2016-2017 学年模拟数学试卷（理科）

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．复数 z 满足 z（1+i）=4，则复数 z 在复平面上对应的点与点（1，0）间的距离为（　　）

A．2　 B．$\sqrt{5}$ C．4　 D．$\sqrt{13}$

2． 已知集合$A=\{x|x<2\}$，$B=\{x|\frac{x}{x-1}<1\}$，R为实数集，则集合 A∩（C_RB）=（　　）

A．R　 B．（﹣∞，2）　 C．（1，2）　 D．[1，2）

3．将函数 y=sinx+cosx 图象上各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，得到 y=f（x）的图象，则 y=f（x）的最小正周期为（　　）

A．$\frac{\pi}{2}$ B．π　 C．2π　D．4π

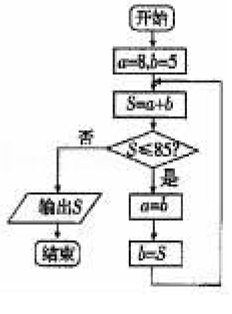
4．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$的离心率为$\sqrt{5}$，且点 P（$\sqrt{a^2+b^2}$，0）到其渐近线的距离为 8，则 C 的实轴长为（　　）

A．2　 B．4　 C．8　 D．16

5．设$a=2^{\frac{1}{3}}$，$b=\log_4 3$，$c=\log_8 5$，则（　　）

A．a＞b＞c B．a＞c＞b C．c＞a＞b D．b＞c＞a

6．执行如图所示的程序框图，则输出的结果是（　　）



A．121 B．129 C．178 D．209

7．若随机变量 X～N（u，σ^2）（σ＞0），则有如下结论（　　）

P（u﹣σ＜X≤u+σ）=0.6826，

P（u﹣2σ＜X≤u+2σ）=0.9544

P（u﹣3σ＜X≤u+3σ）=0.9974，

一班有60名同学，一次数学考试的成绩服从正态分布，平均分110，方差为100，理论上说在120分到130分之间的人数约为（　　）

A．6　B．7　C．8　D．9

8．定义在R上的奇函数f（x）关于点（2，1）对称，则f（6）=（　　）

A．9　B．7　C．5　D．3

9．将4个不同的小球装入4个不同的盒子，则在至少一个盒子为空的条件下，恰好有两个盒子为空的概率是（　　）

A．$\frac{21}{58}$ B．$\frac{12}{29}$ C．$\frac{21}{64}$ D．$\frac{7}{27}$

10．（x+2y+z）^{6}的展开式中，$x^2y^3z^2$的系数为（　　）

A．﹣30　B．120 C．240 D．420

11．过x轴下方的一动点P作抛物线C：$x^2=2y$的两切线，切点分别为A，B，若直线AB到圆$x^2+y^2=1$相切，则点P的轨迹方程为（　　）

A．$y^2-x^2=1$（y＜0）　B．（y+2）$^2+x^2=1$

C．$x^2+\frac{y^2}{4}=1(y<0)$　D．$x^2=-y-1$

12．已知函数$f(x)=\cos(\frac{2\pi}{3}x)+(a-1)\sin(\frac{\pi}{3}x)+a$，$g(x)=2^x-x^2$，若f[g（x）]≤0对x∈[0，1]恒成立，则实数a的取值范围是（　　）

A．$(-\infty，\sqrt{3}-1]$　B．（﹣∞，0] C．[0，$\sqrt{3}$﹣1] D．$(-\infty，1-\sqrt{3}]$

二、填空题△ABC中，∠A=90°，AC=2，D为边BC的中点，则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}$=____.

14．已知实数x，y满足$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\x+y-3\geqslant 0\\3x-y-5\geqslant 0\end{cases}$，则$z=\frac{y+1}{2x}$的最大值为____.

15．△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且$a^2+b^2+\sqrt{2}ab=c^2$，则tanAtan2B的取值范围是____.

16．高斯是德国著名的数学家，享有“数学王子”之称，以他的名字“高斯”命名的

成果达 110 个，设 $x\in R$，用$[x]$表示不超过 x 的最大整数，并用$\{x\}=x-[x]$表示 x 的非负纯小数，则 $y=[x]$ 称为高斯函数，已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=\sqrt{3}$，$a_{n+1}=[a_n]+\frac{1}{\{a_n\}}$，$(n\in N^*)$，则 $a_{2017}=$_____.

三、解答题（本大题共 5 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. （12 分）已知$(1+2x)^n$的展开式中各项的二项式系数和为 a_n，第二项的系数为 b_n.

（1）求 a_n，b_n；

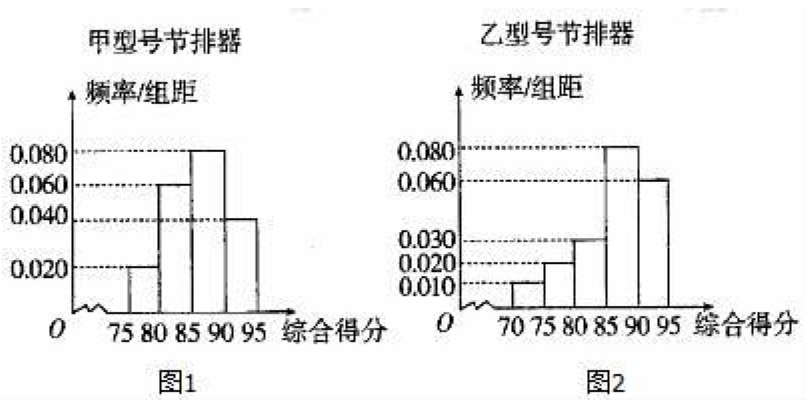
（2）求数列$\{a_nb_n\}$的前 n 项和 S_n.

18.（12 分）在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c，且$\frac{\cos A}{a}+\frac{\cos B}{b}=\frac{1}{c}$.

（1）证明：a，c，b 成等比数列；

（2）若△ABC 的外接圆半径为$\sqrt{3}$，且 $4\sin(C-\frac{\pi}{6})\cos C=1$，求△ABC 的周长.

19. （12 分）为降低汽车尾气的排放量，某厂生产甲乙两种不同型号的节排器，分别从甲乙两种节排器中各自抽取 100 件进行性能质量评估检测，综合得分情况的频率分布直方图如图所示.



