

## 高二下学期第一次月考（文科） 数学试题

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

1. 下列有关数列的说法，其中正确的有( )

①、数列中的每一项都与它的序号有关 ②、同一个数在数列中可能重复出现 ③、数列可以看作是一个定义在正整数集(或它的有限子集 $\{1,2,3,\dots,n\}$ )上的函数 ④、数列若用图像表示，从图像上看都是一群孤立的点 ⑤、数列的项数是无限的. ⑥、数列通项的表示式是唯一的 ⑦、数列的通项公式是定义域为正整数集  $N^+$  的函数

A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

2. 若  $a, b, c$  为实数，则下列命题正确的是( )

A. 若  $a > b$ ，则  $ac^2 > bc^2$  B. 若  $a < b < 0$ ，则  $a^2 > ab > b^2$

C. 若  $a < b < 0$ ，则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  D. 若  $a < b < 0$ ，则  $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$

3. 不等式  $\frac{x}{x-1} < 2$  的解集是( )

A.  $\{x|x > 1\}$  B.  $\{x|x < 2\}$  C.  $\{x|1 < x < 2\}$  D.  $\{x|x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$

4. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $A = 60^\circ$ ， $b = 1$ ，其面积为  $\sqrt{3}$ ，则  $\triangle ABC$  外接圆的半径  $R$  的值为( )

A.  $\frac{8\sqrt{3}}{81}$  B.  $\frac{\sqrt{39}}{3}$  C.  $\frac{26\sqrt{3}}{3}$  D.  $2\sqrt{7}$

5. 设集合  $M = \{x|x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$ ， $N = \{x|\log_2 x \leq 1\}$ ，则  $M \cup N =$ ( )

A.  $[1, 2]$  B.  $[1, 2)$  C.  $[0, 3]$  D.  $(0, 3]$

6. 等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，若  $S_2 = 2$ ， $S_4 = 10$ ，则  $S_6$  等于( )

A. 12 B. 18 C. 24 D. 42

7. 在  $\triangle ABC$ ，分别根据下列条件解三角形，其中有两解的是( )

A.  $a = 7, b = 14, A = 30^\circ$  B.  $a = 30, b = 25, A = 150^\circ$

C.  $a = 72, b = 50, A = 135^\circ$  D.  $a = 30, b = 40, A = 26^\circ$

8.  $\triangle ABC$  的三边长分别为  $AB = 7$ ， $BC = 5$ ， $CA = 6$ ，则  $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$  的值为( )

A. 19 B. 14 C. -18 D. -19

9. 函数  $f(x)$  定义如下表，数列  $\{x_n\}$  满足  $x_0 = 5$ ，且对任意的自然数均有  $x_{n+1} = f(x_n)$ ，则  $x_{2014} =$ ( )

|        |   |   |   |   |   |
|--------|---|---|---|---|---|
| $x$    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $f(x)$ | 5 | 1 | 3 | 4 | 2 |

A. 1 B. 2 C. 4 D. 5

10. 不等式  $\frac{1}{x+1}(x-1)(x-2)^2(x-3) < 0$  的解集是( )

A.  $(-1, 1) \cup (2, 3)$  B.  $(-\infty, -1) \cup (1, 2) \cup (2, 3)$

C.  $(-\infty, -1) \cup (1, 3)$  D.  $R$

11. 数列  $\{a_n\}$  中， $a_2 = 2$ ， $a_6 = 0$  且数列  $\{\frac{1}{a_n+1}\}$  是等差数列，则  $a_4$  等于( )

A.  $\frac{1}{2}$  B.  $\frac{1}{3}$  C.  $\frac{1}{4}$  D.  $\frac{1}{6}$

12. 已知  $x > 0$ ， $y > 0$ ， $x, a, b, y$  成等差数列， $x, c, d, y$  成等比数列，则  $\frac{(a+b)^2}{cd}$  的最小值是( )

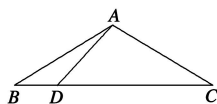
A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 若等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = n^2 + bn + (b-2)$ ，则  $a_6 + a_7 + a_8 =$ \_\_\_\_\_

14. 在等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_1 = 2$ ， $a_3 + a_5 = 10$ ，则  $a_7 =$ \_\_\_\_\_

15. 如图， $\triangle ABC$  中， $AB = AC = 2$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，点  $D$  在  $BC$  边上， $\angle ADC = 45^\circ$ ，则  $AD$  的长度等于\_\_\_\_\_.



