

2017-2018 学年高一（上）期中数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分）

1. (5 分) 设全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $(C_I A) \cup (C_I B)$ 等于 ()

A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

2. (5 分) 函数 $y = \frac{\ln(x-1)}{\sqrt{2x-x^2}}$ 的定义域是 ()

A. $(0, 2)$ B. $(1, 2)$ C. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

3. (5 分) 由 $a^2, 2-a, 4$ 组成一个集合 A , A 中含有 3 个元素, 则实数 a 的取值可以是 ()

A. 1 B. -2 C. 6 D. 2

4. (5 分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \lg x, & x > 0 \\ x+3, & x \leq 0 \end{cases}$, 若 $f(a) + f(1) = 0$, 则实数 a 的值等于 ()

A. -3 B. -1 C. 1 D. -3 或 1

5. (5 分) 函数 $y = a^x$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值与最小值的和为 3, 则 $a =$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. 4 D. $\frac{1}{4}$

6. (5 分) 设集合 $M = \{x | x^2 \leq 4\}$, $N = \{x | \log_2 x \geq 1\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()

A. $[-2, 2]$ B. $\{2\}$ C. $[2, +\infty)$ D. $[-2, +\infty)$

7. (5 分) $y = x^{\frac{3}{5}}$ 在 $[-1, 1]$ 上是 ()

A. 增函数且是奇函数 B. 增函数且是偶函数

C. 减函数且是奇函数 D. 减函数且是偶函数

8. (5 分) 设集合 $A = \{x | |x-a| < 3\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 > 0\}$, 若 $A \cup B = \mathbb{R}$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-1, 2]$ B. $(-1, 2)$ C. $[-2, 1]$ D. $(-2, -1)$

9. (5 分) 设 $a = \log_3 6$, $b = \log_5 10$, $c = \log_7 14$, 则 ()

A. $c > b > a$ B. $b > c > a$ C. $a > c > b$ D. $a > b > c$

10. (5分) 在下列区间中函数 $f(x) = e^x + 2x - 4$ 的零点所在的区间为 ()

A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $(1, \frac{3}{2})$

11. (5分) 设 $f(x) = 2^x - x^2$, 用二分法求方程 $2^x - x^2 = 0$ 在 $x \in (-1, 0)$ 内近似解的过程中得 $f(-1) < 0$, $f(-0.5) > 0$, $f(-0.75) > 0$ 则方程的根落在区间 ()

A. $(-1, -0.75)$ B. $(-0.75, -0.5)$ C. $(-0.5, 0)$ D. 不能确定

12. (5分) 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 为增函数, 且 $f(3) = 0$ 那么不等式 $xf(x) < 0$ 的解集是 ()

A. $(-3, -1) \cup (1, 3)$ B. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$ C. $(-3, 0) \cup (0, 3)$
D. $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. (5分) 函数 $y = (m^2 + 2m - 2)x^{\frac{1}{m-1}}$ 是幂函数, 则 $m =$ _____.

14. (5分) $(\log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 8) =$ _____.

15. (5分) 若函数 $f(x) = a^x - x - a$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 有两个零点, 则实数 a 的取值范围是 _____.

16. (5分) 已知函数 $f(x)$ 是偶函数, 且它在 $[0, +\infty)$ 上是减函数, 若 $f(\lg x) > f(1)$, 则 x 的取值范围是 _____.

三、解答题 (共 6 小题, 满分 70 分)

17. (10分) 设集合 $A = \{x | 0 < x - m < 3\}$, $B = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 3\}$. 分别求满足下列条件的实数 m 的取值范围:

(1) $A \cap B = \emptyset$;

(2) $A \cup B = B$.

18. (12分) (1) 计算: $(-3)^0 - (1 - 0.5^{-2}) \div (3\frac{3}{8})^{\frac{1}{2}}$

(2) 已知 $a = \log_3 2$, $3^b = 5$ 用 a, b 表示 $\log_3 \sqrt{30}$.

19. (12分) 已知 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ ($x \in \mathbb{R}$) 且 $x \neq -1$, $g(x) = x^2 + 2$ ($x \in \mathbb{R}$).

