

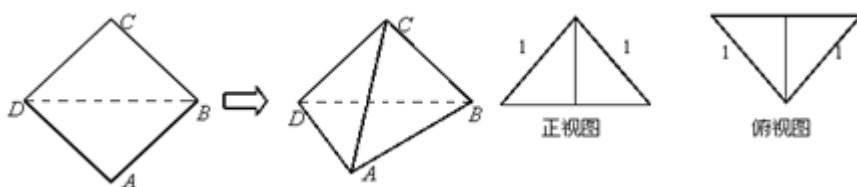
2011—2012 学年度上学期期末考试高三年级数学科试卷

（供文科考生使用）

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。

一. 选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{y | y = 2^x, x > 0\}$, $N = \{x | y = \lg(2x - x^2)\}$, $M \cap N =$
 A. $(1, 2)$ B. $(1, +\infty)$ C. $[2, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$
2. 已知向量 $\vec{AB} = (2, 4)$, $\vec{AC} = (a, 3)$, 若 $\vec{AB} \perp \vec{AC}$, 则 a 的值为
 A. 6 B. -6 C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$
3. 已知 i 是虚数单位, 则 $i^3 + \frac{1}{i} =$
 A. $-2i$ B. $2i$ C. $-i$ D. i
4. 把边长为 1 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折起, 使得平面 $ABD \perp$ 平面 CBD , 形成三棱锥 $C-ABD$ 的正视图与俯视图如图所示, 则左视图的面积为

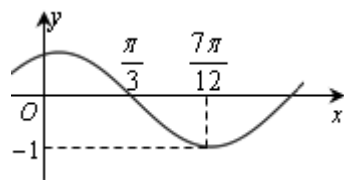


- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
5. 设 F_1 和 F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两个焦点, 若 $F_1, F_2, P(0, -2b)$ 是正三角形的三个顶点, 则双曲线的离心率为
 A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3
6. 设 $p : 16 - x^2 < 0$, $q : x^2 + x - 6 > 0$, 则 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0, \varphi \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$) 的图象如图所示, 为了得到

$g(x) = \sin 2x$ 的图像，则只需将 $f(x)$ 的图像

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位
- B. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个长度单位
- C. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个长度单位
- D. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个长度单位



8. 在平面直角坐标系中，若不等式组 $\begin{cases} x+y-1 \geq 0 \\ x-1 \leq 0 \\ ax-y+1 \geq 0 \end{cases}$ (α 为常数) 所表示的平面区域的面

积等于 2，则 α 的值为

- A. -5
 - B. 1
 - C. 2
 - D. 3
9. 如果满足 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AC = 12$ ， $BC = k$ 的 $\triangle ABC$ 恰有一个，那么 k 的取值范围是

- A. $k = 8\sqrt{3}$
- B. $0 < k \leq 12$
- C. $k \geq 12$
- D. $0 < k \leq 12$ 或 $k = 8\sqrt{3}$

10. 设 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且满足 $f(x+2) - f(x) = 0$ ，当 $0 \leq x \leq 1$ 时，

$f(x) = x^2$ ，又 $g(x) = k(x - \frac{1}{4})$ ，若方程 $f(x) = g(x)$ 恰有两解，则 k 的范围是

- A. $\{\frac{4}{11}, -\frac{4}{5}\}$
 - B. $\{1, \frac{4}{11}, -\frac{4}{5}\}$
 - C. $\{\frac{4}{3}, \frac{4}{11}, -\frac{4}{5}\}$
 - D. $\{1, \frac{4}{3}, \frac{4}{11}, -\frac{4}{5}\}$
11. 定义方程 $f(x) = f'(x)$ 的实数根 x_0 叫做函数 $f(x)$ 的“新驻点”，如果函数 $g(x) = x$ ， $h(x) = \ln(x+1)$ ， $\varphi(x) = \cos x$ ($x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$) 的“新驻点”分别为 α ， β ， γ ，那么 α ， β ， γ 的大小关系是：

