $C$ 上两点，且直线 $OA,OB$ 的斜率之积为 $-\frac{3}{4}$，$O$ 为坐标原点.

（Ⅰ）求椭圆 $C$ 的方程；

（Ⅱ）若射线 $OA$ 上的点 $P$ 满足 $|PO|=3|OA|$，且 $PB$ 与椭圆交于点 $Q$，求 $\frac{|BP|}{|BQ|}$ 的值.

20.（本小题 13 分）

已知集合 $A_n=\{(x_1,x_2,\cdots,x_n)\mid x_i\in\{-1,1\}(i=1,2,\cdots,n)\}$. $x,y\in A_n$, $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$, $y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$，其中 $x_i,y_i\in\{-1,1\}(i=1,2,\cdots,n)$. 定义 $x\odot y=x_1y_1+x_2y_2+\cdots+x_ny_n$. 若 $x\odot y=0$，则称 $x$ 与 $y$ 正交.

（Ⅰ）若 $x=(1,1,1,1)$，写出 $A_4$ 中与 $x$ 正交的所有元素；

（Ⅱ）令 $B=\{x\odot y\mid x,y\in A_n\}$. 若 $m\in B$，证明：$m+n$ 为偶数；

（Ⅲ）若 $A\subseteq A_n$，且 $A$ 中任意两个元素均正交，分别求出 $n=8,14$ 时，$A$ 中最多可以有多少个元素.