节排器等级及利润如表格表示，其中$\frac{1}{10}<a<\frac{1}{7}$

综合得分 k 的范围	节排器等级	节排器利润率
$k\geqslant 85$	一级品	a
$75\leqslant k<85$	二级品	$5a^2$
$70\leqslant k<75$	三级品	a^2

（1）若从这100件甲型号节排器按节排器等级分层抽样的方法抽取10件，再从这10件节排器中随机抽取3件，求至少有2件一级品的概率；

（2）视频率分布直方图中的频率为概率，用样本估计总体，则

①若从乙型号节排器中随机抽取3件，求二级品数ξ的分布列及数学期望E（ξ）；

②从长期来看，骰子哪种型号的节排器平均利润较大？

20．（12分）已知椭圆C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点分别为$F_1$，$F_2$，且$F_2$为抛物线$C_2$：$y^2=2px$的焦点，$C_2$的准线l被$C_1$和圆$x^2+y^2=a^2$截得的弦长分别为$2\sqrt{2}$和4．

（1）求C_1和C_2的方程；

（2）直线l_1过F_1且与C_2不相交，直线l_2过F_2且与l_1平行，若l_1交C_1于A，B，l_2交C_1交于C，D，且在x轴上方，求四边形AF_1F_2C的面积的取值范围．

21．（12分）设函数f（x）=（x+1）lnx﹣a（x﹣1）．

（1）若函数f（x）的图象与直线y=x﹣1相切，求a的值；

（2）当1＜x＜2时，求证：$\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{\ln(x-1)}<\frac{1}{(x-1)(2-x)}$．

请考生在22、23两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修4-4：坐标系与参数方程]

22．（10分）在直角坐标系xOy中，直线l：$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t为参数，α∈（0，$\frac{\pi}{2}$））与圆C：（x﹣1）^{2}+（y﹣2）^{2}=4相交于点A，B，以O为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系．

（1）求直线l与圆C的极坐标方程；

（2）求$\frac{1}{|OA|}+\frac{1}{|OB|}$的最大值．

[选修4-5：不等式选讲]

23．设函数f（x）=|2x﹣a|+|x+a|（a＞0）．

（1）当a=1时，求f（x）的最小值；

（2）若关于x的不等式$f(x)<\frac{5}{x}+a$在x∈[1，2]上有解，求实数a的取值范围．

2016-2017 学年一诊模拟数学试卷（理科）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．复数 z 满足 z（1+i）=4，则复数 z 在复平面上对应的点与点（1，0）间的距离为（　　）

A．2　B．$\sqrt{5}$　C．4　D．$\sqrt{13}$

【考点】复数的代数表示法及其几何意义.

【分析】利用复数的运算法则、几何意义、两点之间的距离公式即可得出.

【解答】解：z（1+i）=4，∴z（1+i）（1－i）=4（1－i），∴z=2－2i，

则复数 z 在复平面上对应的点（2，－2）与点（1，0）间的距离 $=\sqrt{(2-1)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{5}$.

故选：B.

【点评】本题考查了复数的运算法则、两点之间的距离公式，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

2．已知集合 $A=\{x|x<2\}$，$B=\{x|\frac{x}{x-1}<1\}$，R 为实数集，则集合 A∩（C_RB）=（　　）

A．R　B．（－∞，2）　C．（1，2）　D．[1，2）

【考点】交、并、补集的混合运算.

【分析】利用不等式的解法、集合的运算性质即可得出.

【解答】解：由 $\frac{x}{x-1}<1$，化为：$\frac{-1}{x-1}>0$，解得 x<1．可得 B（－∞，1）.

∴C_RB=[1，+∞）.

集合 A∩（C_RB）=[1，2）.

故选：D.

【点评】本题考查了不等式的解法、集合的运算性质，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

3．将函数 y=sinx+cosx 图象上各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，得到 y=f（x）的图象，则 y=f（x）的最小正周期为（　　）

A．$\frac{\pi}{2}$　B．π　C．2π　D．4π

【考点】函数 y=Asin（ωx+ϕ）的图象变换．

【分析】求出 y=f（x）的解析式，即可求出 y=f（x）的最小正周期．

【解答】解：$y=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$，横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，得到 $y=f(x)=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$，

$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$，

故选 B．

【点评】本题考查 y=f（x）的最小正周期，考查图象变换，确定函数的解析式是关键．

4．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的离心率为$\sqrt{5}$，且点 P（$\sqrt{a^2+b^2}$，0）到其渐近线的距离为 8，则 C 的实轴长为（　　）

A．2　B．4　C．8　D．16

【考点】双曲线的简单性质．

【分析】运用双曲线的离心率公式和渐近线方程，以及点到直线的距离公式，结合 a，b，c 的关系式，解方程可得 a 的值，即可得到实轴长．

【解答】解：由题意可得 $e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$，$a^2+b^2=c^2$，

渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x$，

点 P（$\sqrt{a^2+b^2}$，0）到其渐近线的距离为 8，

即有 P（c，0）到渐近线 bx+ay=0 的距离为 8，

可得$\frac{|bc+0|}{\sqrt{a^2+b^2}}=8$，即有 b=8，

则 $a^2+64=c^2$，

可得 a=4，c=$4\sqrt{5}$，

则 C 的实轴长为 8．

故选：C．

【点评】本题考查双曲线的方程和性质，主要是渐近线方程和离心率，考查点到直线的距离公式的运用，考查化简整理的运算能力，属于基础题．

5．设 $a=2^{\frac{1}{3}}$，$b=\log_4 3$，$c=\log_8 5$，则（　　）

A．a＞b＞c B．a＞c＞b C．c＞a＞b D．b＞c＞a

【考点】对数值大小的比较．

【分析】利用指数与对数的运算法则及其函数的单调性即可得出．

【解答】解：∵ a= $2^{\frac{1}{3}}$＞1，1＞b=log₄3= $\frac{\log_2 3}{2}=\log_2\sqrt{3}=\log_2\sqrt[6]{27}$，

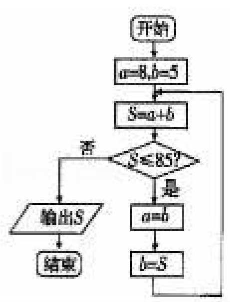
c=log₈5= $\frac{\log_2 5}{3}=\log_2\sqrt[3]{5}=\log_2\sqrt[6]{25}$，可得 b＞c．

∴a＞b＞c．

故选：A．

【点评】本题考查了指数与对数的运算法则及其函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

6．执行如图所示的程序框图，则输出的结果是（　　）



A．121 B．129 C．178 D．209

【考点】程序框图．

【分析】根据框图的流程模拟运行程序，直到不满足条件，计算输出 S 的值．

【解答】解：模拟执行程序框图，可得

a=8，b=5，S=13

满足条件 S≤85，a=5，b=13，S=18，

满足条件 S≤85，a=13，b=18，S=31，

满足条件 S≤85，a=18，b=31，S=49，

满足条件 S≤85，a=31，b=49，S=80，

满足条件 S≤85，a=49，b=80，S=129

不满足条件 S≤85，输出 S 的值为 129.

