

## 高二年级 数学（文科）试卷

$$\text{参考公式: } x^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}, \quad \begin{array}{c|c} p(x^2 \geq k) & \begin{array}{c} 0.05 \\ 0.01 \end{array} \\ \hline k & \begin{array}{c} 3.841 \\ 6.635 \end{array} \end{array}$$

## 第 I 卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题意要求的。

1. 若将复数  $\frac{2+i}{i}$  表示为  $a+bi$  ( $a, b \in R, i$  是虚数单位) 的形式，则  $\frac{b}{a}$  的值为

- A. -2                      B.  $-\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D. 2

2. 若函数  $f(x) = \sqrt{1-x}$  的定义域为 A，函数  $g(x) = \lg(x-1)$ ， $x \in [2, 11]$  的值域为 B，则  $A \cap B$  为

- A.  $(-\infty, 1]$                       B.  $[0, 1]$                       C.  $(-\infty, 1)$                       D.  $[0, 1)$

3. 下列命题中为真命题的是

- (1) 存在四个面都是直角三角形的三棱锥；  
 (2) 各侧面都是全等三角形的四棱锥是正四棱锥；  
 (3) 底面是正三角形且各侧面都是矩形的三棱柱是正三棱柱；  
 (4) 有两个侧面垂直于底面的四棱柱是直四棱柱.

- A. (1) (3)    B. (1) (4)    C. (2) (3)    D. (2) (4)

4. 根据表格中的数据，可以断定函数  $f(x) = \ln x - \frac{2}{x}$  的零点所在的区间是

$x$	1	2	$e$	3	5
$\ln x$	0	0.79	1	1.09	1.63
$\frac{2}{x}$	2	1	0.74	0.67	0.4

- A. (1, 2)    B. (2,  $e$ )    C. ( $e$ , 3)    D. (3,  $+\infty$ )

5. 若  $O(0, 0)$ ， $A(4, -1)$  两点到直线  $ax + a^2y + 6 = 0$  的距离相等，则实数  $a$  可能取值的个数共有 ( ) 个

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

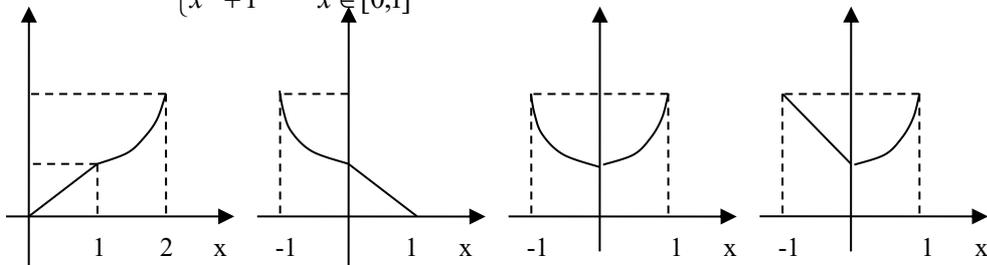
6. 已知结论：“在正三角形 ABC 中，若 D 是边 BC 的中点，G 是三角形 ABC 的重心，则  $\frac{AG}{GD} = 2$ ”。若把该结论推广到空间，则有结论：“在棱长都相等的四面体 ABCD 中，若  $\triangle BCD$  的中心为 M，四面体内部一点 O 到四面体各面的距离都相等，则  $\frac{AO}{OM} =$

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

7. 已知圆的方程为  $x^2 + y^2 - 4x = 0$ . 设该圆过点  $(2, 1)$  的最长弦和最短弦分别为  $AC$  和  $BD$ , 则四边形  $ABCD$  的面积为

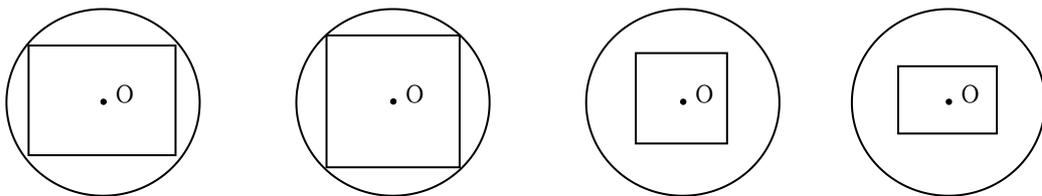
- A.  $2\sqrt{3}$       B.  $4\sqrt{3}$       C.  $6\sqrt{3}$       D.  $8\sqrt{3}$

8. 已知  $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \in [-1, 0) \\ x^2+1 & x \in [0, 1] \end{cases}$ , 则下列函数的图象错误的是



- A.  $f(x-1)$  的图象      B.  $f(-x)$  的图象      C.  $f(|x|)$  的图象      D.  $|f(x)|$  的图象

9. 一正方体内接于一个球, 过球心作一个截面, 下面几个截面中必定错误的是



A

B

C

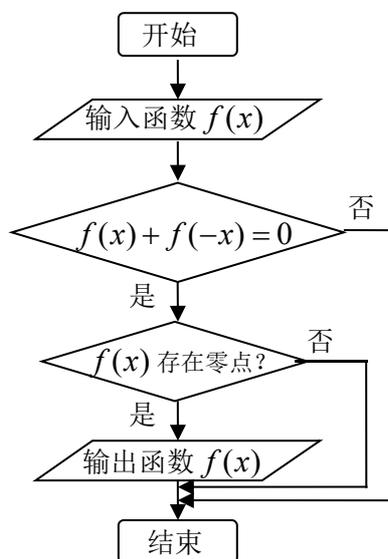
D

10. 某程序框图如右图所示, 现输入如下四个函数, 则可以输出的函数是

- A.  $f(x) = x^2$       B.  $f(x) = \frac{1}{x}$   
C.  $f(x) = e^x$       D.  $f(x) = \sin x$

