2016-2017 学年高一（上）期末数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．全集 U={﹣1，0，1，2，3，4，5，6}，A={3，4，5}，B={1，3，6}，那么集合{2，﹣1，0}是（　　）

A．$\frac{\pi}{3}$　B．$\frac{3}{5}$　C．$\complement_U A\cap\complement_U B$　D．$-\frac{3}{5}$

2．已知 tan60°=m，则 cos120　°的值是（　　）

A．$\frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$　B．$\frac{1-m^2}{1+m^2}$　C．$\frac{m}{\sqrt{1+m^2}}$　D．$-\frac{m}{\sqrt{1+m^2}}$

3．下列函数是奇函数的是（　　）

A．f（x）$=x^2+2|x|$　B．f（x）=x•sinx　C．f（x）$=2^x+2^{-x}$　D．$f(x)=\frac{\cos x}{x}$

4．在平行四边形 ABCD 中，A（5，﹣1），B（﹣1，7），C（1，2），则 D 的坐标是（　　）

A．（7，﹣6）　B．（7，6）　C．（6，7）　D．（﹣7，6）

5．下列各命题中不正确的是（　　）

A．函数 f（x）$=a^{x+1}$（a＞0，a≠1）的图象过定点（﹣1，1）

B．函数$f(x)=x^{\frac{1}{2}}$在[0，+∞）上是增函数

C．函数 f（x）$=\log_a x$（a＞0，a≠1）在（0，+∞）上是增函数

D．函数 f（x）$=x^2+4x+2$ 在（0，+∞）上是增函数

6．若将函数 y=2sin2x 的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，则平移后的图象的对称轴为（　　）

A．$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$（k∈Z）　B．$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$（k∈Z）　C．$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$（k∈Z）　D．$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$（k∈Z）

7．我们生活在不同的场所中对声音的音量会有不同的要求．音量大小的单位是分贝（dB），对于一个强度为 I 的声波，其音量的大小η可由如下的公式计算：

$\eta=10\cdot\lg\frac{I}{I_0}$（其中 I_0 是人耳能听到的声音的最低声波强度）．设 η_1=70dB 的声音强度为 I_1，η_2=60dB 的声音强度为 I_2，则 I_1 是 I_2 的（　　）

A．$\frac{7}{6}$倍 B．10 倍　C．$10^{\frac{7}{6}}$倍　D．$\ln\frac{7}{6}$倍

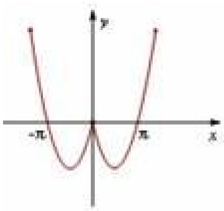
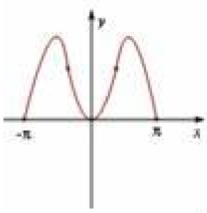
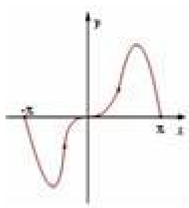
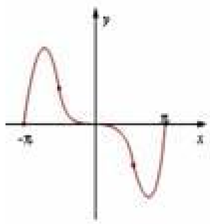
8．△ABC 中，D 在 AC 上，且 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$，P 是 BD 上的点，$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+\frac{2}{9}\overrightarrow{AC}$，则 m 的值是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　B．$\frac{1}{2}$　C．$\frac{1}{4}$　D．1

9．函数 $f(x)=\begin{cases}a\cdot\sin(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{6})&(x\geqslant0)\\2^{-x}&(x<0)\end{cases}$，若 f[f（﹣1）]=1，则 a 的值是（　　）

A．2　B．﹣2 C．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　D．$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

10．已知函数 f（x）=x^2•sin（x﹣π），则其在区间[﹣π，π]上的大致图象是（　　）

A． B． C． D．

11．定义在 R 上的偶函数 f（x）满足 f（x）+f（x+1）=0，且在[﹣3，﹣2]上 f（x）=2x+5，A、B 是三边不等的锐角三角形的两内角，则下列不等式正确的是（　　）

A．f（sinA）＞f（sinB）　B．f（cosA）＞f（cosB）　C．f（sinA）＞f（cosB）　D．f（sinA）＜f（cosB）

12．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2&(0\leqslant x<a)\\2^x&(x>a)\end{cases}$，若存在实数 b，使函数 g（x）=f（x）﹣b 有两个零点，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．（0，2）　B．（2，+∞）C．（2，4）　D．（4，+∞）

二．填空题：（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13．函数 $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x-3}$的定义域是____．

14．已知 $\tan\alpha=2$，则 $\dfrac{\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})+\cos(\alpha-\frac{\pi}{2})}{3\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)-\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}$=____．

15．已知 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})=\frac{3}{5}$，$\alpha\in(-\frac{\pi}{2}，0)$，则 $\tan\alpha$ 的值为____．

16．矩形 ABCD 中，|AB|=4，|BC|=3，$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$，若向量 $\overrightarrow{BD}=x\overrightarrow{BE}+y\overrightarrow{BF}$，则 x+y=____．

三、解答题：本大题共 6 个小题，共 70 分.其中第 17 题 10 分，第 18 题至第 22 题每题 12 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（10 分）求值：（1）$(3\sqrt{3})^{\frac{2}{3}}-\ln e^{2}+\log_3 18-\log_3 6+\tan\frac{7\pi}{6}\cdot\cos\frac{5\pi}{6}$

