2008——2009 学年度下学期期末考试

高一年级数学科答案

一、选择题

$ACCAD \quad BBCCD \quad AA$

二、填空题

13、$1-\sqrt{3}$； 14、$\dfrac{3}{2}$； 15、68； 16、$\dfrac{1}{10}$

三、解答题

17、（1）$\begin{cases} \tan\theta+\tan(\dfrac{\pi}{4}-\theta)=k \\ \tan\theta\cdot\tan(\dfrac{\pi}{4}-\theta)=2k-5 \end{cases}$ 又 $\tan\left[\theta+\left(\dfrac{\pi}{4}-\theta\right)\right]=\dfrac{\tan\theta+\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-\theta\right)}{1-\tan\theta\cdot\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-\theta\right)}$

$\therefore 1=\dfrac{k}{1-(2k-5)}$ 即 $k=2$ ————4 分

$\therefore$ 方程为 $x^2-2x-1=0$，得 $x_1=1+\sqrt{2}, x_2=1-\sqrt{2}$ ————6 分

（2）$\because \theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)\therefore \tan\theta>0$ 即 $\tan\theta=1+\sqrt{2}$ ————8 分

$$\frac{5\sin^2\frac{\theta}{2}+8\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}+11\cos^2\frac{\theta}{2}-8}{\sqrt{2}\sin(\theta-\frac{\pi}{4})}=\frac{5(1-\cos\theta)}{2}+4\sin\theta+\frac{11(1+\cos\theta)}{2}-8$$

$$=\frac{4\sin\theta+3\cos\theta}{\sin\theta-\cos\theta}$$

$$=\frac{4\tan\theta+3}{\tan\theta-1}=4+\frac{7\sqrt{2}}{2}$$ ————12 分

18、（1）①为 8，②为 0.44，③为 6，④为 0.12 ————4 分

（2）$(0.28+0.12)\times 800=320$，即在参加的

800 名学生中，大概有 320 名同学获奖。 ————8 分

（3）$S=G_1F_1+G_2F_2+G_3F_3+G_4F_4=78.6$ ————12 分

19、.解：①$\because f(x)=\vec{a}\bullet\vec{b}=2\cos\frac{x}{2}\bullet\sqrt{2}\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})+(1+\tan^2 x)\bullet\cos^2 x$

$\therefore f(x)=2\cos\frac{x}{2}(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2})+1=\sin x+\cos x+2=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})+2$ ——4 分

$\therefore f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2})$ 上的单调增区间为 $[0,\frac{\pi}{4}]$ ————6 分

②若 $f(\alpha)=\frac{5}{2}$，则 $f(\alpha)=\sin\alpha+\cos\alpha+2=\frac{5}{2}$，$\therefore\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{2}$

$\because\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，$\therefore\sin\alpha-\cos\alpha>0$。$\therefore\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-\sin 2\alpha}$

又 $\sin 2\alpha=-\frac{3}{4}$，$\therefore\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{\sqrt{7}}{2}$ ————10 分

$\therefore f(-\alpha)=\sin(-\alpha)+\cos(-\alpha)+2=\cos\alpha-\sin\alpha+2=2-\frac{\sqrt{7}}{2}$ ————12 分

20、（1）将四面体随机抛掷两次，朝下的面上的数字 (x,y) 的一切可能结果组成的基本事件空间为

$\Omega=\{(1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(2,1)(2,2)(2,3)(2,4)(3,1)(3,2)(3,3)(3,4)(4,1)(4,2)(4,3)(4,4)\}$

基本事件总数 $n=16$ ————2 分

事件 $A=$“点 (x,y) 恰好在直线 $x-y-1=0$ 上”$=\{(2,1)(3,2)(4,3)\}$ ————4 分

事件 A 包含 3 个基本事件，故 $P(A)=\frac{3}{16}$。 ——6 分

（2）设事件 B 为 $a+b\geq 15$

由于每个四面体的四个面上的数字之和都等于 1+2+3+4=10 ，

即 $x+a=y+b=10$，于是由 $a+b\geq 15$ 可得 $x+y\leq 5$，而满足 $x+y\leq 5$ 的情况有以下 10 种：（1，1），（1，2），（2，1），（1，3），（3，1），（2，2），（1，4），（2，3），（3，2），（4，1）。所以 $P(B)=\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$。

————12 分

21

$\because \dfrac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)}=\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\therefore (a^2+b^2)\sin(A-B)=(a^2-b^2)\sin(A+B)$

即$b^2\sin A\cdot\cos B=a^2\cos A\cdot\sin B$,由正弦定理得$\sin^2 B\cdot\sin A\cdot\cos B=\sin^2 A\cos A\cdot\sin B$

$\therefore \sin A\cdot\cos A=\sin B\cdot\cos B$即$\sin 2A=\sin 2B$

则 $A=B$或$A+B=\dfrac{\pi}{2}$，又由$\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}=-\dfrac{7}{25}$知$a\neq b$，故$A+B=\dfrac{\pi}{2}$，因此$\triangle ABC$为直角三角形。 ————6 分