故选：B.

【点评】本题考查了循环结构的程序框图，根据框图的流程模拟运行程序是解答此类问题的常用方法.

7．若随机变量 X～N（u，σ^2）（σ＞0），则有如下结论（　　）

P（u－σ＜X≤u+σ）=0.6826，

P（u－2σ＜X≤u+2σ）=0.9544

P（u－3σ＜X≤u+3σ）=0.9974，

一班有 60 名同学，一次数学考试的成绩服从正态分布，平均分 110，方差为 100，理论上说在 120 分到 130 分之间的人数约为（　　）

A．6　B．7　C．8　D．9

【考点】正态分布曲线的特点及曲线所表示的意义.

【分析】正态总体的取值关于 x=110 对称，利用 P（100＜x＜120）=0.6826，P（90＜x＜130）=0.9544，得即可到要求的结果.

【解答】解：∵数学成绩近似地服从正态分布 N（110，10^2），

∴P（100＜x＜120）=0.6826，P（90＜x＜130）=0.9544，

根据正态曲线的对称性知：

位于 120 分到 130 分的概率为$\frac{1}{2}(0.9544-0.6826)$=0.1359

∴理论上说在 120 分到 130 分的人数 0.1359×60≈8.

故选：C.

【点评】一个随机变量如果是众多的、互不相干的、不分主次的偶然因素作用结

果之和，它就服从或近似的服从正态分布，正态分布在概率和统计中具有重要地位且满足 3σ原则．

8．定义在 R 上的奇函数 f（x）关于点（2，1）对称，则 f（6）=（　　）

A．9　B．7　C．5　D．3

【考点】函数奇偶性的性质．

【分析】定义在 R 上的奇函数 f（x）关于点（2，1）对称，f（2+x）+f（2﹣x）=2，即可求出 f（6）．

【解答】解：∵定义在 R 上的奇函数 f（x）关于点（2，1）对称，

∴f（2+x）+f（2﹣x）=2，

∴f（2）=1

∴f（6）+f（﹣2）=2，

∴f（6）=3，

故选 D．

【点评】本题考查函数的对称性，考查学生的计算能力，利用 f（2+x）+f（2﹣x）=2 是关键．

9．将 4 个不同的小球装入 4 个不同的盒子，则在至少一个盒子为空的条件下，恰好有两个盒子为空的概率是（　　）

A．$\frac{21}{58}$　B．$\frac{12}{29}$　C．$\frac{21}{64}$　D．$\frac{7}{27}$

【考点】排列、组合的实际应用；条件概率与独立事件．

【分析】根据题意，由分步计数原理计算可得"将 4 个不同的小球装入 4 个不同的盒子"的放法数目，进而由排列、组合数公式计算"没有空盒"、"有 1 个空盒的放法"、"有 3 个空盒"的放法数目，由古典概型公式计算可得"至少一个盒子为空"以及"恰好有两个盒子为空"的概率，最后由条件概率的计算公式计算可得答案．

【解答】解：根据题意，将 4 个不同的小球装入 4 个不同的盒子，有 $4^4=256$ 种不同的放法，

若没有空盒，有 $A_4^4=24$ 种放法，有 1 个空盒的放法有 $C_4^1C_4^2A_3^3=144$ 种，有 3 个空盒的放法有 $C_4^1=4$ 种，

则至少一个盒子为空的放法有 256﹣24=232 种，故“至少一个盒子为空”的概率 $P_1=\frac{232}{256}$，

恰好有两个盒子为空的放法有 256﹣24﹣144﹣4=84 种，故“恰好有两个盒子为空”的概率 $P_2=\frac{84}{256}$，

则则在至少一个盒子为空的条件下，恰好有两个盒子为空的概率 $p=\frac{P_2}{P_1}=\frac{21}{58}$；

故选：A．

【点评】本题考查条件概率的计算，涉及排列、组合的应用，关键是求出“至少一个盒子为空”以及“恰好有两个盒子为空”的概率．

10．（x﹣y）（x+2y+z）^{6}的展开式中，$x^2y^3z^2$的系数为（　　）

A．﹣30　B．120 C．240 D．420

【考点】二项式定理的应用．

【分析】（x+2y+z）^{6}的展开式的通项公式：$T_{r+1}=C_6^r(2y)^{6-r}(x+z)^r=2^{6-r}C_6^r y^{6-r}(x+z)^r$，（x+z）^{r}的展开式的通项公式：$T_{k+1}=C_r^k x^{r-k}z^k$．可得两个通项公式相乘可得展开式的通项形式：$2^{6-r}C_6^r y^{6-r}\bullet C_r^k x^{r-k}z^k$．通过分类讨论即可得出．

【解答】解：（x+2y+z）^{6}的展开式的通项公式：$T_{r+1}=C_6^r(2y)^{6-r}(x+z)^r=2^{6-r}C_6^r y^{6-r}(x+z)^r$，

（x+z）^{r}的展开式的通项公式：$T_{k+1}=C_r^k x^{r-k}z^k$．

可得两个通项公式相乘可得展开式的通项形式：$2^{6-r}C_6^r y^{6-r}\bullet C_r^k x^{r-k}z^k$．

令 r﹣k+1=2，6﹣r=3，k=2，或 r﹣k=2，6﹣r+1=3，k=2．

解得 k=2，r=3．或 k=2，r=4．

∴$x^2y^3z^2$的系数为$2^3C_6^3C_3^2-2^2C_6^4C_4^2=120$．

故选：B．

【点评】本题考查了二项式定理的应用、分类讨论方法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

11．过 x 轴下方的一动点 P 作抛物线 C：$x^2=2y$ 的两切线，切点分别为 A，B，若直线 AB 到圆 $x^2+y^2=1$ 相切，则点 P 的轨迹方程为（　　）

A．$y^2-x^2=1$（$y<0$）　　B．$(y+2)^2+x^2=1$

C．$x^2+\frac{y^2}{4}=1(y<0)$　　D．$x^2=-y-1$

【考点】轨迹方程．

【分析】设抛物线的弦 AB 与圆 $x^2+y^2=1$ 切于点 M（x_0，y_0），则 $x_0^2+y_0^2=1$，过 M 点的圆的切线方程为 $x_0x+y_0y=1$．联立抛物线方程后，根据△>0，可得 y_0 的范围，进而结合 $-1\leqslant y_0\leqslant 1$ 且 $y_0<0$，可得 y_0 的范围．设出 A，B 的坐标，由韦达定理可得 x_1+x_2 的关系式①，x_1x_2 的关系式②．求出 AP，BP 的方程，进而可得 M 的坐标，代入圆的方程可得 P 点轨迹方程；