（2）A 是△ABC 的一个内角，$\sin A\cdot\cos A=-\frac{1}{8}$，求 $\cos A-\sin A$．

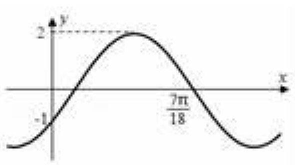
18．（12 分）（1）已知向量 $\overrightarrow{AB}=(6，1)$，$\overrightarrow{BC}=(x，y)$，$\overrightarrow{CD}=(-2，-3)$，若 $\overrightarrow{BC}\parallel\overrightarrow{AD}$，试求 x 与 y 之间的表达式．

（2）在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，A、B、C 三点满足 $\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$，求证：A、B、C 三点共线，并求 $\dfrac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{CB}|}$ 的值．

19．（12 分）函数 f（x）=Asin（ωx+φ）（$A>0$，$\omega>0$，$|\phi|<\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示．

（1）求函数 f（x）的解析式．

（2）函数 y=f（x）的图象可以由 y=sinx 的图象变换后得到，请写出一种变换过程的步骤（注明每个步骤后得到新的函数解析式）．



20．（12 分）某同学在利用"五点法"作函数 f（x）=Asin（ωx+φ）+t（其中 A＞0，$\omega>0$，$|\phi|<\frac{\pi}{2}$）的图象时，列出了如表格中的部分数据．

x	_	_	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{4}$	__
ωx+φ	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
f（x）	_	6	__	﹣2	__

（1）请将表格补充完整，并写出 f（x）的解析式.

（2）若$x\in[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{4}]$，求 f（x）的最大值与最小值.

21．（12 分）已知函数$f(x)=x^2+4[\sin(\theta+\frac{\pi}{3})]\cdot x-2$，θ∈[0，2π）

（1）若函数 f（x）是偶函数：①求 tanθ的值；②求$\sqrt{3}\sin\theta\cdot\cos\theta+\cos^2\theta$的值.

（2）若 f（x）在$[-\sqrt{3},1]$上是单调函数，求θ的取值范围.

22．（12 分）若函数 f（x）对于定义域内的任意 x 都满足$f(x)=f(\frac{1}{x})$，则称 f（x）具有性质 M.

（1）很明显，函数$f(x)=x+\frac{1}{x}$（x∈（0，+∞）具有性质 M；请证明$f(x)=x+\frac{1}{x}$（x∈（0，+∞））在（0，1）上是减函数，在（1，+∞）上是增函数.

（2）已知函数 g（x）=|lnx|，点 A（1，0），直线 y=t（t＞0）与 g（x）的图象相交于 B、C 两点（B 在左边），验证函数 g（x）具有性质 M 并证明|AB|＜|AC|.

（3）已知函数$h(x)=|x-\frac{1}{x}|$，是否存在正数 m，n，k，当 h（x）的定义域为[m，n]时，其值域为[km，kn]，若存在，求 k 的范围，若不存在，请说明理由.

2016-2017 学年高一（上）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．全集 U={﹣1，0，1，2，3，4，5，6}，A={3，4，5}，B={1，3，6}，那么集合{2，﹣1，0}是（　　）

A．$\frac{\pi}{3}$　B．$\frac{3}{5}$　C．$\complement_UA\cap\complement_UB$　D．$-\frac{3}{5}$

【考点】交、并、补集的混合运算.

【分析】根据补集与交集的定义，即可得出{﹣1，0，2}=（$\complement_UA$）∩（$\complement_UB$）.

【解答】解：全集 U={﹣1，0，1，2，3，4，5，6}，

A={3，4，5}，B={1，3，6}，

$\complement_UA$={﹣1，0，1，2，6}，

$\complement_UB$={﹣1，0，2，4，5}，

∴（$\complement_UA$）∩（$\complement_UB$）={2，﹣1，0}.

故选：C.

【点评】本题考查了集合的定义与运算问题，是基础题目.

2．已知 tan60°=m，则 cos120°的值是（　　）

A．$\frac{1}{\sqrt{1+m^2}}$　B．$\frac{1-m^2}{1+m^2}$　C．$\frac{m}{\sqrt{1+m^2}}$　D．$-\frac{m}{\sqrt{1+m^2}}$

【考点】同角三角函数基本关系的运用；运用诱导公式化简求值.

【分析】利用同角三角函数的基本关系，二倍角的余弦公式求得 cos120°的值.

【解答】解：tan60°=m，则 $\cos120°=\cos^260°-\sin^260°=\frac{\cos^260°-\sin^260°}{\cos^260°+\sin^260°}=\frac{1-\tan^260°}{1+\tan^260°}=\frac{1-m^2}{1+m^2}$，

故选：B.

