

2012-2013 学年度下学期期末考试高二年级数学文科试卷

第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{3, 4, 5, 6\}$, 则 $P \cap (C_U Q) = ()$

- A. $\{1, 2, 5\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(2) 已知 i 是虚数单位，则复数 $(1 + \frac{1}{i})^2$ 的虚部是 $()$

- A. 2 B. $2i$ C. -2 D. $-2i$

(3) 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 关于 $x = -1$ 对称，若 $x \leq -1$ 时， $f(x) = x(1+x)$ ，则

$f(0) = ()$

- A. 0 B. 4 C. -2 D. 2

(4) 给出下面类比推理命题（其中 Q 为有理数集， R 为实数集， C 为复数集）

① “若 $a, b \in R$ ，则 $a - b = 0 \Rightarrow a = b$ ” 类比推出 “若 $a, b \in C$ ，则 $a - b = 0 \Rightarrow a = b$ ”；

② “ $a, b, c, d \in R$ ，则复数 $a + bi = c + di \Rightarrow a = c, b = d$ ” 类比推出 $a, b, c, d \in Q$ ，则

$a + b\sqrt{3} = c + d\sqrt{3} \Rightarrow a = c, b = d$ ”；

③ “若 $a, b \in R$ ，则 $a - b > 0 \Rightarrow a > b$ ” 类比推出 “若 $a, b \in C$ ，则 $a - b > 0 \Rightarrow a > b$ ”。

其中类比得到的结论正确的个数是 $()$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

(5) 已知 $a = \left(\frac{1}{3}\right)^{11.4}$ ， $b = \log_{0.3} 2$ ， $c = 4^{0.3}$ ， $d = \log_2 5$ ，则 a, b, c, d 的大小顺序是 $()$

- A. $d > c > a > b$ B. $d > a > b > c$ C. $c > d > a > b$ D. $a > b > c > d$

(6) 下表提供了某厂节能降耗技术改造后在生产某产品过程中记录的产量 x (吨) 与相应的生产能耗 y (吨) 的几组对应数据：

x	3	4	5	6
y	2.5	3	4	a

根据上表，得到线性回归方程为 $\hat{y} = 0.7x + 0.35$ ，则实数 $a = ()$

- A. 3 B. 3.5 C. 5 D. 4.5

(7) 用反证法证明命题“三角形的内角中至少有一个不大于 60° ”时, 假设正确的是

- A. 假设三内角都不大于 60° B. 假设三内角都大于 60°
C. 假设三内角至少有一个大于 60° D. 假设三内角至少有两个大于 60°

(8) 设函数 $f(x)$ 为奇函数, 满足 $f(x+1) = f(x-1)$ 且当 $x \in (0,1)$ 时,

$f(x) = \log_2 \frac{1}{1-x}$, 则 $f(x)$ 在 $(1,2)$ 上 ()

- A. 是增函数且 $f(x) > 0$ B. 是增函数且 $f(x) < 0$
C. 是减函数且 $f(x) > 0$ D. 是减函数且 $f(x) < 0$

(9) 关于 (x,y) 的一组样本数据 $(1, -1), (2, -3), (3.5, -6), (5, -9), (6, -11),$

$(7.5, -1.4), (9, -17), \dots, (29, -57), (30.5, -60)$ 的散点图中, 所有样本点均在直线 $y = -2x + 1$ 上, 则这组样本数据的样本相关系数 r 为 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. -2

(10) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x+6(x \geq -2) \\ -6-3x(x < -2) \end{cases}$, 若不等式 $f(x) \geq 2x - m$ 恒成立, 则实数

m 的取值范围是 ()

- A. $m \leq -4$ B. $m \geq 4$ C. $m \leq 4$ D. $m \geq -4$

(11) 已知函数 $f(x) = \lg(\sqrt{1+x^2} - x)$, 则 $f(\ln 3) + f(\ln \frac{1}{3}) =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

(12) 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) + 1 = \frac{1}{f(x+1)}$, 当 $x \in [0,1]$ 时, $f(x) = x$, 若在区间 $(-1,1]$

内, 函数 $g(x) = f(x) - mx - m$ 有两个零点, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{1}{2}]$ B. $[\frac{1}{2}, +\infty)$ C. $[0, \frac{1}{3})$ D. $[0, \frac{1}{2})$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必

须作答。第 22 题~第 24 题为选考题，考生根据要求作答。

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

(13) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ 的两个实数根是 α, β ，且有 $1 < \alpha < 2 < \beta < 4$ ，则实数 a 的取值范围是_____

(14) 已知函数 $y = f(x)$ 的图象在点 $M(1, f(1))$ 处的切线方程是 $y = \frac{3}{2}x - 1$ ，则 $f(1) + f'(1) =$ _____

(15) 观察下列等式， $1^3 + 2^3 = 3^2$ ， $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$ ， $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2$ 根据上述规律， $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 =$ _____