【解答】解：设抛物线的弦 AB 与圆 $x^2+y^2=1$ 切于点 M（x_0，y_0），

则 $x_0^2+y_0^2=1$，过 M 点的圆的切线方程为 $x_0x+y_0y=1$．

由 $\begin{cases}x_0x+y_0y=1\\ x^2=2y\end{cases}$ 得 $\frac{1}{2}y_0x^2+x_0x-1=0$．（*）

由△$=x_0^2+2y_0=-y_0^2+2y_0+1>0$，得 $1-\sqrt{2}<y_0<1+\sqrt{2}$．

又∵ $-1\leqslant y_0\leqslant 1$ 且 $y_0<0$，∴$1-\sqrt{2}<y_0\leqslant 0$．

令 A（x_1，$\frac{1}{2}x_1^2$），B（x_2，$\frac{1}{2}x_2^2$），知 x_1、x_2 是方程（*）的两个实根，

由根与系数的关系，

得 $x_1+x_2=-\frac{2x_0}{y_0}$①，$x_1x_2=-\frac{2}{y_0}$②．

过 A 点的抛物线的切线 AP 的方程为 $y-\frac{1}{2}x_1^2=x_1(x-x_1)$，即 $y=x_1x-\frac{1}{2}x_1^2$．③

同理，BP 的方程为 $y=x_2x-\frac{1}{2}x_2^2$．④

联立①②③④，解得 $\begin{cases}x=\frac{x_0}{y_0}\\ y=\frac{1}{y_0}\end{cases}$，

$\therefore \begin{cases} x_0=-\frac{x}{y} \\ y_0=-\frac{1}{y} \end{cases}$，

代入 $x_0^2+y_0^2=1$ 得（$-\frac{x}{y}$）^{2}+（$-\frac{1}{y}$）^{2}=1，

整理，得 $y^2-x^2=1$（x∈R，$-1\leqslant y<0$），这就是点 P 的轨迹方程.

故选：A.

【点评】本题考查的知识点是抛物线的简单性质，直线与圆锥曲线的关系，综合性强，运算量大，转化困难，难度较大，属于难题. -

12．已知函数 $f(x)=\cos(\frac{2\pi}{3}x)+(a-1)\sin(\frac{\pi}{3}x)+a$，$g(x)=2^x-x^2$，若 f[g（x）]≤0 对 x∈[0，1]恒成立，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty, \sqrt{3}-1]$　B. （-∞，0]　C. [0，$\sqrt{3}-1$]　D. $(-\infty, 1-\sqrt{3}]$

【考点】导数在最大值、最小值问题中的应用.

【分析】令 t=g（x），x∈[0，1]，则 $g'(x)=2^x\ln2-2x$．设 $g'(x_0)=0$，利用单调性可得：g（x）在 x∈[0，1]上的值域为[1，$g(x_0)$]，（$g(x_0)$=2x0 - x02）．由 f[g（x）]≤0 对 x∈[0，1]恒成立，可得 $\cos(\frac{2\pi}{3}t)$+（a - 1）$\sin(\frac{\pi}{3}t)+a\leqslant0$，$a\leqslant2\sin\frac{\pi}{3}t-1=h(t)$，t∈[1，$g(x_0)$]，即可得出.

【解答】解：令 t=g（x），x∈[0，1]，则 $g'(x)=2^x\ln2-2x$

设 $g'(x_0)=0$，则函数在[0，x_0]上单调递增，在[x_0，1]上单调递减，

g（x）在 x∈[0，1]上的值域为[1，$g(x_0)$]，（$g(x_0)$=2x0 - x02<2）．

∵f[g（x）]≤0 对 x∈[0，1]恒成立，

∴f（t）≤0，即 $\cos(\frac{2\pi}{3}t)$+（a - 1）$\sin(\frac{\pi}{3}t)+a\leqslant0$，

$a\leqslant\frac{\sin\frac{\pi t}{3}-\cos\frac{2\pi t}{3}}{1+\sin\frac{\pi t}{3}}=2\sin\frac{\pi}{3}t-1=h(t)$，t∈[1，$g(x_0)$]，

则 h（t）的最小值 $=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1=\sqrt{3}-1$.

$\therefore a\leqslant\sqrt{3}-1$.

故选：A.

【点评】本题考查了利用导数研究函数的单调性极值与最值、三角函数的单调性、恒成立问题等价转化方法，考查了推理能力与计算能力，属于难题．

二、填空题（2016 秋•沙坪坝区校级月考）△ABC 中，∠A=90°，AC=2，D 为边 BC 的中点，则$\overrightarrow{AD}\bullet\overrightarrow{AC}$=__2__．

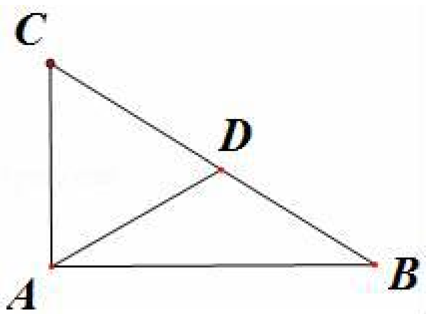
【考点】平面向量数量积的运算．

【分析】根据向量的数量积的运算法则计算即可．

【解答】解：△ABC 中，∠A=90°，AC=2，D 为边 BC 的中点，

则$\overrightarrow{AD}\bullet\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}（\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}）\bullet\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}^2+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\times2^2=2$，

故答案为：2．



【点评】本题考查了向量的数量积的运算，属于基础题．

14．已知实数 x，y 满足$\begin{cases}x-y+1\geqslant0\\x+y-3\geqslant0\\3x-y-5\geqslant0\end{cases}$，则 $z=\frac{y+1}{2x}$的最大值为__$\frac{5}{6}$__．

