2007—2008 学年度下学期期中阶段测试

高二理科数学试卷

第 I 卷（选择题共 60 分）

一.选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.$\dfrac{2i}{1+i}=$（　）

$A.1$　$B.-1+i$　$C.1+i$　$D.1-i$

2.在平面内，因为直线 $AB\perp MN, CD\perp MN$，所以 $AB\,/\!/\,CD$，上述推理是遵循了哪种推理规则（　）

$A.$类比推理　$B.$三段论推理　$C.$传递性推理　$D.$完全归纳推理

3.设随机变量 X 的概率分布为 $P(X=k)=\dfrac{a}{k(k+1)}(k=1,2,3,4,5)$，则常数 $a=$（　）

$A.\dfrac{4}{5}$　$B.\dfrac{5}{4}$　$C.\dfrac{5}{6}$　$D.\dfrac{6}{5}$

4.8 名学生，其中有 5 名男生.从中选出 4 名代表，选出的代表中男生人数为 X，则其数学期望为 $E(X)=$（　）

$A.\ 2$　$B.\ 2.5$　$C.\ 3$　$D.\ 3.5$

5 一正态变量概率密度曲线的函数表达式为 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-1)^2}{2}}\ (x\in R)$，对此随机变量的叙述正确的是（　）

$A.$期望 $\mu=0$　$B.$标准差为 $\sqrt{2}$　$C.$标准差为 2　$D.$其取值几乎都在区间 $(-2,4)$ 内

6.已知 $C_{14}^{5}=a, C_{14}^{8}=b$, 则 $C_{15}^{6}=$（　）

$A.\ a+b$　$B.\ -a+b$　$C.\ 2a-b$　$D.\ -a+2b$

7.袋中有 10 个外形相同的球，其中 5 个白球，3 个黑球，2 个红球，从中任意取出一球，已知它不是白球，试求它是黑球的概率（　）

$A.\dfrac{1}{5}$　$B.\dfrac{3}{10}$　$C.\dfrac{3}{5}$　$D.\dfrac{1}{2}$

8.在用数学归纳法证明不等式$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{n+n}>\frac{13}{24}(n\geq 2,n\in N^*)$的过程中，由$n=k$递推到$n=k+1$时，不等式左边（　）

$A.$增加了一项$\frac{1}{2(k+1)}$　　　　$B.$增加了A中的一项，但又减少了另一项$\frac{1}{k+1}$

$C.$增加了两项$\frac{1}{2k+1},\frac{1}{2(k+1)}$　　$D.$增加了C中的两项，但又减少了另一项$\frac{1}{k+1}$

9.设一随机试验的结果只有A和$\overline{A}$且A发生的概率为m，令随机变量$X=\begin{cases}1 & A\text{发生}\\ -1 & \overline{A}\text{发生}\end{cases}$，

则$D(X)=$（　）

$A.1$　$B.\ m(1-m)$　$C.\ 4m(1-m)$　$D.\ 4m(1-m)(2m-1)$

10.已知数列$\{a_n\}$的各项均为自然数，$a_1=1$，且它的前n项和为S_n，若对任意的正整数n，

有$S_{n+1}+S_n=(S_{n+1}-S_n)^2$成立，采用归纳推理可得$S_n=$（　）

$A.\ n$　$B.\ \frac{n(n+1)}{2}$　$C.\ \frac{(n+1)^2}{2}$　$D.\ \frac{2^n-1}{2}$

11.$(x^2+x-2)^5$的展开式中x^3项的系数为（　）

$A.\ -120$　$B.\ -40$　$C.\ 40$　$D.\ 120$

12.现有5项工程由甲、乙、丙3个工程队承包，每队至少一项，但甲承包的项目不超过2个，不同的承包方案有（　）种

$A.130$　$B.150$　$C.220$　$D.240$

第Ⅱ卷（非选择题，共90分）

二.填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。把答案填在答题卡相应的横线上.

