

2011—2012 学年度上学期期末考试高二年级数学试卷(文)

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 有关下列命题，其中说法错误的是

- A. 命题“若 $x^2 - 3x - 4 = 0$ ，则 $x = 4$ ”的逆否命题为“若 $x \neq 4$ ，则 $x^2 - 3x - 4 \neq 0$ ”
- B. “ $x^2 - 3x - 4 = 0$ ” 是 “ $x = 4$ ” 的必要不充分条件
- C. 若 $p \wedge q$ 是假命题，则 p, q 都是假命题
- D. 命题 $p: \exists x \in R$ ，使得 $x^2 + x + 1 < 0$ ，则 $\neg p: \forall x \in R$ ，都有 $x^2 + x + 1 \geq 0$

2. 某高中共有 2000 名学生，采用分层抽样的方法，分别在三个年级的学生中抽取容量为 100 的一个样本，其中在高一、高二年级中分别抽取 30、30 名学生，则该校高三的学生数为

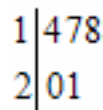
- A. 40
- B. 80
- C. 400
- D. 800

3. 抛物线 $y = ax^2 (a < 0)$ 的焦点坐标是

- A. $(0, \frac{a}{4})$
- B. $(0, -\frac{1}{4a})$
- C. $(0, \frac{1}{4a})$
- D. $(\frac{1}{4a}, 0)$

4. 为了分析某篮球运动员在比赛中发挥的稳定程度，统计了该运动员在 5 场比赛中的得分，用茎叶图表示如图所示，则该组数据的平均数与方差分别为

- A. 18 和 6
- B. 18 和 5
- C. 18 和 30
- D. 18 和 0



5. 若命题甲： $x \neq 2$ 且 $y \neq 3$ ；命题乙： $x + y \neq 5$ ，则

- A. 甲是乙的充分非必要条件
- B. 甲是乙的必要非充分条件
- C. 甲是乙的充要条件
- D. 甲既不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

6. 为了估计椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的面积，利用随机模拟试验在直线 $x = \pm 5, y = \pm 4$ 所围成

的矩形内随机地取 500 个点 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots, 500)$ ，统计得满足 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} > 1$ 的点有 120 个，以此实验数据为依据可以估计出椭圆的面积约为

- A. 17.2
- B. 19.2
- C. 60.8
- D. 62.8



7. 双曲线 $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{4} = 1$ 的渐近线方程为

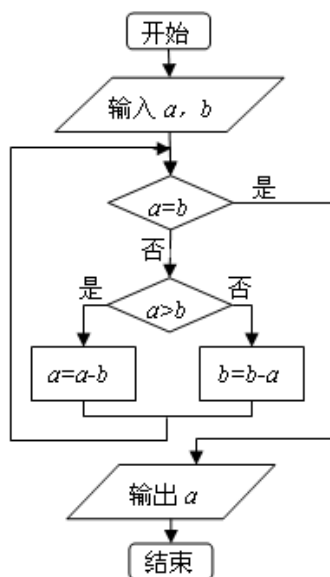
- A. $2x \pm 3y = 0$ B. $3x \pm 2y = 0$ C. $9x \pm 4y = 0$ D. $4x \pm 9y = 0$

8. 与直线 $y = 4x - 1$ 平行的曲线 $y = x^3 + x$ 的切线方程是

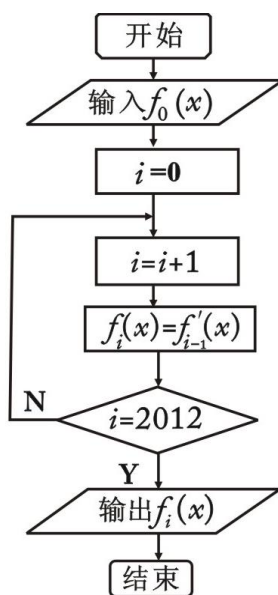
- A. $4x - y = 0$ B. $4x - y + 2 = 0$ 或 $4x - y - 2 = 0$
C. $4x - y - 2 = 0$ D. $4x - y = 0$ 或 $4x - y - 4 = 0$

9. 在下（左）的程序框图中，若输入 $a = 12$ ， $b = 28$ ，则输出的结果为

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 84



第 9 题图



第 10 题图

10. 在上（右）程序框图中，已知： $f_0(x) = xe^x$ ，则输出的是

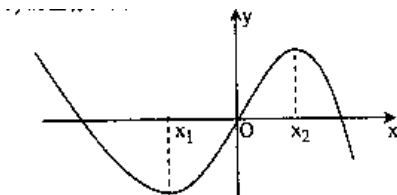
- A. $2011e^x + xe^x$ B. $2012e^x + xe^x$ C. $2011e^x$ D. $2012e^x$