11. 甲乙两个班级进行计算机考试, 按照学生考试成绩优秀和不优秀统计后, 得到如下的列联表:

	优秀	不优秀	合计
甲班	10	35	45
乙班	7	38	45
合计	17	73	90



利用独立性检验估计，你认为成绩与班级

- A. 有 95% 的把握有关                      B. 无关  
C. 有 99% 的把握有关                      D. 无法确定

12. 定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $f(x)$  在  $(-\infty, a]$  上是增函数，函数  $y = f(x+a)$  是偶函数，当  $x_1 < a, x_2 > a$ ，且  $|x_1 - a| < |x_2 - a|$  时，有
- A.  $f(2a - x_1) > f(x_2)$                       B.  $f(2a - x_1) = f(x_2)$   
C.  $f(x_1) < f(2a - x_2)$                       D.  $f(x_1) < f(x_2 - 2a)$

第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分。

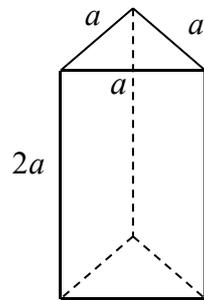
13. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} f(x-2) & (x \geq 0) \\ 2^{-x} + 2007 & (x < 0) \end{cases}$ ，则  $f(2007)$  的值为\_\_\_\_\_

14. 如图，直三棱柱的主视图面积为  $2a^2$ ，则左视

图的面积为\_\_\_\_\_

15. 已知  $x$ 、 $y$  之间的数据如下表所示，则  $y$  与  $x$  之间的线性回归方程恒过点\_\_\_\_\_

$x$	1	2	3	4
$y$	2.25	2.38	2.42	2.55



16. 已知曲线  $C: x^2 + y^2 = 2(x \geq 0, y \geq 0)$  与曲线  $y = \log_a x$  和  $y = a^x (a > 0$  且  $a \neq 1)$  的交点分别为  $A(x_1, y_2)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，则  $x_1^2 + x_2^2 =$ \_\_\_\_\_

三、解答题（本大题有 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

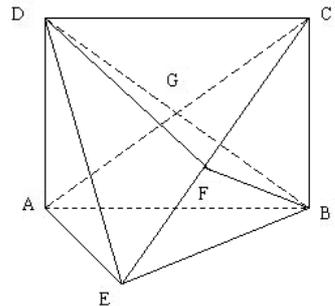
17. （本大题满分 10 分）

已知函数  $y = -\sin^2 x + a \sin x - \frac{a}{4} + \frac{1}{2}$  的最大值为 1，求  $a$  的值。

18. （本小题满分 12 分）

如图，矩形  $ABCD$  中， $AD \perp$  平面  $ABE$ ， $AE = EB = BC = 2$ ， $F$  为  $CE$  上的点，且  $BF \perp$  平面  $ACE$ 。

- (I) 求证： $AE \perp$  平面  $BCE$ ；  
(II) 求证： $AE \parallel$  平面  $BFD$ ；  
(III) 求三棱锥  $C - BGF$  的体积。



19. (本小题满分 12 分)

已知动点  $M$  到点  $A(2,0)$  的距离是它到点  $B(8,0)$  的距离的一半.

(I) 求动点  $M$  的轨迹方程;

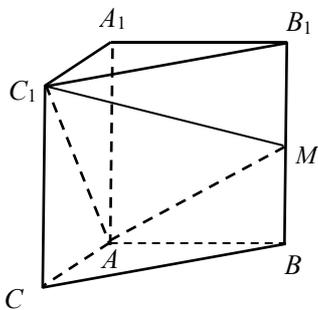
(II) 设  $M$  为 (I) 中轨迹上的动点, 点  $N(2\sqrt{2},0)$ , 求  $\angle OMN$  的最大值.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AA_1 = AB = AC = 1$ .

(I) 设  $M$  是棱  $BB_1$  的中点, 求  $\triangle MAC_1$  在平面  $ACC_1A_1$  内的正射影的面积;

(II) 若  $M$  是棱  $BB_1$  上的任意一点 (包括端点), 求四棱锥  $C_1-MAA_1B_1$  体积的取值范围.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x - e^{-x}$  ( $x \in R$  且  $e$  为自然对数的底数).

(I) 判断函数  $f(x)$  的奇偶性与单调性, 并证明;

(II) 是否存在实数  $t$ , 使不等式  $f(x-t) + f(t^3 - x^3) \geq 0$  对一切  $x \in (-\infty, 1]$  都成立, 若存在, 求出  $t$ ; 若不存在, 请说明理由.

22. (本小题满分 12 分)

已知可行域  $\begin{cases} y \geq 0, \\ x - \sqrt{3}y + 2 \geq 0, \\ \sqrt{3}x + y - 2\sqrt{3} \leq 0, \end{cases}$  的外接圆  $C$  与  $y$  轴交于点  $A_1A_2$ , 椭圆  $C_1$  以线段  $A_1A_2$  为

短轴, 离心率  $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$

( I ) 求圆  $C$  及椭圆  $C_1$  的方程;

( II ) 过椭圆  $C_1$  上一点  $P$  (不在坐标轴上) 向圆  $C$  引两条切线  $PA$ 、 $PB$ 、 $A$ 、 $B$  为切点, 直线  $AB$  分别与  $x$  轴、 $y$  轴交于点  $M$ 、 $N$ . 求  $\triangle MON$  面积的最小值. ( $O$  为原点).