【考点】简单线性规划．

【分析】画出满足条件的平面区域，求出角点的坐标，结合目标函数的几何意义求出 z 的最大值即可．

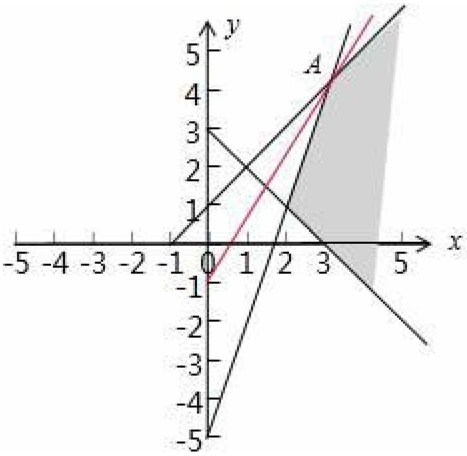
【解答】解：画出满足条件$\begin{cases}x-y+1\geqslant0\\x+y-3\geqslant0\\3x-y-5\geqslant0\end{cases}$的平面区域，如图示：

由$\begin{cases}x-y+1=0\\3x-y-5=0\end{cases}$，解得：A（3，4），

$z=\frac{y+1}{2x}$的几何意义是可行域内的点与（0，﹣1）连线的斜率的一半，由题意可知可行域的 A 与（0，﹣1）连线的斜率最大．

$\therefore z=\frac{y+1}{2x}$的最大值是：$\frac{5}{6}$，

故答案为：$\frac{5}{6}$.



【点评】本题考查了简单的线性规划问题，考查数形结合思想，是一道中档题.

15．△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且 $a^2+b^2+\sqrt{2}ab=c^2$，则 tanAtan2B 的取值范围是__$(0,\frac{1}{2})$__.

【考点】余弦定理.

【分析】由且 $a^2+b^2+\sqrt{2}ab=c^2$，可得 $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，C∈（0，π），解得 $C=\frac{3\pi}{4}$. 可得 $\tan A\tan 2B=\tan(\frac{\pi}{4}-B)\bullet\tan 2B=\frac{2\tan B}{(1+\tan B)^2}$，再利用基本不等式的性质即可得出.

【解答】解：由且 $a^2+b^2+\sqrt{2}ab=c^2$，

$\therefore \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，C∈（0，π），

解得 $C=\frac{3\pi}{4}$.

则 $\tan A\tan 2B=\tan(\frac{\pi}{4}-B)\bullet\tan 2B=\frac{1-\tan B}{1+\tan B}\times\frac{2\tan B}{1-\tan^2 B}=\frac{2\tan B}{(1+\tan B)^2}$，

令 tanB=t∈（0，1），则 $\frac{2t}{1+2t+t^2}\leqslant\frac{2t}{4t}=\frac{1}{2}$，等号不成立.

$\therefore \frac{2\tan B}{(1+\tan B)^2}\in(0,\frac{1}{2})$，

故答案为：$(0,\frac{1}{2})$.

【点评】本题考查了余弦定理、和差公式、基本不等式的性质，考查了推理能力

与计算能力，属于中档题．

16．高斯是德国著名的数学家，享有“数学王子”之称，以他的名字“高斯”命名的成果达 110 个，设 x∈R，用[x]表示不超过 x 的最大整数，并用{x}=x﹣[x]表示 x 的非负纯小数，则 y=[x] 称为高斯函数，已知数列{a_n}满足：$a_1=\sqrt{3}$，$a_{n+1}=[a_n]+\frac{1}{\{a_n\}}$，（n∈N*），则 a_{2017}=__$3024+\sqrt{3}$__．

【考点】数列的概念及简单表示法．

【分析】由于：$a_1=\sqrt{3}$，$a_{n+1}=[a_n]+\frac{1}{\{a_n\}}$，（n∈N*），经过计算可得：数列{$a_{2k-1}$}成等差数列，首项为$\sqrt{3}$，公差为 3．即可得出．

【解答】解：满足：$a_1=\sqrt{3}$，$a_{n+1}=[a_n]+\frac{1}{\{a_n\}}$，（n∈N*），

∴$a_2=1+\frac{1}{\sqrt{3}-1}=2+\frac{\sqrt{3}-1}{2}$．

$a_3=2+\frac{1}{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}=3+\sqrt{3}=4+（\sqrt{3}﹣1）$，

$a_4=4+\frac{1}{\sqrt{3}-1}=5+\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，

$a_5=5+\frac{1}{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}=6+\sqrt{3}=7+（\sqrt{3}﹣1）$．

$a_6=7+\frac{1}{\sqrt{3}-1}=8+\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，

$a_7=8+\frac{1}{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}=9+\sqrt{3}=10+（\sqrt{3}﹣1）$，

…，

可得：数列{a_{2k-1}}成等差数列，首项为$\sqrt{3}$，公差为 3．

则 $a_{2017}=\sqrt{3}+3×（1009﹣1）=3024+\sqrt{3}$．

故答案为：$3024+\sqrt{3}$．

【点评】本题考查了数列递推关系、等差数列的通项公式、归纳法，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

三、解答题（本大题共 5 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算

步骤.）

17．（12 分）（2016 秋•沙坪坝区校级月考）已知（1+2x）^{n}的展开式中各项的二项式系数和为 a_n，第二项的系数为 b_n．

（1）求 a_n，b_n；

（2）求数列$\{a_nb_n\}$的前 n 项和 S_n．

【考点】数列的求和；二项式系数的性质．

【分析】（1）由二项式系数的性质和二项展开式的通项公式，可得 a_n，b_n；

（2）求得 $a_nb_n=n\bullet 2^{n+1}$，运用数列的求和方法：错位相减法，结合等比数列的求和公式，即可得到所求和．

【解答】解：（1）（1+2x）^{n}的展开式中各项的二项式系数和为 a_n，第二项的系数为 b_n．

可得 $a_n=2^n$，$b_n=2C_n^1=2n$；

（2）$a_nb_n=n\bullet 2^{n+1}$，

则前 n 项和 $S_n=1\bullet 2^2+2\bullet 2^3+\ldots+n\bullet 2^{n+1}$，

$2S_n=1\bullet 2^3+2\bullet 2^4+\ldots+n\bullet 2^{n+2}$，

两式相减可得，$-S_n=2^2+2^3+\ldots+2^{n+1}-n\bullet 2^{n+2}$，

$=\frac{4(1-2^n)}{1-2}-n\bullet 2^{n+2}$，

化简可得 $S_n=(n-1)\bullet 2^{n+2}+4$．

【点评】本题考查二项式系数的性质和二项展开式的通项公式，同时考查数列的求和方法：错位相减法，同时考查等比数列的求和公式，考查运算能力，属于中档题．

18．（12 分）（2016 秋•沙坪坝区校级月考）在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c，且$\frac{\cos A}{a}+\frac{\cos B}{b}=\frac{1}{c}$．

（1）证明：a，c，b 成等比数列；

（2）若△ABC 的外接圆半径为$\sqrt{3}$，且 $4\sin(C-\frac{\pi}{6})\cos C=1$，求△ABC 的周长．

【考点】正弦定理；等比数列的通项公式．

【分析】（1）$\frac{\cos A}{a}+\frac{\cos B}{b}=\frac{1}{c}$，由余弦定理可得：$\frac{\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}{a}+\frac{\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}}{b}=\frac{1}{c}$，化简即可证明.