（2） 由（1）知$a=6,b=8$。在$Rt\triangle$ABC 中，$\sin\angle CAB=\dfrac{3}{5},\cos\angle CAB=\dfrac{4}{5}$

$$\sin\angle PAC=\sin(60^0-\angle CAB)=\sin 60^0\cos\angle CAB-\cos 60^0\sin\angle CAB$$

$$=\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$$

连BP,CP，在$Rt\triangle$ABC 中，$AP=AB\cos 60^0=5$

$\therefore S_{ABCP}=S_{\angle ABC}+S_{\angle PAC}=\dfrac{1}{2}ab+\dfrac{1}{2}AP\cdot AC\cdot\sin\angle PAC=18+8\sqrt{3}$。

————12 分

22、（1）任取$x\in(2k-1,2k+1]$，$\because T=2\therefore f(x-2k)=f(x)$，而$x-2k\in(-1,1]$

$\therefore f(x)=f(x-2k)=\sin^2(x-2k)$ ————2 分

（2）$x\in\left(2,2+\dfrac{\pi}{4}\right]$，则$f(x)=\sin^2(x-2)$

$$\therefore g(x)=\sin^2(x-2)+(2a-1)\left|\sin(x-2)\right|+a^2+\frac{1}{4}=\sin^2(x-2)+(2a-1)\sin(x-2)+a^2+\frac{1}{4}$$

令$t=\sin(x-2)$ 则$t\in\left[0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$

设 $h(t)=t^2+(2a-1)t+a^2+\frac{1}{4}\left(t\in\left[0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]\right)$ ————4 分

① 当 $\frac{\sqrt{2}}{2}\le\frac{1}{2}-a$ 即 $a\le\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ 时，$h(t)$ 在 $\left[0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 上单调递减，

$\therefore h(t)_{\min}=h(\frac{\sqrt{2}}{2})=a^2+\sqrt{2}a+\frac{3-2\sqrt{2}}{4}$，此时 $\sin(x-2)=\frac{\sqrt{2}}{2}\therefore x=2+\frac{\pi}{4}$

$h(t)_{\max}=h(0)=a^2+\frac{1}{4}$，此时 $\sin(x-2)=0,x=2$ ————6 分

② 当 $0<\frac{1}{2}-a<\frac{\sqrt{2}}{2}$ 即 $\frac{1-\sqrt{2}}{2}<a<\frac{1}{2}$ 时

$\therefore h(t)_{\min}=h(\frac{1}{2}-a)=a$，

此时 $t=\frac{1}{2}-a$ 则 $\sin(x-2)=\frac{1}{2}-a\therefore x=\arcsin\left(\frac{1}{2}-a\right)+2$

若 $0\le\frac{1}{2}-a\le\frac{\sqrt{2}}{4}$ 即 $\frac{2-\sqrt{2}}{4}\le a<\frac{1}{2}$ 时，$h(t)_{\max}=h(\frac{\sqrt{2}}{2})=a^2+\sqrt{2}a+\frac{3-2\sqrt{2}}{4}$，

此时 $\sin(x-2)=\frac{\sqrt{2}}{2}\therefore x=2+\frac{\pi}{4}$

若 $\frac{\sqrt{2}}{4}<\frac{1}{2}-a<\frac{\sqrt{2}}{2}$ 即 $\frac{1-\sqrt{2}}{2}<a<\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ 时，$h(t)_{\max}=h(0)=a^2+\frac{1}{4}$ 即

$\sin(x-2)=0,x=2$ 取得

————10 分

③当 $\frac{1}{2}-a\le 0$，即 $a\ge\frac{1}{2}$ 时，$h(t)$ 在 $\left[0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ 上单调递增

$h(t)_{\min}=h(0)=a^2+\frac{1}{4}$，此时 $\sin(x-2)=0,x=2$

$\therefore h(t)_{\max} = h(\frac{\sqrt{2}}{2}) = a^2 + \sqrt{2}a + \frac{3-2\sqrt{2}}{4}$，此时 $\sin(x-2) = \frac{\sqrt{2}}{2} \therefore x = 2 + \frac{\pi}{4}$

————12 分

综上

$$g(x)_{\max} = \begin{cases} a^2 + \frac{1}{4} & (a \le \frac{2-\sqrt{2}}{4}) \quad 此时x = 2 \\ a^2 + \sqrt{2}a + \frac{3-2\sqrt{2}}{4} & (a > \frac{2-\sqrt{2}}{4}) \quad 此时x = 2 + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$g(x)_{\min} = \begin{cases} a^2 + \frac{1}{4} & (a \ge \frac{1}{2}) \quad 此时x = 2 \\ a & (\frac{1-\sqrt{2}}{2} < a < \frac{1}{2}) \quad 此时x = \arcsin(\frac{1}{2} - a) + 2 \\ a^2 + \sqrt{2}a + \frac{3-2\sqrt{2}}{4} & (\mathrm{a} \le \frac{1-\sqrt{2}}{2}) \quad 此时x = 2 + \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

————14 分