

高二文科数学试卷

考试时间：120 分钟

试题满分：150 分

命题人：王晓强

校对入：佟新颖

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个符合题目要求的

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + 1$, 则 a_3 的值为 ()

- A. 3 B. 5 C. 4 D. 6

2. 若 $a, b \in R$, 且 $ab > 0$. 则下列不等式中, 恒成立的是 ()

- A. $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ B. $a^2 + b^2 > 2ab$

- C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{2}{\sqrt{ab}}$ D. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

3. 下面四个条件中, 使 $a > b$ 成立的充分而不必要的条件是 ()

- A. $a^3 > b^3$ B. $a^2 > b^2$ C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ D. $a > b + 1$

4. 各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1 = 3$, 前三项和为 21, 则 $a_3 + a_4 + a_5 =$ ()

- A. 84 B. 105 C. 63 D. 126

5. 已知正三角形 ABC 的顶点 $A(1,1)$, $B(1,3)$, 顶点 C 在第一象限, 若点 (x,y) 在 $\triangle ABC$ 的内部 (含边界), 则 $z = y - x$ 最大值是 ()

- A. 5 B. 3 C. 2 D. $\sqrt{3} - 1$

6. 命题“ $\forall x \in R, x^2 + x + 1 > 0$ ”的否定是 ()

- A. $\forall x \in R, x^2 + x + 1 < 0$ B. $\exists x \in R, x^2 + x + 1 \leq 0$
C. $\forall x \in R, x^2 + x + 1 \leq 0$ D. $\exists x \in R, x^2 + x + 1 < 0$

7. 椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ 上一点 M 到一个焦点的距离为 4, 则点 M 到另一个焦点的距离为 ()

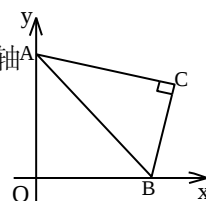
- A. 10 B. 8 C. 6 D. 4

8. 函数 $y = x + \frac{5}{x-2}$ ($x > 2$) 取得最小值时的 x 的值为 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. 3 C. $2 + \sqrt{5}$ D. 4

9. 如右图, 给定三角板 ABC (其中 $\angle C = 90^\circ$) 的顶点 B 、 A 分别在 x 轴和 y 轴正半轴滑动, 并可滑至原点, 则滑动过程中, 顶点 C 的轨迹为 ()

- A. 一段线段 B. 一段圆弧 C. 一段椭圆 D. 一段抛物线



10. 要使 $(\log_2 3)^x - (\log_5 3)^x \geq (\log_2 3)^{-y} - (\log_5 3)^{-y}$ 成立, 则应有()

- A. $x - y \leq 0$ B. $x + y \leq 0$ C. $x - y \geq 0$ D. $x + y \geq 0$

11. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = n \cos \frac{n\pi}{2}$, 其前 n 项和为 S_n , 则 S_{2015} 等于()

- A. -1008 B. 1006 C. 1008 D. -1006

12. 若 $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ 且 $a(a+b+c) + bc = 4 - 2\sqrt{3}$, 则 $2a+b+c$ 的最小值为 ()

- A. $\sqrt{3} - 1$ B. $2\sqrt{3} - 2$ C. $\sqrt{3} + 1$ D. 2

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每道题 5 分, 共 20 分。

13. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_6 = 6$, $a_{10} = 54$, 则 $a_8 =$ _____.

14. 已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 直线 $y = x + 1$ 交椭圆于 A, B 两点,

则 $\triangle ABF_2$ 的周长等于_____.

15. 设集合 $A = \{(x, y) \mid x, y, 1 - x - y \text{ 是三角形的三边长}\}$, 则 A 所表示的平面区域的面积是_____.

16. 定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数 $f(x)$, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \left(\frac{5}{2}\right)^x$, 若对任意的 $x \in [a, a+1]$, $f(x+a) \geq [f(x)]^2$ 恒成立, 则实数 a 的范围是_____.

三、解答题: 本大题共六道小题, 满分 70 分.

17. (本小题满分 10 分)

不等式 $(m^2 - 2m - 3)x^2 - (m - 3)x - 1 < 0$ 对一切 $x \in \mathbb{R}$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

医院用甲、乙两种原料为手术后的病人配营养餐. 甲种原料每 10 g 含 5 单位蛋白质和 10 单位铁质, 售价 3 元; 乙种原料每 10 g 含 7 单位蛋白质和 4 单位铁质, 售价 2 元. 若病人每餐至少需要 35 单位蛋白质和 40 单位铁质. 试问: 应如何使用甲、乙原料, 才能既满足营养, 又使费用最省?

19. (本小题满分 12 分)

已知 x, y 为正实数, 且 $2x + 8y - xy = 0$, 试求 x, y 为何值时 $x + y$ 有最小值, 并求出这个最小值.

20. (本小题满分 12 分)

等比数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和 $S_n > 0$

(1) 求公比 q 的取值范围;

(2) $b_n = a_{n+2} - \frac{3}{2}a_{n+1}$, 数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和为 T_n , 试比较 S_n 与 T_n 的大小.

21. (本小题满分 12 分)

已知二次函数 $f(x)$ 满足 $f(-2) = 0$, 且 $2x \leq f(x) \leq \frac{x^2 + 4}{2}$ 对一切实数 x 都成立.

(1) 求 $f(2)$ 的值;

(2) 求 $f(x)$ 的解析式;

(3) 设 $b_n = \frac{1}{f(n)}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求证: $S_n > \frac{4n}{3(n+3)}$.

22 (本小题满分 12 分)

已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, \sqrt{a_{n+1}} = \sqrt{a_n} + \frac{1}{(n+1)^2} \cdot a_n, (n \in N^*)$

(1) 判断数列 $\{a_n\}$ 的单调性;

(2) 求证: $\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} < \frac{1}{\sqrt{a_n}} - \frac{1}{\sqrt{a_{n+1}}} < \frac{1}{(n+1)^2}$