（2）$4\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)\cos C=1$，C 为锐角，利用积化和差可得：$\sin\left(2C-\frac{\pi}{6}\right)=1$，$C\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\left(2C-\frac{\pi}{6}\right)\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$．解得 $C=\frac{\pi}{3}$．利用余弦定理可得 $a^2+b^2-c^2=2ab\cos\frac{\pi}{3}$，又 $c^2=ab$，解得 a=b．再利用正弦定理即可得出.

【解答】（1）证明：∵$\frac{\cos A}{a}+\frac{\cos B}{b}=\frac{1}{c}$，由余弦定理可得：$\frac{\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}{a}+\frac{\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}}{b}=\frac{1}{c}$，化为 $c^2=ab$，∴a，c，b 成等比数列.

（2）解：$4\sin\left(C-\frac{\pi}{6}\right)\cos C=1$，∴C 为锐角，$2\left[\sin\left(2C-\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right]=1$，

化为：$\sin\left(2C-\frac{\pi}{6}\right)=1$，

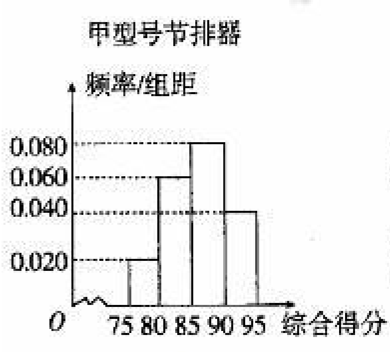
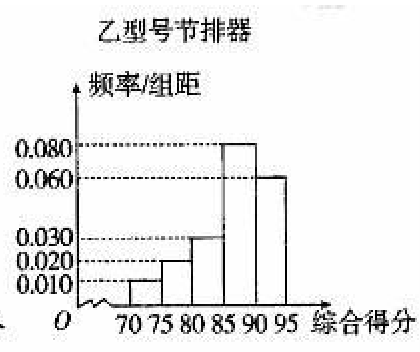
$C\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\left(2C-\frac{\pi}{6}\right)\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$．∴$2C-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，解得 $C=\frac{\pi}{3}$.

∴$a^2+b^2-c^2=2ab\cos\frac{\pi}{3}$，又 $c^2=ab$，∴$(a-b)^2=0$，解得 a=b.

∴△ABC 的周长$=3a=3\times2\times\sqrt{3}\times\sin\frac{\pi}{3}=9$.

【点评】本题考查了正弦定理余弦定理、和差公式、积化和差，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

19．（12 分）（2016 秋•沙坪坝区校级月考）为降低汽车尾气的排放量，某厂生产甲乙两种不同型号的节排器，分别从甲乙两种节排器中各自抽取 100 件进行性能质量评估检测，综合得分情况的频率分布直方图如图所示.

<table>
<tr><td>图1
图2
节排器等级及利润如表格表示，其中$\frac{1}{10}<a<\frac{1}{7}$
综合得分 k 的范围</td><td>节排器等级</td><td>节排器利润率</td></tr>
<tr><td>$k\geqslant 85$</td><td>一级品</td><td>a</td></tr>
<tr><td>$75\leqslant k<85$</td><td>二级品</td><td>$5a^2$</td></tr>
<tr><td>$70\leqslant k<75$</td><td>三级品</td><td>a^2</td></tr>
</table>

（1）若从这 100 件甲型号节排器按节排器等级分层抽样的方法抽取 10 件，再从这 10 件节排器中随机抽取 3 件，求至少有 2 件一级品的概率；

（2）视频率分布直方图中的频率为概率，用样本估计总体，则

①若从乙型号节排器中随机抽取 3 件，求二级品数ξ的分布列及数学期望 E（ξ）；

②从长期来看，骰子哪种型号的节排器平均利润较大？

【考点】离散型随机变量的期望与方差；离散型随机变量及其分布列．

【分析】（1）利用互斥事件概率加法公式能求出至少有 2 件一级品的概率．

（2）①由已知及频率分布直方图中的信息知，乙型号节排器中的一级品的概率为$\frac{7}{10}$，二级品的概率$\frac{1}{4}$，三级品的概率为$\frac{1}{20}$，若从乙型号节排器随机抽取 3 件，则二级品数ξ所有可能的取值为 0，1，2，3，且$\xi\sim B(3,\ \frac{1}{4})$，由此能求出ξ的分布列和数学期望．

②由题意分别求出甲型号节排器的利润的平均值和乙型号节排器的利润的平均值，由此求出投资乙型号节排器的平均利润率较大．

【解答】解：（1）至少有 2 件一级品的概率$P=\frac{C_6^2C_4^1+C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{2}{3}$．

（2）①由已知及频率分布直方图中的信息知，乙型号节排器中的一级品的概率

为$\frac{7}{10}$，

二级品的概率$\frac{1}{4}$，三级品的概率为$\frac{1}{20}$，若从乙型号节排器随机抽取 3 件，

则二级品数ξ所有可能的取值为 0，1，2，3，且$\xi \sim B(3, \frac{1}{4})$，

所以$P(\xi=0)=C_3^0(\frac{3}{4})^3(\frac{1}{4})^0=\frac{27}{64}$，$P(\xi=1)=C_3^1(\frac{3}{4})^2(\frac{1}{4})^1=\frac{27}{64}$，

$P(\xi=2)=C_3^2(\frac{3}{4})^1(\frac{1}{4})^2=\frac{9}{64}$，$P(\xi=3)=C_3^3(\frac{3}{4})^0(\frac{1}{4})^3=\frac{1}{64}$，

所以ξ的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

所以数学期望$E(\xi)=0\times\frac{27}{64}+1\times\frac{27}{64}+2\times\frac{27}{64}+3\times\frac{27}{64}=\frac{3}{4}$（或$E(\xi)=3\times\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$）．

②由题意知，甲型号节排器的利润的平均值$E_1=\frac{3}{5}a+\frac{2}{5}\times 5a^2=2a^2+\frac{3}{5}a$，

乙型号节排器的利润的平均值$E_2=\frac{7}{10}a+\frac{1}{4}\times 5a^2+\frac{1}{20}a^2=\frac{13}{10}a^2+\frac{7}{10}a$，

