
2017 届高三 10 月联考理数

一、选择题：共 12 题

1. 已知集合,若,则等于

- A.2 B.3 C.2 或 3 D.2 或 4

【答案】C

【解析】本题主要考查集合的基本运算.,因为,所以

2. 已知角的终边经过点且,则等于

- A.-1 B. C.-3 D.

【答案】A

【解析】本题主要考查任意角的三角函数.因为角的终边经过点,所以角是第二象限的角,因为,求解可得

3. 已知函数,则曲线在点处切线的斜率为

- A.1 B.-1 C.2 D.-2

【答案】A

【解析】本题主要考查导数的几何意义、函数的解析式的求法,考查了换元法示解析式.,则,,则,故答案为 A.

4. 为得到函数的图象,可将函数的图象

- A.向左平移个单位 B.向左平移个单位 C.向右平移个单位 D.向右平移个单位

【答案】 C

【解析】本题主要考查三角函数的图象与性质、诱导公式,所以,可将函数的图象向右平移个单位可得到数的图象,故答案为 C.

5. “ $\Rightarrow$ ”是“函数是在上的单调函数”的

- A.充分不必要条件
B.必要不充分条件
C.充要条件
D.既不充分也不必要条件

【答案】 B

【解析】本题主要考查充分条件与必要条件、函数的性质、定积分，考查了逻辑推理能力。则，令 $b=2$ ，显然函数在上的不是单调函数，即充分性不成立；若函数是在上的单调函数，所以，即，即必要性成立，故答案为 B。

6. 的大小关系为

- A. B.
- C. D.

【答案】 B

【解析】本题主要考查三角函数的性质、诱导公式，考查了逻辑推理能力.，，又因为在上是增函数，且,所以

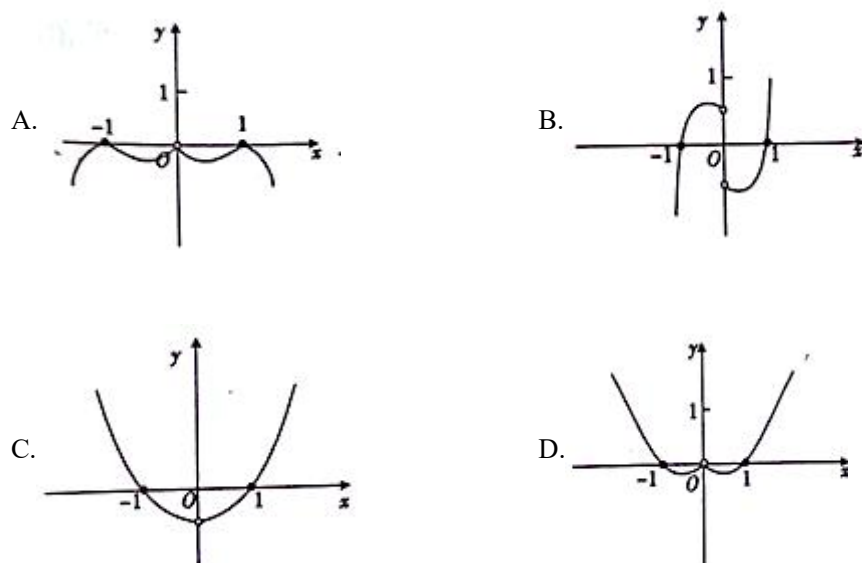
7. 已知命题对任意,命题存在,使得,则下列命题为真命题的是

- A. B. C. D.

【答案】D

【解析】本题主要考查全称命题与特称命题、逻辑联结词，考查了逻辑推理能力.令 $x=64$ ，则不成立，则命题 p 是假命题，是真命题；令 $x=0$ ，则，故命题 q 是真命题，是假命题，因此是真命题

8. 函数的图象大致是



【答案】D

【解析】本题主要考查函数的图像与性质，考查了逻辑推理能力.偶函数，故排除 B；当 $x>1$ 时, $y>0$ ，故排除 A；原函数可化为，当时，，故排除 C，则答案为 D.

9. 若函数的图象关于直线对称,且当时,,则

A. B. C. D.

【答案】C

【解析】 本题主要考查三角函数的图象与性质,考查了逻辑推理能力与计算能力.因为函数的图象关于直线对称,所以,且,所以,所以函数的对称轴,所以,当时,函数的一条对称轴为,因为当时,,所以,所以

10.