- (1) 求 $f(2)$, $g(2)$ 的值;
- (2) 求 $f[g(2)]$ 的值;
- (3) 求 $f[g(x)]$ 和 $g[f(x)]$ 的解析式.

20. (12 分) 已知奇函数 $f(x)$ 是定义在 $(-1, 1)$ 上的单调减函数, 且 $f(1-a) + f(1-a^2) < 0$, 求实数 a 的取值范围.

21. (12 分) 设函数 $f(x) = \log_2(4x) \cdot \log_2(2x)$, $\frac{1}{4} \leq x \leq 4$,

- (1) 若 $t = \log_2 x$, 求 t 取值范围;
- (2) 求 $f(x)$ 的最值, 并给出最值时对应的 x 的值.

22. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1+a \cdot 2^x}{2^x + b}$ 是奇函数, 并且函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(1, 3)$.

- (1) 求实数 a , b 的值.
- (2) 求函数 $f(x)$ 在 $x < 0$ 时的值域.

2017-2018 学年高一（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分）

1. （5 分）设全集 $I = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ，集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ ，集合 $B = \{2, 3, 4\}$ ，则 $(C_I A) \cup (C_I B)$ 等于（ ）

A. $\{0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{0, 1, 4\}$ D. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

【解答】解： $C_I A = \{4\}$ ， $C_I B = \{0, 1\}$ ，

$$(C_I A) \cup (C_I B) = \{0, 1, 4\},$$

故选 C

【点评】本题考查集合的基本运算，较简单.

2. （5 分）函数 $y = \frac{\ln(x-1)}{\sqrt{2x-x^2}}$ 的定义域是（ ）

A. $(0, 2)$ B. $(1, 2)$ C. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

【解答】解： $\because \begin{cases} x-1 > 0 \\ 2x-x^2 > 0 \end{cases}$ ，解得 $1 < x < 2$ ，

$\therefore$ 函数 $y = \frac{\ln(x-1)}{\sqrt{2x-x^2}}$ 的定义域是 $\{x | 1 < x < 2\}$.

故选 B.

【点评】熟练掌握不同类型函数的定义域的求法是解题的关键.

3. （5 分）由 a^2 ， $2-a$ ， 4 组成一个集合 A ， A 中含有 3 个元素，则实数 a 的取值可以是（ ）

A. 1 B. -2 C. 6 D. 2

【解答】解：当 $a=1$ 时，由 $a^2=1$ ， $2-a=1$ ， 4 组成一个集合 A ， A 中含有 2 个元素，

当 $a = -2$ 时，由 $a^2=4$ ， $2-a=4$ ， 4 组成一个集合 A ， A 中含有 1 个元素，
 当 $a=6$ 时，由 $a^2=36$ ， $2-a=-4$ ， 4 组成一个集合 A ， A 中含有 3 个元素，
 当 $a=2$ 时，由 $a^2=4$ ， $2-a=0$ ， 4 组成一个集合 A ， A 中含有 2 个元素，
 故选 C.

【点评】本题考查元素与集合的关系，基本知识的考查.

4. (5 分) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \lg x, & x > 0 \\ x+3, & x \leq 0 \end{cases}$ ，若 $f(a) + f(1) = 0$ ，则实数 a 的值等于 ()

A. -3 B. -1 C. 1 D. -3 或 1

【解答】解：由分段函数的表达式可知 $f(1) = \lg 1 = 0$ ，
 则方程 $f(a) + f(1) = 0$ ，
 即 $f(a) = 0$ ，
 若 $a > 0$ ，则 $\lg a = 0$ ，解得 $a = 1$ ，
 若 $a \leq 0$ ，则 $f(a) = a + 3 = 0$ ，解得 $a = -3$ ，
 综上 $a = -3$ 或 $a = 1$ ，
 故选：D

【点评】本题主要考查函数值的计算，根据分段函数进行分段求解是解决本题的关键.

5. (5 分) 函数 $y = a^x$ 在 $[0, 1]$ 上的最大值与最小值的和为 3，则 $a =$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. 4 D. $\frac{1}{4}$

【解答】解：根据题意，由 $y = a^x$ 的单调性，
 可知其在 $[0, 1]$ 上是单调函数，即当 $x=0$ 和 1 时，取得最值，
 即 $a^0 + a^1 = 3$ ，
 再根据其图象，可得 $a^0 = 1$ ，
 则 $a^1 = 2$ ，
 即 $a = 2$ ，
 故选 B.