$E_1-E_2=\frac{7}{10}a^2-\frac{1}{10}a=\frac{7}{10}a(a-\frac{1}{7})$，又$\frac{1}{10}<a<\frac{1}{7}$，

所以投资乙型号节排器的平均利润率较大．

【点评】本题考查概率的求法，考查离散型随机变量的分布列和数学期望的求法及应用，是中档题，解题时要认真审题，注意排列组合知识的合理运用．

20．（12 分）（2017 春•都匀市校级月考）已知椭圆C_1：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左右焦点分别为 F_1，F_2，且 F_2 为抛物线C_2：$y^2=2px$的焦点，C_2 的准线 l 被 C_1 和圆 $x^2+y^2=a^2$ 截得的弦长分别为$2\sqrt{2}$和 4．

（1）求 C_1 和 C_2 的方程；

（2）直线 l_1 过 F_1 且与 C_2 不相交，直线 l_2 过 F_2 且与 l_1 平行，若 l_1 交 C_1 于 A，B，l_2 交 C_1 交于 C，D，且在 x 轴上方，求四边形 AF_1F_2C 的面积的取值范围．

【考点】直线与椭圆的位置关系．

【分析】（1）由椭圆及抛物线的性质，列方程组求得 a，b 和 c 的值，即可求得 C_1 和 C_2 的方程；

（2）设直线方程，代入抛物线和椭圆方程，求得丨 AB 丨，则 AB 与 CD 间的距离为$\frac{4}{\sqrt{t^2+1}}$，利用椭圆的对称性及函数单调性即可求得四边形 AF_1F_2C 的面积的取值范围.

【解答】解：（1）由题意可知：抛物线的准线方程 $x=-\frac{p}{2}$，$c=\frac{p}{2}$，

C_2 的准线 l 被 C_1 和圆 $x^2+y^2=a^2$ 截得的弦长分别为$2\sqrt{2}$和 4，

$\begin{cases}\frac{2b^2}{a}=2\sqrt{2}\\2b=4\end{cases}$，得 $a=2\sqrt{2}$，$b=c=2$，$p=4$，

∴C_1 和 C_2 的方程分别为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$，$y^2=8x$.

（2）由题意，AB 的斜率不为 0，设 AB：$x=ty-2$，

由$\begin{cases}x=ty-2\\y^2=8x\end{cases}$，得 $y^2-8ty+16=0$，$\triangle=64t^2-64\leqslant0$，得 $t^2\leqslant1$，

由$\begin{cases}x=ty-2\\x^2+2y^2-8=0\end{cases}$，得（$t^2+1$）$y^2-4ty-4=0$，

$|AB|=2a+e(x_1+x_2)=\frac{\sqrt{2}}{2}t(y_1+y_2)+2\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{2}(t^2+1)}{t^2+2}$，AB 与 CD 间的距离为

$\frac{4}{\sqrt{t^2+1}}$，

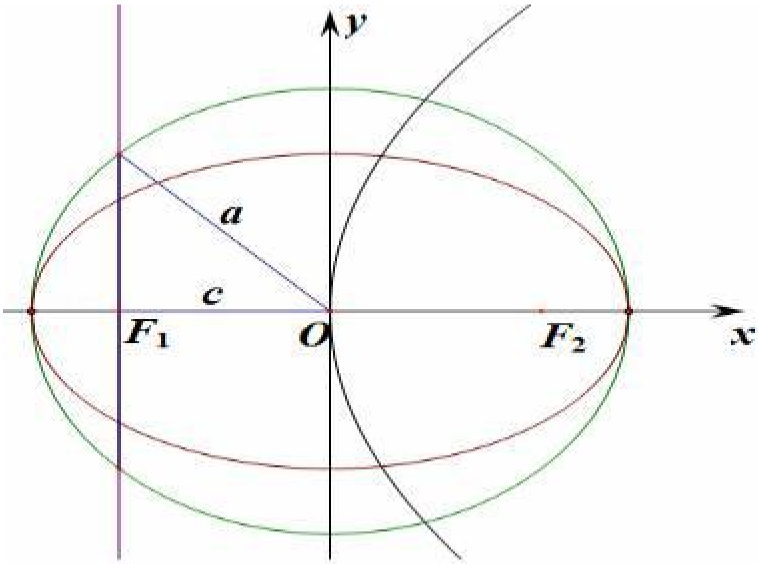
由椭圆的对称性，ABDC 为平行四边形，

$S_{\triangle F_1F_2C}=\frac{1}{2}S_{ABDC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{4\sqrt{2}(t^2+1)}{t^2+2}\cdot\frac{4}{\sqrt{t^2+1}}=\frac{8\sqrt{2}\sqrt{t^2+1}}{t^2+2}$，

设$\sqrt{t^2+1}=m$，$m\in[1,\sqrt{2}]$，

$S_{AF_1F_2C}=\frac{8\sqrt{2}}{m+\frac{1}{m}}\in[\frac{16}{3},4\sqrt{2}]$.

即为四边形 AF_1F_2C 的面积的取值范围.



【点评】本题考查椭圆及抛物线的方程及简单几何性质，考查直线与椭圆的位置关系，考查韦达定理，弦长公式，三角形的面积公式，考查计算能力，属于中档题.

21．（12 分）（2016 秋•沙坪坝区校级月考）设函数 f（x）=（x+1）lnx﹣a（x﹣1）.

（1）若函数 f（x）的图象与直线 y=x﹣1 相切，求 a 的值；

（2）当 1＜x＜2 时，求证：$\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{\ln(x-1)}<\frac{1}{(x-1)(2-x)}$.

【考点】利用导数求闭区间上函数的最值；利用导数研究曲线上某点切线方程.

【分析】（1）$f'(x)=\ln x+\frac{x+1}{x}-a$，设切点为（$x_0$，$y_0$），则切线为 $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$，又切线为 y=x﹣1，可得$\begin{cases}\ln x_0+\frac{x_0+1}{x_0}-a=1\\ -x_0+\ln x_0+a=0\end{cases}$，消 a，再利用函数的单调性即可得出 x_0，a.

（2）令$g(x)=f'(x)=\ln x+\frac{1}{x}+1-a$，$(x>0)$，所以$g'(x)=\frac{x-1}{x^2}$，可得其单调性．$g(x)_{min}=g(x)_{极小值}=g(1)=2-a$，当 $a\leqslant 2$ 时，即 $2-a\geqslant 0$ 时，$g(x)\geqslant g(1)\geqslant 0$，即 $f'(x)\geqslant 0$，故 a=2 时，f（x）在（0，+∞）上单调递增，进而证明结论.