13. 方程$(x^2-1)+(x^2-x-2)i=0$中的实数$x=$__________

14. $(1-2x)^6$的展开式中的第三项的系数为__________

15. 某电视台连续播放5个广告，其中3个不同的奥运宣传广告和2个不同的商业广告.若要求最后播放的必须是奥运广告，且2个商业广告不能连续播放，则不同的播放种数为__________

16. 直角三角形与直角四面体（三条侧棱相互垂直的三棱锥）的性质是类似的.

在 $Rt\Delta ABC$ （其中 $C=90^\circ$, 角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c ）中具有如下性质：①$\cos^2 A+\cos^2 B=1$；②斜边上的高 $h=\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}}}$；③外接圆半径 $R=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$. 请你任选一个，使用类比推理的方法，并思考写出在直角四面体 $O-ABC$（OA,OB,OC 相互垂直, 长度分别为 a,b,c ）中相应的正确性质____

三.解答题：本大题共 6 小题，共 74 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本题满分 12 分）

（Ⅰ）求证：$\sqrt{6}+2\sqrt{2}>2+\sqrt{10}$；

（Ⅱ）设 a,b,c 均为非零实数，求证：方程 $ax^2+2bx+c=0, bx^2+2cx+a=0,$ $cx^2+2ax+b=0$ 中至少有一个实数根.

18.（本题满分 12 分）

$(4\sqrt[3]{b}+\dfrac{1}{\sqrt{5b}})^5$ 的展开式中的常数项等于 $(\dfrac{3}{\sqrt{a}}-\sqrt[3]{a})^n$ 的展开式中的二项式系数和.

（I）求 $(\dfrac{3}{\sqrt{a}}-\sqrt[3]{a})^n$ 的展开式的各项系数和；

（II）求 55^n 除以 8 的余数.

19.（本题满分 12 分）

在杨辉三角中，除每行首尾的数之外每一个数值是它上面的两个数之和，它的前几行如下：

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & & 1 & & & & & \\ & & & & 1 & & 1 & & & & \\ & & & 1 & & 2 & & 1 & & & \\ & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \\ & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \\ 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 \end{array}$$

……

在杨辉三角中，有许多有意思的结论. 试求：在杨辉三角的某一行中出现的相邻三个数，它们的比是$1:2:3$.

20.（本题满分 14 分）

若学生 A 一天学习数学超过两个小时的概率为 $\frac{1}{2}$（每天是相互独立没有影响的），一周 7 日内至少有四天每天学习数学超过两个小时，就说该生本周数学学习是投入的.

（Ⅰ）①设学生 A 本周一天学习数学超过两个小时的天数为 X，求 X 的分布列与数学期望 $E(X)$；

②求学生 A 本周数学学习投入的概率.

（Ⅱ）为了研究学生学习数学的投入程度和本周数学周练成绩的关系，随机在年级中抽取了 55 名学生进行调查，所得数据如下表所示：

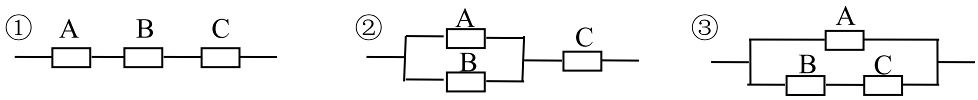
	成绩理想	成绩不太理想	合计
数学学习投入	20	10	30
数学学习不太投入	10	15	25
合计	30	25	55

根据上述数据你能得出什么结论？

（参考数据：当 $\chi^2 > 3.841$ 时，有 95% 的把握说两事件有关；当 $\chi^2 > 6.635$ 时，有 99% 的把握说两事件有关. 当 $\chi^2 \le 3.841$ 时，认为两事件是无关的）

21.（本题满分 12 分）

一个电路有 A,B,C 三个电子元件，它们接通的概率都是 $m(0<m<1)$ 如图所示，有三种连接方法:



（1）分别求出这三种电路各自接通的概率；

（2）试分析这三种电路哪种性能最优，并证明你的结论.

22.（本题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1 = a_2 = 1$ 且 $a_{n+2} = \frac{a_{n+1}^2 + 2}{a_n}$，问是否存在常数 p、q，使得对一切 $n \in N^*$ 都有 $a_{n+2} = pa_{n+1} + qa_n$. 若存在请求出 p、q，并证明;否则请说明理由.