【点评】本题考查指数函数的单调性及其图象的特殊点，难度不大，要求学生能熟练运用这些性质.

6. (5 分) 设集合 $M=\{x|x^2\leq 4\}$, $N=\{x|\log_2 x\geq 1\}$, 则 $M\cap N$ 等于 ()

A. $[-2, 2]$ B. $\{2\}$ C. $[2, +\infty)$ D. $[-2, +\infty)$

【解答】解: 由 $M=\{x|x^2\leq 4\}=\{x|-2\leq x\leq 2\}$,

$N=\{x|\log_2 x\geq 1\}=\{x|x\geq 2\}$,

则 $M\cap N=\{x|-2\leq x\leq 2\}\cap\{x|x\geq 2\}=\{2\}$.

故选 B.

【点评】本题考查了交集及其运算, 考查了一元二次不等式及对数不等式的解法, 是基础的计算题.

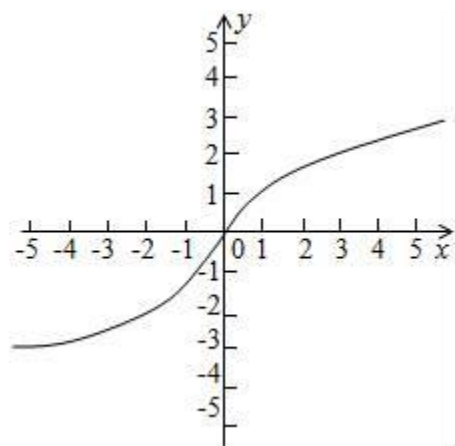
7. (5 分) $y=x^{\frac{3}{5}}$ 在 $[-1, 1]$ 上是 ()

A. 增函数且是奇函数 B. 增函数且是偶函数
C. 减函数且是奇函数 D. 减函数且是偶函数

【解答】解: 考查幂函数 $y=x^{\frac{3}{5}}$.

$\because \frac{3}{5} > 0$, 根据幂函数的图象与性质
可得在 $[-1, 1]$ 上的单调增函数, 是奇函数.

故选 A.



【点评】本题主要考查幂函数的图象与性质, 幂函数是重要的基本初等函数模型

之一. 学习幂函数重点是掌握幂函数的图形特征, 即图象语言, 熟记幂函数的图象、性质.

8. (5 分) 设集合 $A=\{x \mid |x-a|<3\}$, $B=\{x \mid x^2-x-2>0\}$, 若 $A \cup B = \mathbb{R}$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-1, 2]$ B. $(-1, 2)$ C. $[-2, 1]$ D. $(-2, -1)$

【解答】解: 由题意可得 $A=\{x \mid a-3<x<a+3\}$, $B=\{x \mid x>2 \text{ 或 } x<-1\}$

$\because A \cup B = \mathbb{R}$,

$$\therefore \begin{cases} a-3 < -1 \\ a+3 > 2 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < a < 2$$

故选 B

【点评】本题考查二次不等式的解法、绝对值不等式的解法、集合的并集的求法.

9. (5 分) 设 $a=\log_3 6$, $b=\log_5 10$, $c=\log_7 14$, 则 ()

A. $c>b>a$ B. $b>c>a$ C. $a>c>b$ D. $a>b>c$

【解答】解: 因为 $a=\log_3 6=1+\log_3 2$, $b=\log_5 10=1+\log_5 2$, $c=\log_7 14=1+\log_7 2$,

因为 $y=\log_2 x$ 是增函数, 所以 $\log_2 7>\log_2 5>\log_2 3$,

$$\therefore \log_2 7 = \frac{1}{\log_7 2}, \quad \log_2 5 = \frac{1}{\log_5 2}, \quad \log_2 3 = \frac{1}{\log_3 2}$$

所以 $\log_3 2 > \log_5 2 > \log_7 2$,

所以 $a > b > c$,

故选 D.

【点评】本题主要考查不等式与不等关系, 对数函数的单调性的应用, 不等式的基本性质的应用, 属于基础题.