- A. $\gamma < \alpha < \beta$
- B. $\beta < \alpha < \gamma$
- C. $\alpha < \beta < \gamma$
- D. $\alpha < \gamma < \beta$

12. 已知圆 O 的半径为 2， PA, PB 为该圆的两条切线， A, B 为两切点，设 $\angle APO = \alpha$ 。那么

$2S_{\triangle PAB} \cdot \cot 2\alpha$ 的最小值为

- A. $-16 + 4\sqrt{2}$
- B. $-12 + 4\sqrt{2}$
- C. $-16 + 8\sqrt{2}$
- D. $-12 + 8\sqrt{2}$

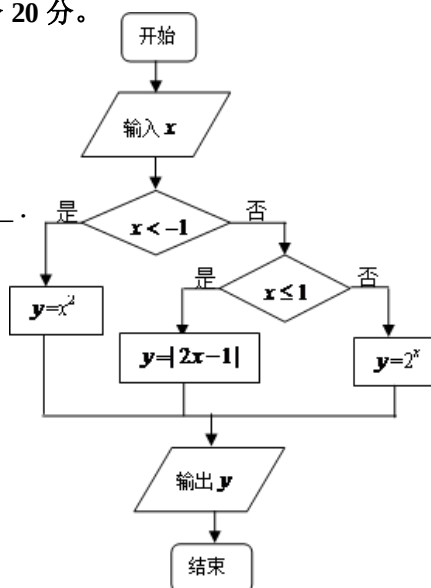
第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分。

13. 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的焦点坐标是 _____.

14. 若按照右侧程序框图输出的结果为 4，

则输入的 x 所有可能取值的和等于 _____.



15. 棱长为 1 的正方体和它的外接球被一个平面所截，截面是一个圆及其内接正三角形，那么球心到截面的距离等于 _____.

16. 设函数 $f(x) = x^2 - 1$ ，对任意 $x \in \left[-\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}\right]$ ， $f\left(\frac{x}{m}\right) - 4m^2 f(x) \leq f(x-1) + 4f(m)$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是 _____.

三、解答题：本大题共 6 小题，满分 70 分。解答须写出文字说明，证明过程和演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_3 = 7$ ， $a_5 + a_7 = 26$ 。 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 。

(I) 求 a_n 及 S_n ；

(II) 令 $b_n = \frac{a_n}{3^n}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

18. (本小题满分 12 分)

地震、海啸、洪水、森林大火等自然灾害频繁出现，紧急避险常识越来越引起人们的重视。某

校为了了解学生对紧急避险常识的了解情况，从七年级和八年级各选取 100 名同学进行紧急避险常识知识竞赛. 下图 1 和图 2 分别是对七年级和八年级参加竞赛的学生成绩按 $[40, 50)$, $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80]$ 分组，得到的频率分布直方图.

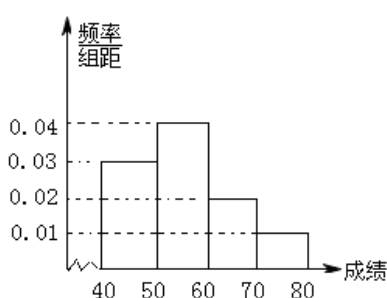


图1

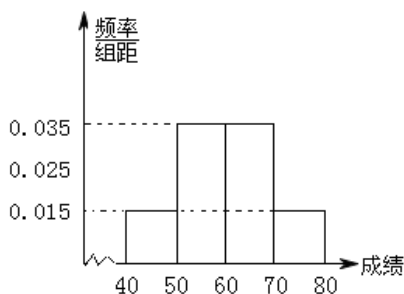


图2

- (I) 分别计算参加这次知识竞赛的两个年级学生的平均成绩；(注：统计方法中，同一组数据常用该组区间的中点值作为代表)
- (II) 完成下面 2×2 列联表，并回答是否有 99% 的把握认为“两个年级学生对紧急避险常识的了解有差异”？