【点评】本题主要考查同角三角函数的基本关系，二倍角公式的应用，属于基础题．

3．下列函数是奇函数的是（　　）

A．$f(x)=x^2+2|x|$　B．$f(x)=x\bullet\sin x$　C．$f(x)=2^x+2^{-x}$　D．$f(x)=\frac{\cos x}{x}$

【考点】函数奇偶性的判断．

【分析】运用奇偶性的定义，逐一判断即可得到结论．

【解答】解：A，$f(x)=x^2+2|x|$，由 $f(-x)=x^2+2|-x|=f(x)$，为偶函数；

B，$f(x)=x\bullet\sin x$，由 $f(-x)=-x\sin(-x)=x\sin x=f(x)$，为偶函数；

C，$f(x)=2^x+2^{-x}$，由 $f(-x)=2^{-x}+2^x=f(x)$，为偶函数；

D，$f(x)=\frac{\cos x}{x}$，由 $f(-x)=\frac{\cos(-x)}{-x}=-\frac{\cos x}{x}=-f(x)$，为奇函数．

故选：D．

【点评】本题考查函数的奇偶性的判断，注意运用定义法，考查运算能力，属于基础题．

4．在平行四边形 ABCD 中，A（5，－1），B（－1，7），C（1，2），则 D 的坐标是（　　）

A．（7，－6）　B．（7，6）　C．（6，7）　D．（－7，6）

【考点】平面向量的坐标运算．

【分析】根据平行四边形的对边平行且相等，得出向量则$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，列出方程求出 D 点的坐标

【解答】解：▱ ABCD 中，A（5，－1），B（－1，7），C（1，2），设 D 点的坐标为（x，y），

则$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，

∴（－6，8）=（1－x，2－y），

∴$\begin{cases}1-x=-6\\2-y=8\end{cases}$，

解得 x=7，y=－6；

∴点 D 的坐标为（7，﹣6）.

故选：A

【点评】本题考查了向量相等的概念与应用问题，是基础题目.

5．下列各命题中不正确的是（　　）

A．函数 f（x）$=a^{x+1}$（a＞0，a≠1）的图象过定点（﹣1，1）

B．函数$f(x)=x^{\frac{1}{2}}$在[0，+∞）上是增函数

C．函数 f（x）$=\log_a x$（a＞0，a≠1）在（0，+∞）上是增函数

D．函数 f（x）$=x^2+4x+2$ 在（0，+∞）上是增函数

【考点】命题的真假判断与应用.

【分析】A，由 $a^0=1$ 可判定；

B，根据幂函数的性质可判定；

C，函数 f（x）$=\log_a x$（a＞1）在（0，+∞）上是增函数；

D，由函数 f（x）$=x^2+4x+2$ 的单调增区间为（﹣2，+∞）可判定；

【解答】解：对于 A，∵$a^0=1$∴函数 f（x）$=a^{x+1}$（a＞0，a≠1）的图象过定点（﹣1，1），正确；

对于 B，根据幂函数的性质可判定，函数$f(x)=x^{\frac{1}{2}}$在[0，+∞）上是增函数，正确；

对于 C，函数 f（x）$=\log_a x$（a＞1）在（0，+∞）上是增函数，故错；

对于 D，函数 f（x）$=x^2+4x+2$ 的单调增区间为（﹣2，+∞），故在（0，+∞）上是增函数，正确；

故选：C.

【点评】本考查了命题真假的判定，涉及了函数的性质，属于基础题.

6．若将函数 y=2sin2x 的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，则平移后的图象的对称轴为（　　）

A．$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$（k∈Z）　B．$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$（k∈Z）　C．$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12}$（k∈Z）

D．$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}$（k∈Z）

【考点】正弦函数的对称性；函数 y=Asin（ωx+ϕ）的图象变换．

【分析】利用函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$）的图象的变换及正弦函数的对称性可得答案．

【解答】解：将函数 y=2sin2x 的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到 $y=2\sin 2(x+\frac{\pi}{12})$ $=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，

由 $2x+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$（k∈Z）得：$x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$（k∈Z），

即平移后的图象的对称轴方程为 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}$（k∈Z），

故选：B．

【点评】本题考查函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$）的图象的变换规律的应用及正弦函数的对称性质，属于中档题．

7．我们生活在不同的场所中对声音的音量会有不同的要求．音量大小的单位是分贝（dB），对于一个强度为 I 的声波，其音量的大小η可由如下的公式计算：$\eta=10\cdot\lg\frac{I}{I_0}$（其中 I_0 是人耳能听到的声音的最低声波强度）．设 $\eta_1=70$dB 的声音强度为 I_1，$\eta_2=60$dB 的声音强度为 I_2，则 I_1 是 I_2 的（　　）

A．$\frac{7}{6}$倍 B．10 倍　 C．$10^{\frac{7}{6}}$倍 D．$\ln\frac{7}{6}$倍

【考点】对数的运算性质．

【分析】由题设中的定义，将音量值代入$\eta=10\cdot\lg\frac{I}{I_0}$，计算出声音强度 I_1 与声音强度 I_2 的值，再计算出即可求出倍数

【解答】解：由题意，令 $70=10\lg\frac{I_1}{I_0}$，解得，$I_1=I_0\times10^7$，令 $60=10\lg\frac{I_2}{I_0}$，解得，

$I_2=I_0\times10^6$，

所以$\frac{I_1}{I_2}=10$

故选：B．

【点评】本题考查对数的计算与对数性质在实际中的应用，熟练掌握对数运算性质是解答的关键

8．△ABC 中，D 在 AC 上，且 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$，P 是 BD 上的点，$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+\frac{2}{9}\overrightarrow{AC}$，则 m 的值是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　B．$\frac{1}{2}$　C．$\frac{1}{4}$　D．1

【考点】向量在几何中的应用．

【分析】由已知可得 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，进而可得 $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+\frac{2}{9}\overrightarrow{AC}=m\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$，由 P 是 BD 上的点，可得 $m+\frac{2}{3}=1$，即可得到 m．

【解答】解：∵ $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$，

∴ $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，

∴ $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AB}+\frac{2}{9}\overrightarrow{AC}=m\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$，