A. B. C. D.

【答案】 B

【解析】 本题主要考查两角和与差公式、二倍角公式,考查了转化思想与计算能力.

11. 设函数,若对任意,都存在,使得,则实数的最大值为

A. B.2 C. D.4

【答案】 A

【解析】 本题主要考查对数函数、函数的定义域与值域,考查了转化思想与逻辑推理能力.设的值域为 A ,因为对任意,都存在,使得,且的值域为,所以,所以要取遍中的每一个数,又,所以实数 a 需要满足,解得,故答案为 A.

12. 若存在两个正实数,使得等式成立,其中为自然对数的底数,则实数的取值范围是

A. B.
C. D.

【答案】 D

【解析】本题主要考查导数、函数的性质，考查了转化思想与逻辑推理能力.因为两个正实数，所以，令，则，令，则 $t=e$ ，所以时， $0<t<e$ ；时， $t>e$ ，所以，且，所以或，解得 $a<0$ 或，故答案为 D.

二、填空题：共 4 题

13. 命题“若,则”的否命题为_____.

【答案】若,则

【解析】本题主要考查四种命题.由否命题的定义可知，答案：若,则

14. 已知集合,则的元素个数是_____.

【答案】3

【解析】本题主要考查集合的基本运算,考查了计算能力.表示与的交点坐标组成的集合,解方程组可得,所以的元素个数是 3.

15. 若,则_____.

【答案】3

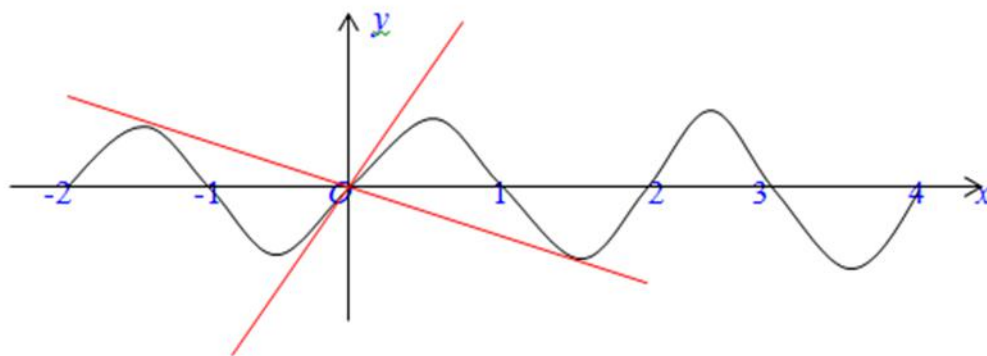
【解析】本题主要考查两角和与差公式、二倍角公式，考查转化思想与计算能力.由可得，又因为,所以，则

【备注】

16. 设函数对任意实数满足,且当时,,若关于的方程有 3 个不同的实数根,则的取值范围是_____.

【答案】

【解析】本题主要考查导数、函数的图像与性质、函数与方程，考查了数形结合思想与逻辑推理能力.因为,所以,则函数是最小正周期为 2 的周期函数，因为当时, ,所以当时, , , 作出函数的图像，如图所示，根据数形结合，当直线 $y=kx$ 与曲线在一三象限第一次相切时，由于曲线的对称性，考虑第一象限即可，对求导， , 此时有,则 $x=0$ ， $k=1$ ，此时切点恰好在原点，即两图像恰好只有一个交点，第二次相切时，切点在上， , 此时有，则 $x=$ ， $k=$ ，所以当时,直线 $y=kx$ 与曲线有三个交点；当直线 $y=kx$ 与曲线在二四象限相切时,由于曲线的对称性考虑第二象限即可,此时切点在上， ,有，则 $x=$ ， $k=$ ，此时直线与曲线惟有三个交点，综上，答案为：



三、解答题：共 6 题

17. 已知函数的定义域为,函数的值域为.

(1)当时,求;

(2)是否存在实数,使得? 若存在,求出的值; 若不存在,请说明理由.

【答案】(1)由,解得: ,即.

当时,因为,所以,即,

所以.

(2)因为,若存在实数,使,则必有,解得,

故存在实数,使得.

【解析】本题主要考查指数函数与对数函数的性质、集合的基本运算，考查了逻辑推理能力.(1)利用对数函数与指数函数的性质求出， ,再利用补集与交集的定义求解即可；(2),由题意可得,则结论易得.

18. 设,满足.