	成绩小于60分人数	成绩不小于60分人数	合计
七年级			
八年级			
合计			

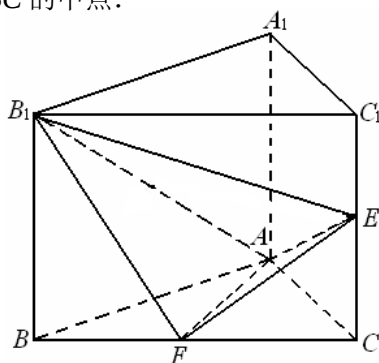
附： $\chi^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}$

19. (本小题满分 12 分)

已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ ， 且 $AB = AA_1 = 2$ ， E 、 F 分别为 B_1A 、 C_1C 、 BC 的中点.

(I) 求证： $B_1F \perp$ 平面 AEF ；

(II) 求三棱锥 $E-AB_1F$ 的体积.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，长轴长是 $2\sqrt{2}$ ，离心率是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

(I) 求椭圆的方程；

(II) 过椭圆右焦点 F_2 的直线与椭圆相交于 A, B 两点，在 x 轴上是否存在定点 C ，使

$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ 为常数？若存在，求出定点 C 的坐标；若不存在，请说明理由。

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - mx + \frac{1-m}{x} (m \in \mathbb{R})$

(I) 当 $m = 2$ 时，求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(II) 当 $m \leq \frac{1}{4}$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性。

(III) 设 $g(x) = x^2 - 2x + n$ 。当 $m = \frac{1}{12}$ 时，若对任意 $x_1 \in (0, 2)$ ，

存在 $x_2 \in [1, 2]$ ，使 $f(x_1) \geq g(x_2)$ ，求实数 n 的取值范围。

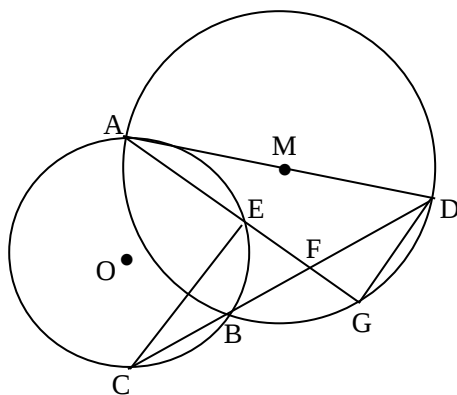
请考生在第 (22)、(23)、(24) 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。做答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4—1：几何证明选讲

如图，已知 $\odot O$ 和 $\odot M$ 相交于 A, B 两点， AD 为 $\odot M$ 的直径，直线 BD 交 $\odot O$ 于点 C ，点 G 为弧 BD 的中点，连结 AG 分别交 $\odot O$ 、 BD 于点 E, F ，连结 CE 。

(1) 求证： $AG \cdot EF = CE \cdot GD$ ；

(2) 求证： $\frac{GF}{AG} = \frac{EF^2}{CE^2}$ 。



23. (本小题满分 10 分) 选修 4—4：坐标系与参数方程

以直角坐标系的原点 O 为极点， x 轴的正半轴为极轴，且两个坐标系取相等的单位长度．已知直线 l 经过点 $P(1,1)$ ，倾斜角 $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ．

(1) 写出直线 l 的参数方程；

(2) 设 l 与圆 $\rho = 2$ 相交于两点 A 、 B ，求点 P 到两点的距离之积．

24、（本小题满分 10 分）**选修 4—5：不等式选讲**

已知函数 $f(x) = |2x - a| + a$

(1) 若不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集为 $\{x | -2 \leq x \leq 3\}$ ，求实数 a 的值；

(2) 在 (1) 的条件下，若存在实数 n 使 $f(n) \leq m - f(-n)$ 成立，求实数 m 的取值范围．