11. 如果椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

12. 已知函数 $f(x) = ax^3 - bx^2 + x (a, b \in \mathbb{R} \text{ 且 } ab \neq 0)$ 的图像如图，且 $|x_1| > |x_2|$ ，则

- A. $a > 0, b > 0$ B. $a < 0, b < 0$
C. $a > 0, b < 0$ D. $a < 0, b > 0$



第 II 卷（非选择题 共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题纸上。

13. 已知 x, y 的取值如下表，从散点图分析， y 与 x 线性相关，且回归方程为

$$y = 0.95x + a, \text{ 则 } a = \underline{\hspace{2cm}}.$$

x	0	1	3	4
y	2.2	4.3	4.8	6.7

参考公式： $(b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, a = \bar{y} - b\bar{x})$

14. 函数 $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上的最小值为_____.

15. 甲、乙两人玩数字游戏，先由甲心中想一个数字，记为 a ，再由乙猜甲方刚才所想的数字，把乙猜的数字记为 b ，其中 $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，若 $|a - b| \leq 1$ ，就称甲乙“心有灵犀”. 现任意找两人玩这个游戏，则他们“心有灵犀”的概率为_____.

16. 已知对 $k \in R$ ，直线 $y = kx + 1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{m} = 1$ 恒有公共点，则实数 m 的取值范围是_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，解答过程书写在答题纸的对应位置。

17. (本小题满分 10 分)

已知 $p: x < -2$ 或 $x > 10$; $q: 1 - m \leq x \leq 1 + m^2$; $\neg p$ 是 q 的充分而不必要条件，求实数 m 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

为了让高中学生了解“全运会”知识，辽宁省举行了一次“全运知识竞赛”，共有 8000 名学生参加了这次竞赛. 为了解本次竞赛成绩情况，从中抽取了部分学生的成绩（得分均为整数，满分为 100 分）进行统计. 请你根据尚未完成频率分布表，解答下列问题：

分组	频数	频率
60.5~70.5		0.16
70.5~80.5	10	
80.5~90.5	18	0.36
90.5~100.5		
总计	50	1

(1) 若用系统抽样的方法抽取 50 个样本，现将所有学生随机地编号为 0000, 0001, 0002, ..., 7999, 若第一组抽出编号为 0007, 问按照系统抽样，第 10 组抽出的编号应为多少；

(2) 按照 (1) 的方法进行抽样统计，填充频率分布表的空格 (将答案直接填在表格内)；

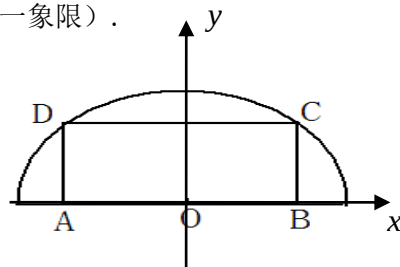
(3) 若成绩在 80.5~90.5 的学生为二等奖，问参赛学生中获得二等奖的学生约为多少人？

19. (本小题满分 12 分)

如图，在方程为 $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1 (y \geq 0)$ 的半椭圆形铝皮上截取一块矩形材料 $ABCD$ ，

其中点 A, B 在长轴上，点 C, D 在半椭圆上（其中点 C 在第一象限）。

若将所截得的矩形铝皮 $ABCD$ 卷成一个以 AD 为母线的圆柱形罐子的侧面（不计剪裁和拼接损耗），求做出的圆柱形罐子的体积的最大值，以及此时点 C 的坐标。



20.（本小题满分 12 分）

集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 0\}$ ，集合 $B = \{x | ax + b - a - 2 < 0, 0 \leq a \leq 2, 1 \leq b \leq 3\}$

（1）若 $a, b \in \mathbf{N}$ ，求 $A \cap B \neq \emptyset$ 的概率；

（2）若 $a, b \in \mathbf{R}$ ，求 $A \cap B = \emptyset$ 的概率。

21.（本小题满分 12 分）

已知中心在原点，焦点在 x 轴上，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的椭圆过点 $(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ，

（1）求椭圆方程；

（2）设不过原点 O 的直线 $l: y = kx + m (k \neq 0)$ ，与该椭圆交于 P, Q 两点，直线 OP, OQ 的斜率依次为 k_1, k_2 ，是否存在实数 m ，使得 $k_1 + k_2 = 4k$ 。若存在，求出 m 的值；若不存在，说明理由。

22.（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x) = x^4 + ax^3 + 2x^2 + b (x \in \mathbf{R})$ ，其中 $a, b \in \mathbf{R}$ 。

（1）当 $a = -\frac{10}{3}$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）若函数 $f(x)$ 仅在 $x = 0$ 处有极值，求 a 的取值范围；

（3）若对于任意的 $a \in [-2, 2]$ ，不等式 $f(x) \leq 1$ 在 $[-1, 1]$ 上恒成立，求 b 的取值范围。