16. 函数  $y = \log_a(x+3) - 1$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 的图像恒过定点  $A$ , 若点  $A$  在直线  $mx + ny + 1 = 0$  上, 其中  $mn > 0$ , 则  $\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$  的最小值为\_\_\_\_\_

三、解答题 (本小题共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题 10 分)

1、数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1$ ,  $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$ , 求  $\{a_n\}$  的通项公式。

2、数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 1$ ,  $na_n = (n-1)a_{n-1}$ , 求  $\{a_n\}$  的通项公式。

18. (本小题 12 分) 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $S_1, S_3, S_2$  成等差数列,

(1) 求  $\{a_n\}$  的公比  $q$

(2) 若  $a_1 - a_3 = 3$ , 求  $S_n$

19. (本小题 12 分)

解关于  $x$  的不等式  $x^2 - (a+1)x + a < 0$ .

20. (本小题 12 分)

一艘船自西向东匀速航行, 上午 10 时到达一座灯塔的南偏西  $75^\circ$  距灯塔 68 海里的  $M$  处, 下午 2 时到达这座灯塔的东南方向的  $N$  处, 则这艘船的航行速度为多少? (作图并解答)

21. (本小题 12 分)

在 $\triangle ABC$  中,  $BC=a$ ,  $AC=b$ , 且  $a, b$  是方程  $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$  的两根,  $2\cos(A+B)=1$ . (1)求角  $C$  的度数; (2)求  $AB$  的长; (3)求 $\triangle ABC$  的面积.

22. (本小题 12 分) 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_n = 2n^2 + n, (n \in N^*)$ , 数列  $\{b_n\}$  满足  $a_n = 4\log_2 b_n + 3, (n \in N^*)$ . (1) 求  $a_n$  和  $b_n$ . (2) 求数列  $\{a_n \cdot b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$

[illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible][illegible]

20、解：

21、解：

22、解：

## 高二下学期第一次月考数学试题答案（文）

一、选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | B | B | D | B | D | C | A | D | B | B  | A  | D  |

二、填空题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 20    14. 8    15.  $\sqrt{2}$     16. 8

三、解答题

17、解：  $a_n = n^2$      $a_n = \frac{1}{n}$

18、解：（1）依题意有  $a_1 + (a_1 + a_1 q) = 2(a_1 + a_1 q + a_1 q^2)$  由于  $a_1 \neq 0$ ，故  $2q^2 + q = 0$   
又  $q \neq 0$ ，从而  $q = -\frac{1}{2}$ .

（2）由已知可得  $a_1 - a_1(-\frac{1}{2})^2 = 3$  故  $a_1 = 4$  从而  $S_n = \frac{4(1 - (-\frac{1}{2})^n)}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{8}{3}(1 - (-\frac{1}{2})^n)$ .

19、解：1、 $a > 1$  时  $(1, a)$     2、 $a = 1$      $x \in \phi$     3、 $a < 1$  时  $(a, 1)$

20、解：如图， $MN = 68 \sin 120^\circ / \sin 45^\circ = \frac{68\sqrt{6}}{2} \therefore v_{\text{速度}} = \frac{\frac{68\sqrt{6}}{2}}{4} = \frac{17\sqrt{6}}{2}$  海里/小时

21、（1） $\cos C = \cos[\pi - (A+B)] = -\frac{1}{2}$ ，又  $\because C \in (0^\circ, 180^\circ)$ ， $\therefore C = 120^\circ$ . （2） $\because a, b$  是方程  $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$  的两根，

$\therefore \begin{cases} a+b=2\sqrt{3}, \\ ab=2. \end{cases} \therefore AB^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 120^\circ = (a+b)^2 - ab = 10, \therefore AB = \sqrt{10}$ . （3） $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

22、（1）、 $a_n = 4n - 1, b_n = 2^{n-1}$ . （2）、 $T_n = (2n - 5)2^n + 5$  （错位相减法）练习册题