∵P 是 BD 上的点，

∴$m+\frac{2}{3}=1$．

∴$m=\frac{1}{3}$．

故选：A

【点评】本题考查的知识点是向量在几何中的应用，三点共线的充要条件，难度中档．

9．函数 $f(x)=\begin{cases} a\cdot\sin(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{6}) & (x\geqslant 0) \\ 2^{-x} & (x<0) \end{cases}$，若 f[f（﹣1）]=1，则 a 的值是（　　）

A．2　B．﹣2 C．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　D．$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【考点】分段函数的应用；函数的值．

【分析】由已知中函数$f(x)=\begin{cases}a\cdot\sin(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{6}) & (x\geqslant 0)\\ 2^{-x} & (x<0)\end{cases}$，将 x=﹣1 代入，构造关于 a 的方程，解得答案.

【解答】解：∵函数$f(x)=\begin{cases}a\cdot\sin(\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi}{6}) & (x\geqslant 0)\\ 2^{-x} & (x<0)\end{cases}$，

∴f（﹣1）=2，

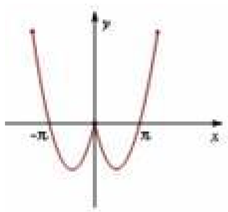
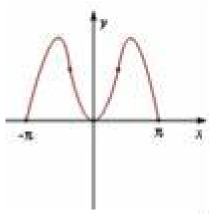
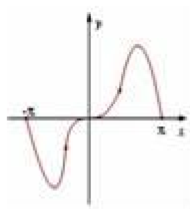
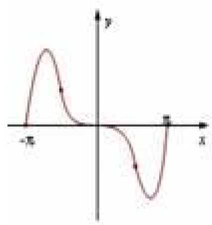
∴f[f（﹣1）]=$a\cdot\sin(\pi+\frac{\pi}{6})=-\frac{1}{2}a$ =1，

解得：a=﹣2，

故选：B

【点评】本题考查的知识点是分段函数的应用，函数求值，难度不大，属于基础题.

10．已知函数 f（x）=x^2•sin（x﹣π），则其在区间[﹣π，π]上的大致图象是（　　）

A.  B.  C.  D. 

【考点】函数的图象.

【分析】先判断函数的奇偶性和，再令 x=$\frac{\pi}{2}$时，f（$\frac{\pi}{2}$）=﹣$\frac{\pi^2}{4}$<0，问题得以解决.

【解答】解：f（x）=x^2•sin（x﹣π）=﹣x^2•sinx，

∴f（﹣x）=﹣（﹣x）^{2}•sin（﹣x）=x^2•sinx=﹣f（x），

∴f（x）奇函数，

∵当 x=$\frac{\pi}{2}$时，f（$\frac{\pi}{2}$）=﹣$\frac{\pi^2}{4}$<0，

故选：D

【点评】本题考查了函数图象的识别，关键掌握函数的奇偶性和函数值得特点，

属于基础题.

11．定义在 R 上的偶函数 f（x）满足 f（x）+f（x+1）=0，且在[﹣3，﹣2]上 f（x）=2x+5，A、B 是三边不等的锐角三角形的两内角，则下列不等式正确的是（　　）

A．f（sinA）＞f（sinB）　B．f（cosA）＞f（cosB）　C．f（sinA）＞f（cosB）　D．f（sinA）＜f（cosB）

【考点】函数奇偶性的性质.

【分析】由题意可知：函数的周期为 2，根据偶函数的对称轴及单调性即可求得 f（x）在[0，1]上为单调减函数，由 A，B 是锐角三角形的两个内角，求得 A，B 的取值范围，根据函数的单调性即可求得答案.

【解答】解：由 f（x）+f（x+1）=0，

∴f（x+2）=f（x），

∴函数的周期为 2，

∵f（x）在[﹣3，﹣2]上为增函数，

∴f（x）在[﹣1，0]上为增函数，

∵f（x）为偶函数，

∴f（x）在[0，1]上为单调减函数.

∵在锐角三角形中，$\pi - A - B < \frac{\pi}{2}$，

∴$A+B > \frac{\pi}{2}$，

∴$\frac{\pi}{2} - B < A$，

∵A，B 是锐角，

∴$0 < \frac{\pi}{2} - B < A < \frac{\pi}{2}$，

∴$\sin A > \sin\left(\frac{\pi}{2} - B\right) = \cos B$，

∴f（x）在[0，1]上为单调减函数.

∴f（sinA）＜f（cosB），

故选 D.

【点评】本题主要考查了函数的奇偶性和周期性的应用，以及三角函数的图象和性质，诱导公式的应用，综合性较强，涉及的知识点较多，属于中档题．

12．已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2 & (0\leqslant x<a)\\ 2^x & (x>a)\end{cases}$，若存在实数 b，使函数 g（x）=f（x）﹣b 有两个零点，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．（0，2）　B．（2，+∞）　C．（2，4）　D．（4，+∞）

【考点】函数零点的判定定理．

【分析】由 g（x）=f（x）﹣b 有两个零点可得 f（x）=b 有两个零点，即 y=f（x）与 y=b 的图象有两个交点，则函数在定义域内不能是单调函数，结合函数图象可求 a 的范围．