【解答】（1）解：$f'(x)=\ln x+\frac{x+1}{x}-a$，设切点为（$x_0$，$y_0$），

则切线为 $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$，即$y=(\ln x_0+\frac{x_0+1}{x_0}-a)x-x_0+\ln x_0+a-1$，

又切线为 $y=x-1$，所以$\begin{cases}\ln x_0+\frac{x_0+1}{x_0}-a=1\\ -x_0+\ln x_0+a=0\end{cases}$，

消 a，得 $2\ln x_0-x_0+\frac{1}{x_0}=0$，设$g(x)=2\ln x-x+\frac{1}{x}$，

易得 g（x）为减函数，且 g（1）=0，所以 $x_0=1$，a=1

（2）证明：令$g(x)=f'(x)=\ln x+\frac{1}{x}+1-a$，$(x>0)$，所以$g'(x)=\frac{x-1}{x^2}$，

当 x＞1 时，g'（x）＞0，函数 g（x）在（1，+∞）为单调递增；

当 0＜x＜1 时，g'（x）＜0，函数 g（x）在（0，1）为单调递减；

所以 $g(x)_{min}=g(x)_{极小值}=g(1)=2-a$，

当 a≤2 时，即 2﹣a≥0 时，g（x）≥g（1）≥0，

即 f'（x）≥0，故 a=2 时，f（x）在（0，+∞）上单调递增，

所以 x∈（1，2）时，f（x）＞f（1）=0，即（x+1）lnx＞2（x﹣1），所以$\frac{1}{\ln x}<\frac{x+1}{2(x-1)}$，①

因为 1＜x＜2，所以$0<x-1<1$，$\frac{1}{x-1}>1$，

所以 $(\frac{1}{x-1}+1)\ln\frac{1}{x-1}>2(\frac{1}{x-1}-1)$，即 $-\frac{1}{\ln(x-1)}<\frac{x}{2(2-x)}$，②

①+②得：$\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{\ln(x-1)}<\frac{x+1}{2(x-1)}+\frac{x}{2(2-x)}=\frac{2}{(x-1)(2-x)}$，

故当 1＜x＜2 时，$\frac{1}{\ln x}-\frac{1}{\ln(x-1)}<\frac{1}{(x-1)(2-x)}$.

【点评】本题考查了利用导数研究函数的单调性极值与最值、研究切线方程、证明不等式，考查了推理能力与计算能力，属于难题.

请考生在 22、23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22.（10 分）(2016 秋•沙坪坝区校级月考)在直角坐标系 xOy 中，直线 l：$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数，α∈（0，$\frac{\pi}{2}$））与圆 C：$(x-1)^2+(y-2)^2=4$ 相交于点 A，B，以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

（1）求直线 l 与圆 C 的极坐标方程；

（2）求$\frac{1}{|OA|}+\frac{1}{|OB|}$的最大值．

【考点】参数方程化成普通方程．

【分析】（1）直线 l：$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数，α∈（0，$\frac{\pi}{2}$））可得极坐标方程：θ=α，α∈（0，$\frac{\pi}{2}$）．圆 C：（x﹣1）^{2}+（y﹣2）^{2}=4 展开可得：$x^2+y^2-2x-4y+1=0$，利用互化公式可得极坐标方程．

（2）直线 l：$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数，α∈（0，$\frac{\pi}{2}$）代入上述圆的方程可得：$t^2-(2\cos\alpha+4\sin\alpha)t+1=0$．利用$\frac{1}{|OA|}+\frac{1}{|OB|}=\frac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|}$即可得出．

【解答】解：（1）直线 l：$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数，α∈（0，$\frac{\pi}{2}$））化为普通方程：y=xtanα．α∈（0，$\frac{\pi}{2}$）．可得极坐标方程：θ=α，α∈（0，$\frac{\pi}{2}$）

圆 C：（x﹣1）^{2}+（y﹣2）^{2}=4 展开可得：$x^2+y^2-2x-4y+1=0$，可得极坐标方程：$\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+1=0$．

（2）直线 l：$\begin{cases}x=t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t 为参数，α∈（0，$\frac{\pi}{2}$）代入上述圆的方程可得：$t^2-(2\cos\alpha+4\sin\alpha)t+1=0$．

∴$t_1+t_2=2\cos\alpha+4\sin\alpha$，$t_1\bullet t_2=1$．

∴$\frac{1}{|OA|}+\frac{1}{|OB|}=\frac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|}=2\cos\alpha+4\sin\alpha=2\sqrt{5}\sin(\alpha+\phi)\leqslant 2\sqrt{5}$，$\phi=\arctan\frac{1}{2}$．

∴$\frac{1}{|OA|}+\frac{1}{|OB|}$的最大值为 $2\sqrt{5}$．

【点评】本题考查了极坐标与直角坐标互化公式、直线的参数方程的应用、直线与圆相交问题、一元二次方程的根与系数的关系，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

[选修 4-5：不等式选讲]

23．（2016 秋•沙坪坝区校级月考）设函数 f（x）=|2x﹣a|+|x+a|（a＞0）．

（1）当 a=1 时，求 f（x）的最小值；

（2）若关于 x 的不等式$f(x)<\frac{5}{x}+a$在 x∈[1，2]上有解，求实数 a 的取值范围.

【考点】绝对值三角不等式；绝对值不等式的解法.

【分析】（1）当 a=1 时，利用绝对值不等式的性质，求 f（x）的最小值；

（2）若关于 x 的不等式$f(x)<\frac{5}{x}+a$在 x∈[1，2]上有解，利用函数的单调性求实数 a 的取值范围.

【解答】解：（1）当 a=1 时，$f(x)=|2x-1|+|x+1|=|x-\frac{1}{2}|+|x-\frac{1}{2}|+|x+1|\geqslant 0+|(x-\frac{1}{2})+(x-\frac{1}{2})|=\frac{3}{2}$,

当且仅当 $x=\frac{1}{2}$时，取等号.

（2）x∈[1，2]时，$f(x)<\frac{5}{x}+a\Rightarrow|2x-a|+x+a<\frac{5}{x}+a\Rightarrow|a-2x|<\frac{5}{x}$

$\Leftrightarrow 3x-\frac{5}{x}<a<x+\frac{5}{x}$,

所以 0＜a＜6.

【点评】本题考查绝对值不等式的性质，考查学生的计算能力，正确转化是关键.