(16) 问题“求方程 $5^x + 12^x = 13^x$ 的解”有如下的思路：方程 $5^x + 12^x = 13^x$ 可变为

$\left(\frac{5}{13}\right)^x + \left(\frac{12}{13}\right)^x = 1$ ，考察函数 $f(x) = \left(\frac{5}{13}\right)^x + \left(\frac{12}{13}\right)^x$ 可知 $f(2) = 1$ ，且函数 $f(x)$ 在 R

上单调递减，所以原方程有唯一解 $x = 2$ 。仿照此解法可得到不等式： $\lg x - 4 > 2\lg 2 - x$ 的解集为_____

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分 12 分)

已知集合 $A = \{x \in R \mid |x + 2| \geq 3\}$ ，集合 $B = \{x \mid (x + 3m)(x - 2) < 0\}$ 。

(I) 若 $(C_R A) \subseteq B$ ，求实数 m 的取值范围；

(II) 若 $(C_R A) \cap B = (-1, n)$ ，求实数 m, n 的值。

(18) (本小题满分 12 分)

某研究机构对高二学生的记忆力 x 和判断力 y 进行统计分析，所得数据如表所示：

x	6	8	10	12
y	2	3	5	6

- (I) 请在答题纸上画出上表数据的散点图；
- (II) 请根据上表提供的数据，用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ；
- (III) 试根据 (II) 求出的线性回归方程，预测记忆力为 11 的学生的判断力。

(相关公式: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$)

(19) (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2a+1)x^2 + (a^2+a)x$.

- (I) 若函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值，求实数 a 的值；
- (II) 若 $\forall m \in R$ ，直线 $y = kx + m$ 都不是曲线 $y = f(x)$ 的切线，求 k 的取值范围。

(20) (本小题满分 12 分)

某学生对其亲属 30 人的饮食习惯进行了一次调查，并用茎叶图表示 30 人的饮食指数，如图所示。(说明：图中饮食指数低于 70 的人，饮食以蔬菜为主；饮食指数高于 70 的人，饮食以肉类为主。)

甲 (50岁以下)		乙 (50岁以上)
1	2	0 1 5 6 7 6
	3	2 3 7 9 6
5 3	4	4 5 2
8	5	8
	6	1
6 7 8 4	7	5 8
5 3 2	8	
0	9	

- (I) 根据茎叶图，帮助这位同学说明其亲属 30 人的饮食习惯；
- (II) 根据以上数据完成如表所示的 2×2 列联表；

	主食蔬菜	主食肉类	合计
--	------	------	----

50 岁以下			
50 岁以上			
合计			

(III) 能否有 99% 的把握认为“其亲属的饮食习惯与年龄有关”？并写出简要分析.

附： $K^2 = \frac{n(ad - bc)}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$ ，其中 $n = a + b + c + d$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.25	0.15	0.10	0.05	0.024	0.010	0.005	0.001
k_0	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

(21) (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + ax - \ln x, a \in \mathbb{R}$.

(I) 若函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是减函数，求实数 a 的取值范围；

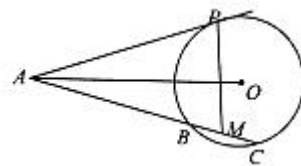
(II) 令 $g(x) = f(x) - x^2$ ，是否存在实数 a ，当 $x \in (0, e]$ 时，函数 $g(x)$ 的最小值是 3，若存在，求出 a 的值；若不存在，说明理由。

(III) 当 $x \in (0, e]$ 时，证明： $e^2 x^2 - \frac{5}{2}x > (x + 1)\ln x$.

请考生在第 22、23、24 三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分。做答时用 2B 铅笔在答题卡把所选题目对应题号下方的方框涂黑。

(22) (本小题满分 10 分) 选修 4-1：几何证明选讲

如图，已知 AP 是圆 O 的切线， P 为切点， AC 是圆 O 的割线，与圆 O 交于 B, C 两点，圆心 O 在 $\angle PAC$ 的内部，点 M



是 BC 的中点。(I) 证明： A, P, O, M 四点共圆；

(II) 求 $\angle OAM + \angle APM$ 的大小.

(23) (本小题满分 10 分) 选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$
，在极坐标系（与

直角坐标系 xOy 取相同的长度单位，且以原点 O 为极点，以 x 轴正半轴为极轴）中，圆 C

的方程为 $\rho = 2\sqrt{5} \sin \theta$.

（I）求圆 C 的直角坐标方程；

（II）设圆 C 与直线 l 交于点 A 、 B . 若点 P 的坐标为 $(3, \sqrt{5})$ ，求 $|PA| + |PB|$.

(24) （本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

设正有理数 x 是 $\sqrt{3}$ 的一个近似值，令 $y = 1 + \frac{2}{1+x}$.

（I）若 $x > \sqrt{3}$ ，求证： $y < \sqrt{3}$ ；

（II）比较 y 与 x 哪一个更接近于 $\sqrt{3}$ ，请说明理由.