【解答】解：∵g（x）=f（x）﹣b 有两个零点

∴f（x）=b 有两个零点，即 y=f（x）与 y=b 的图象有两个交点，

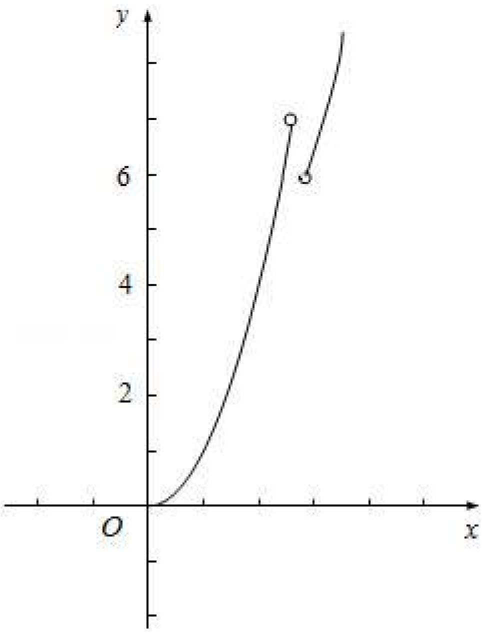
由于 $y=x^2$ 在[0，a）递增，$y=2^x$ 在[a，+∞）递增，

要使函数 f（x）在[0，+∞）不单调，

即有 $a^2>2^a$，由 g（a）$=a^2-2^a$，g（2）=g（4）=0，

可得 2＜a＜4．即 a∈（2，4），

故选 C．



【点评】本题考查函数的零点问题，渗透了转化思想，数形结合的数学思想，属

于中档题.

二．填空题：（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13．函数$f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x-3}$的定义域是__（﹣1，3）∪（3，+∞）__.

【考点】函数的定义域及其求法.

【分析】由x+1＞0且x﹣3≠0，解不等式即可得到所求定义域.

【解答】解：由x+1＞0且x﹣3≠0，

可得x＞﹣1且x≠3，

则定义域为（﹣1，3）∪（3，+∞），

故答案为：（﹣1，3）∪（3，+∞），

【点评】本题考查函数的定义域的求法，注意运用对数真数大于0，分式分母不为0，属于基础题.

14．已知tanα=2，则$\dfrac{\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})+\cos(\alpha-\frac{\pi}{2})}{3\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)-\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}$=__$\dfrac{3}{5}$__.

【考点】三角函数的化简求值.

【分析】利用诱导公式对所求的关系式进行化简，再弦化切即可得答案.

【解答】解：∵tanα=2，

∴$\dfrac{\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})+\cos(\alpha-\frac{\pi}{2})}{3\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)-\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)}=\dfrac{\cos\alpha+\sin\alpha}{3\cos\alpha+\sin\alpha}$

$=\dfrac{1+\tan\alpha}{3+\tan\alpha}=\dfrac{1+2}{3+2}=\dfrac{3}{5}$.

故答案为：$\dfrac{3}{5}$.

【点评】本题考查诱导公式与同角三角函数基本关系的运用，“弦”化“切”是关键，考查运算能力，属于基础题.

15．已知$\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})=\frac{3}{5}$，$\alpha\in(-\frac{\pi}{2}，0)$，则tanα的值为__$-\dfrac{4}{3}$__.

【考点】三角函数中的恒等变换应用.

【分析】根据诱导公式，可得 $\cos\alpha=\frac{3}{5}$，进而利用同角三角函数的基本关系公式，可得答案.

【解答】解：∵$\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})=\frac{3}{5}$，

∴$\cos\alpha=\frac{3}{5}$，

∵$\alpha\in(-\frac{\pi}{2},0)$，

∴$\sin\alpha=-\sqrt{1-\cos^2\alpha}=-\frac{4}{5}$，

∴$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{4}{3}$，

故答案为：$-\frac{4}{3}$.

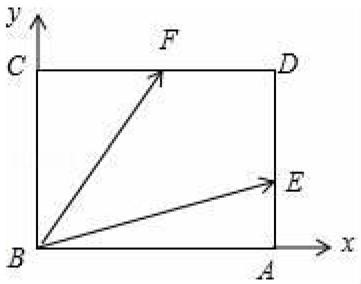
【点评】本题考查的知识点是诱导公式，同角三角函数的基本关系公式，难度基础.

16．矩形 ABCD 中，|AB|=4，|BC|=3，$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$，若向量$\overrightarrow{BD}=x\overrightarrow{BE}+y\overrightarrow{BF}$，则 x+y=$\underline{\ \frac{7}{5}\ }$.

【考点】向量在几何中的应用.

【分析】以 B 为坐标原点建立坐标系，求出各个向量的坐标，进而构造关于 x，y 的方程组，解得答案.

【解答】解：以 B 为坐标原点建立如下图所示的坐标系：



∵|AB|=4，|BC|=3，$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$，

∴$\overrightarrow{BE}$=（4，1），$\overrightarrow{BF}$=（2，3），$\overrightarrow{BD}$=（4，3），

∵$\overrightarrow{BD}=x\overrightarrow{BE}+y\overrightarrow{BF}$，

$\therefore \begin{cases} 4=4x+2y \\ 3=x+3y \end{cases}$，

两式相加得：5（x+y）=7，

故 $x+y=\frac{7}{5}$，

故答案为：$\frac{7}{5}$.

【点评】本题考查的知识点是向量在几何中的应用，向量共线的充要条件，难度中档.