(1)求的值;

(2)求的值.

【答案】(1) $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}$,

(1) $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}$,

(2)由(1)可得:

$\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【解析】 本题主要考查同角三角函数基本关系、两角和与差公式、二倍角公式的应用,考查了拼凑法、逻辑推理能力.(1)由已知,利用两角和的正弦公式求出,利用范围,即可求出结果;(2)先利用二倍角公式求出,再拼凑可得,则易得结果.

19. 设实数满足不等式函数无极值点.

(1)若“ p ”为假命题,“ q ”为真命题,求实数的取值范围;

(2)已知“ p ”为真命题,并记为,且,若是的必要不充分条件,求正整数的值.

【答案】 由,得,即.

$\because$ 函数无极值点, $\therefore$ 恒成立,得,解得,

即.

(1) $\because$ “ p ”为假命题,“ q ”为真命题, $\therefore$ 与只有一个命题是真命题,

若为真命题,为假命题,则;

若为真命题,为假命题,则.

于是,实数的取值范围为.

(2)∵“”为真命题,∴.

又,

∴,

∴或,

即或,从而.

∵是必要不充分条件,即是充分不必要条件,

∴,解得.

∴,∴.

【解析】本题主要考查命题真假的判断、逻辑联结词、充分条件与必要条件、导数与函数的性质,考查了分类讨论思想与逻辑推理能力.(1) p :由题意易知恒成立,即可求出;易知与只有一个命题是真命题,则或,求解可得结论;(2)易得 r :或,由是必要不充分条件,可知是 p 的真子集,则结论易得.

20. 已知函数.

(1)求函数的最小正周期和单调递增区间;

(2)若,且的最小值是,求实数的值.

【答案】(1)∵

$\therefore$,

由,得,

$\therefore$ 函数的单调增区间为.

(2)

$\therefore, \therefore$,

①当 $\lambda < 0$ 时,当且仅当时,取得最小值-1,这与已知不相符;

②当时,当且仅当时,取最小值,由已知得,

解得;

③当 $\lambda > 1$ 时,当且仅当时,取得最小值,由已知得,解得,

这与相矛盾.

综上所述,.

【解析】本题主要考查三角函数的性质、二倍角公式、两角和与差公式,考查了转化思想与分类讨论思想、逻辑推理能力与计算能力.(1)化简

,再根据正弦函数的周期性与单调性求解即可;(2)化简可得,由正弦函数性质,结合二次函数的性质,分 $\lambda < 0$ 、 $\lambda > 1$ 、三种情况讨论求解即可.

21. 已知函数.

(1)求函数的单调区间和极值;

(2)证明:当时,函数没有零点(提示:).

【答案】(1)因为,

所以

因为,所以当时,,当时,.

所以函数的单调增区间为,单调减区间为.

当时,取得极小值

(2)由(1)可知,当时,取得极小值,亦即最小值.

,又因为,所以,

设,则,

因为在上单调递减,且,

所以有唯一的零点,使得在上单调递增,在上单调递减,

又由于,

所以恒成立,从而恒成立,则恒成立,

所以当时,函数没有零点.

【解析】本题主要考查导数、函数的性质与极值,考查了转化思想、逻辑推理能力是以计算能力.(1),根据题意,易得函数的单调性与极值;(2) 由(1)可知,当时,取得极小值,亦即最小值,,设,求导并判断函数最小值的符号,即可得出结论.

22. 已知函数 (且).

(1)若曲线在点处的切线与轴垂直,且有极大值,求实数的取值范围;

(2)若,试判断在上的单调性,并加以在证明.(提示:)

【答案】(1) $\therefore, \therefore,$

$\therefore$

当时,由得; 由得.

故只有极小值,不合题意.

当时,由得; 由得.

故在处取得极大值,所以实数的取值范围为.

(2)当时,,则,

设,则,

设, $\therefore$ 且在上递增, $\therefore$.

不难得知,,

$\therefore$, $\therefore$, $\therefore$,

$\therefore$ 恒成立, $\therefore$ 递增.

$\therefore$, $\therefore$, $\therefore$,从而.

故在上递增.

【解析】本题主要考查导数与导数的几何意义、函数的性质,考查了转化思想与分类讨论思想、逻辑推理能力与计算能力.(1)由题意,,分、两种情况讨论函数的单调性,根据函数有极大值求解即可;(2),设,则,根据的单调性与零点,判断函数的单调性即可.