三、解答题：本大题共 6 个小题，共 70 分.其中第 17 题 10 分，第 18 题至第 22 题每题 12 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（10 分）（2016 秋•武汉期末）求值：（1）$(3\sqrt{3})^{\frac{2}{3}}-\ln e^2+\log_3 18-\log_3 6+\tan\frac{7\pi}{6}\cdot\cos\frac{5\pi}{6}$

（2）A 是△ABC 的一个内角，$\sin A\cdot\cos A=-\frac{1}{8}$，求 cosA﹣sinA.

【考点】同角三角函数基本关系的运用；对数的运算性质.

【分析】（1）利用分数指数幂的运算法则，诱导公式求得所给式子的值.

（2）利用同角三角函数的基本关系，求得 cosA﹣sinA 的值.

【解答】解：（1）$(3\sqrt{3})^{\frac{2}{3}}-\ln e^2+\log_3 18-\log_3 6+\tan\frac{7\pi}{6}\cdot\cos\frac{5\pi}{6}=3-2+\log_3\frac{18}{6}+(\tan\frac{\pi}{6})\cdot(-\cos\frac{\pi}{6})$

$=3-2+1-\sin\frac{\pi}{6}=3-2+1-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

（2）解：∵A 是△ABC 的一个内角，$\sin A\cdot\cos A=-\frac{1}{8}<0$，$\sin A>0$，∴cosA＜0，

$\therefore \cos A-\sin A=-\sqrt{(\cos A-\sin A)^2}=-\sqrt{1-2\sin A\cos A}=-\sqrt{1+\frac{1}{4}}=-\frac{\sqrt{5}}{2}$.

【点评】本题主要考查分数指数幂的运算法则、诱导公式的应用，同角三角函数的基本关系，属于基础题.

18．（12 分）（2016 秋•武汉期末）（1）已知向量 $\overrightarrow{AB}=(6,1)$，$\overrightarrow{BC}=(x,y)$，

$\overrightarrow{CD}=(-2,\ -3)$，若$\overrightarrow{BC}\parallel\overrightarrow{AD}$，试求 x 与 y 之间的表达式．

（2）在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，A、B、C 三点满足$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$，求证：A、B、C 三点共线，并求$\frac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{CB}|}$的值．

【考点】向量在几何中的应用；平行向量与共线向量；向量的线性运算性质及几何意义．

【分析】（1）由可得已知$\overrightarrow{AD}=(x+4,\ y-2)$，结合$\overrightarrow{BC}\parallel\overrightarrow{AD}$，可得 x（y﹣2）=（x+4）y，整理可得答案；

（2）由已知可得：$\overrightarrow{CA}\parallel 2\overrightarrow{CB}$，结合$\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CB}$有公共点 C，可得：A、B、C 三点共线，进而可得$\frac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{CB}|}$的值．

【解答】（1）解：∵向量$\overrightarrow{AB}=(6,\ 1)$，$\overrightarrow{BC}=(x,\ y)$，$\overrightarrow{CD}=(-2,\ -3)$，

∴$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=(x+4,\ y-2)$

∵$\overrightarrow{BC}\parallel\overrightarrow{AD}$，

∴x（y﹣2）=（x+4）y，∴x=﹣2y；

（2）证明：∵$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$．

∴$-\overrightarrow{CO}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CO})+\frac{2}{3}(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CO})$，

∴$\overrightarrow{CA}=-2\overrightarrow{CB}$，

∴$\overrightarrow{CA}\parallel 2\overrightarrow{CB}$，

∵$\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{CB}$有公共点 C，

∴A、B、C 三点共线

且$\frac{|\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{CB}|}$=2．

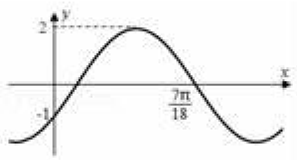
【点评】本题考查的知识点是向量在几何中的应用，向量共线的充要条件，难度

中档.

19.(12 分)(2016 秋•武汉期末)函数 f(x)=Asin(ωx+φ)($A>0$，$\omega>0$，$|\phi|<\frac{\pi}{2}$)的部分图象如图所示.

（1）求函数 f（x）的解析式.

（2）函数 y=f（x）的图象可以由 y=sinx 的图象变换后得到，请写出一种变换过程的步骤（注明每个步骤后得到新的函数解析式）.



【考点】由 y=Asin（ωx+ϕ）的部分图象确定其解析式；函数 y=Asin（ωx+ϕ）的图象变换.

【分析】（1）由函数图象得 A=2，$\sin\phi=-\frac{1}{2}$，结合范围 $|\phi|<\frac{\pi}{2}$，可求φ，由 $f(\frac{7\pi}{18})=0$，结合 $\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{\omega}<\frac{7\pi}{18}<\frac{2\pi}{\omega}$，可求ω，即可得解函数解析式.

（2）由题意利用 y=Asin（ωx+ϕ）的图象变换规律，得出结论.

【解答】解：（1）由函数图象可得：A=2，f（0）=﹣1，

$\therefore\sin\phi=-\frac{1}{2}$，

$\because|\phi|<\frac{\pi}{2}$，

$\therefore\phi=-\frac{\pi}{6}$，

$\because f(\frac{7\pi}{18})=0$，

$\therefore\frac{7\pi}{18}\cdot\omega-\frac{\pi}{6}=k\pi\ (k\in Z)$，…

$\therefore\omega=\frac{18}{7}k+\frac{3}{7}$，

$\because\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{\omega}<\frac{7\pi}{18}<\frac{2\pi}{\omega}$，

∴k=1，ω=3，…

$\therefore f(x)=2\sin(3x-\frac{\pi}{6})$. …（6 分）

（2）把 y=sinx（x∈R）的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位，可得 y=sin（x－$\frac{\pi}{6}$）的图象；把所得图象上各点的横坐标变为原来的$\frac{1}{3}$倍，可得 y=sin（3x+$\frac{\pi}{6}$）的图象；再把所得图象上各点的纵坐标变为原来的 2 倍，可得 y=2sin（3x+$\frac{\pi}{6}$）的图象．（三步每步表述及解析式正确各 2 分，前面的步骤错误，后面的正确步骤分值减半）．

【点评】本题主要考查了由 y=Asin（ωx+ϕ）的部分图象确定其解析式，函数 y=Asin（ωx+ϕ）的图象变换规律的应用，属于基础题．

20．（12 分）（2016 秋•武汉期末）某同学在利用“五点法”作函数 f（x）=Asin（ωx+φ）+t（其中 A＞0，$\omega>0$，$|\phi|<\frac{\pi}{2}$）的图象时，列出了如表格中的部分数据．

x	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{13\pi}{12}$
ωx+φ	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
f（x）	2	6	2	－2	2

（1）请将表格补充完整，并写出 f（x）的解析式．

（2）若$x\in[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{4}]$，求 f（x）的最大值与最小值．

【考点】由 y=Asin（ωx+ϕ）的部分图象确定其解析式；正弦函数的图象．

【分析】（1）由表中数据列关于ω、ϕ的二元一次方程组，求得 A、ω、ϕ的值，从而可求函数解析式．

（2）由$x\in[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{4}]$，可求$-\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{3}{2}x+\frac{3\pi}{8}\leqslant\frac{3\pi}{4}$，利用正弦函数的图象和性质即可得解．

【解答】解：（1）将表格补充完整如下：

x	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{13\pi}{12}$
ωx+φ	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

f（x）	2	6	2	﹣2	2

f（x）的解析式为：$f(x)=4\sin(\frac{3}{2}x+\frac{3\pi}{8})+2$. …（6 分）

（2）$\because x\in[-\frac{5\pi}{12},\frac{\pi}{4}]$,

$\therefore -\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{3}{2}x+\frac{3\pi}{8}\leqslant\frac{3\pi}{4}$，…（8 分）

$\therefore\frac{3}{2}x+\frac{3\pi}{8}=-\frac{\pi}{4}$时，即$x=-\frac{5\pi}{12}$时，f（x）最小值为$-2\sqrt{2}+2$,

$\therefore\frac{3}{2}x+\frac{3\pi}{8}=\frac{\pi}{2}$时，即$x=\frac{\pi}{12}$时，f（x）最大值为 6…（12 分）

【点评】本题考查了由 y=Asin（ωx+φ）的部分图象求解函数解析式，考查了正弦函数的图象和性质的应用，属于基础题.

21.（12 分）（2016 秋•武汉期末）已知函数$f(x)=x^2+4[\sin(\theta+\frac{\pi}{3})]\cdot x-2$,θ∈[0，2π）

（1）若函数 f（x）是偶函数：①求 tanθ的值；②求$\sqrt{3}\sin\theta\cdot\cos\theta+\cos^2\theta$的值.

（2）若 f（x）在$[-\sqrt{3},1]$上是单调函数，求θ的取值范围.

【考点】函数奇偶性的判断；函数单调性的判断与证明.

【分析】（1）运用偶函数的图形关于 y 轴对称，可得$\sin(\theta+\frac{\pi}{3})=0$，求得θ，即可得到 tanθ；再由同角的基本关系式，化为 tanθ的式子，即可得到所求值；

（2）由题意可得$-2\sin(\theta+\frac{\pi}{3})\geqslant1$或$-2\sin(\theta+\frac{\pi}{3})\leqslant-\sqrt{3}$，结合正弦函数的图形和性质，计算即可得到所求范围.

【解答】解：（1）∵函数 f（x）是偶函数，∴$\sin(\theta+\frac{\pi}{3})=0$∴ $\theta+\frac{\pi}{3}=k\pi\ (k=1，2)$（1 分）

①$\tan\theta=\tan(k\pi-\frac{\pi}{3})(k=1，2)=\tan(-\frac{\pi}{3})=-\sqrt{3}$（4 分）

②$\sqrt{3}\sin\theta\cdot\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{\sqrt{3}\sin\theta\cdot\cos\theta+\cos^2\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\frac{\sqrt{3}\tan\theta+1}{\tan^2\theta+1}=\frac{-3+1}{3+1}=-\frac{1}{2}$

（7 分）

（2）f（x）的对称轴为$x=-2\sin(\theta+\frac{\pi}{3})$，

$-2\sin(\theta+\frac{\pi}{3})\geqslant 1$或$-2\sin(\theta+\frac{\pi}{3})\leqslant -\sqrt{3}$，

$\sin(\theta+\frac{\pi}{3})\leqslant -\frac{1}{2}$或$\sin(\theta+\frac{\pi}{3})\geqslant\frac{\sqrt{3}}{2}$（9 分），

∵θ∈[0，2π），∴ $\theta+\frac{\pi}{3}\in[\frac{\pi}{3},\ \frac{7}{3}\pi)$，

∴$\frac{\pi}{3}\leqslant\theta+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{2\pi}{3}$，∴$\frac{7\pi}{6}\leqslant\theta+\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{11\pi}{6}$，

∴$0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{3}$，$\frac{5\pi}{6}\leqslant\theta\leqslant\frac{3\pi}{2}$，

∴ $\theta\in[0,\ \frac{\pi}{3}]\cup[\frac{5\pi}{6},\ \frac{3\pi}{2}]$（12 分）

【点评】本题考查函数的奇偶性和三角函数的求值，考查函数的单调性的判断和运用，以及运算能力，属于中档题.

22．（12 分）（2016 秋•武汉期末）若函数 f（x）对于定义域内的任意 x 都满足$f(x)=f(\frac{1}{x})$，则称 f（x）具有性质 M.

（1）很明显，函数$f(x)=x+\frac{1}{x}$（x∈（0，+∞）具有性质 M；请证明$f(x)=x+\frac{1}{x}$（x∈（0，+∞）在（0，1）上是减函数，在（1，+∞）上是增函数.

（2）已知函数 g（x）=|lnx|，点 A（1，0），直线 y=t（t＞0）与 g（x）的图象相交于 B、C 两点（B 在左边），验证函数 g（x）具有性质 M 并证明|AB|＜|AC|.

（3）已知函数$h(x)=|x-\frac{1}{x}|$，是否存在正数 m，n，k，当 h（x）的定义域为[m，n]时，其值域为[km，kn]，若存在，求 k 的范围，若不存在，请说明理由.

【考点】抽象函数及其应用.

【分析】（1）根据函数单调性的定义进行证明即可，

（2）根据函数的性质利用作差法进行判断即可，

（3）根据 函数定义域和值域的关系建立方程，进行求解即可.

【解答】解：（1）∵$f(\frac{1}{x})=\frac{1}{x}+\frac{1}{\frac{1}{x}}=x+\frac{1}{x}=f(x)$，∴函数 f（x）具有性质 M.

任取 x_1、x_2 且 $x_1<x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=(x_1+\frac{1}{x_1})-(x_2+\frac{1}{x_2})=(x_1-x_2)+(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2})=(x_1-x_2)$

$\bullet\frac{x_1x_2-1}{x_1x_2}$,

若 x_1、$x_2\in(0,1)$，

则 $0<x_1x_2<1$，$x_1x_2>0$，$x_1-x_2<0$，

$\therefore f(x_1)-f(x_2)>0$，

$\therefore f(x_1)>f(x_2)$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,1)$ 上是减函数.

若 x_1、$x_2\in(1,+\infty)$，

则 $x_1x_2>1$，$x_1-x_2<0$，

$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0$，

$\therefore f(x_1)<f(x_2)$，

$\therefore f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上是增函数.

（2）$\because g(\frac{1}{x})=|\ln\frac{1}{x}|=|-\ln x|=|\ln x|=g(x)$，$\therefore g(x)$ 具有性质 M （4 分）

由 $|\ln x|=t$ 得，$\ln x=-t$ 或 $\ln x=t$，$x=e^{-t}$ 或 $x=e^t$，

$\because t>0$，$\therefore e^{-t}<e^t$，

$\therefore x_B=e^{-t}$，$x_c=e^t$，

$\therefore |AB|=\sqrt{(1-x_B)^2+t^2}=\sqrt{(1-e^{-t})^2+t^2}$，$\therefore |AC|=\sqrt{(1-x_c)^2+t^2}=\sqrt{(1-e^t)^2+t^2}$，

$\therefore |AB|^2-|AC|^2=(1-e^{-t})^2-(1-e^t)^2=[2-(e^{-t}+e^t)](e^t-e^{-t})$

由（1）知，$f(x)=x+\frac{1}{x}$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上的最小值为 1（其中 $x=1$ 时）

而 $0<e^{-t}=\frac{1}{e^t}<1<e^t$，故 $2-(e^{-t}+e^t)<0$，$e^t-e^{-t}>0$，

$|AB|<|AC|$（7 分）

（3）$\because h(1)=0$，m，n，k 均为正数，

$\therefore 0<m<n<1$ 或 $1<m<n$（8 分）

当 $0<m<n<1$ 时，$0<x<1$，$h(x)=|x-\frac{1}{x}|=\frac{1}{x}-x$ 是减函数，

值域为（h（n），h（m）），h（n）=km，h（m）=kn，

$\therefore\frac{h(n)}{h(m)}=\frac{m}{n}$，$\therefore\frac{\frac{1}{n}-n}{\frac{1}{m}-m}=\frac{m}{n}$，$\therefore 1-n^2=1-m^2$

故不存在　　（10 分）

当 $1<m<n$ 时，$x>1$，$h(x)=|x-\frac{1}{x}|=x-\frac{1}{x}$是增函数，

$\therefore$h（m）=km，h（n）=kn，$\therefore m-\frac{1}{m}=km$，$n-\frac{1}{n}=kn$，

$\therefore$（1 - k）$m^2=1$，（1 - k）$n^2=1$，$m^2=n^2=\frac{1}{1-k}$，不存在

综合得，若不存在正数 m，n，k 满足条件.　　　　　　　　　（12 分）

【点评】本题主要考查函数与方程的应用，结合新定义，以及利用函数与方程的关系进行转化是解决本题的关键．综合性较强，难度较大．