10. (5 分) 在下列区间中函数 $f(x)=e^x+2x-4$ 的零点所在的区间为 ()

A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $(1, \frac{3}{2})$

【解答】解: 因为 $f(\frac{1}{2})=e^{\frac{1}{2}}-3<0$, $f(1)=e-2>0$, 所以零点在区间 $(\frac{1}{2}, 1)$

上，

故选 B.

【点评】本题考查了函数零点的概念与零点定理的应用，属于容易题．函数零点附近函数值的符号相反，这类选择题通常采用代入排除的方法求解．

11. (5 分) 设 $f(x) = 2^x - x^2$ ，用二分法求方程 $2^x - x^2 = 0$ 在 $x \in (-1, 0)$ 内近似解的过程中得 $f(-1) < 0$ ， $f(-0.5) > 0$ ， $f(-0.75) > 0$ 则方程的根落在区间 ()

A. $(-1, -0.75)$ B. $(-0.75, -0.5)$ C. $(-0.5, 0)$ D. 不能确定

【解答】解：∵ $f(-1) < 0$ ， $f(-0.5) > 0$ ， $f(-0.75) > 0$ ，

∴ 方程的根落在区间 $(-1, -0.75)$

故选 A.

【点评】本题考查零点存在定理，考查学生分析解决问题的能力，属于基础题．

12. (5 分) 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数，当 $x > 0$ 时， $f(x)$ 为增函数，且 $f(3) = 0$ 那么不等式 $xf(x) < 0$ 的解集是 ()

A. $(-3, -1) \cup (1, 3)$ B. $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$ C. $(-3, 0) \cup (0, 3)$
D. $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$

【解答】解：∵ $f(x)$ 为奇函数，且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数， $f(3) = 0$ ，

∴ $f(3) = -f(-3) = 0$ ，在 $(-\infty, 0)$ 内是增函数

∴ $xf(x) < 0$ 则 $\begin{cases} x > 0 \\ f(x) < 0 = f(3) \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x < 0 \\ f(x) > 0 = f(-3) \end{cases}$

根据在 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, +\infty)$ 内是都是增函数

解得： $x \in (-3, 0) \cup (0, 3)$

故选 C.

【点评】本题主要考查了函数的奇偶性的性质，以及函数单调性的应用等有关知识，属于基础题．结合函数的草图，会对此题有更深刻的理解．

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. (5分) 函数 $y = (m^2 + 2m - 2)x^{\frac{1}{m-1}}$ 是幂函数, 则 $m = \underline{-3}$.

【解答】解: 令 $m^2 + 2m - 2 = 1$

解得 $m = 1$, 或 $m = -3$.

当 $m = 1$ 时, $\frac{1}{m-1}$ 无意义, $\therefore m = 1$ 舍去,

则 $m = -3$.

故答案为: -3 .

【点评】本题考查幂函数的形式: 形如 $y = x^a$ 的函数为幂函数.

14. (5分) $(\log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 8) = \underline{\frac{25}{12}}$.

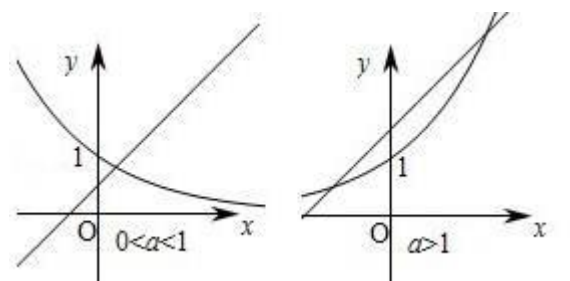
【解答】解: 原式 $= \left(\frac{\lg 3}{\lg 4} + \frac{\lg 3}{\lg 8}\right) \left(\frac{\lg 2}{\lg 3} + \frac{\lg 8}{\lg 9}\right)$
 $= \left(\frac{\lg 3}{2\lg 2} + \frac{\lg 3}{3\lg 2}\right) \left(\frac{\lg 2}{\lg 3} + \frac{3\lg 2}{2\lg 3}\right) = \frac{5\lg 3}{6\lg 2} \cdot \frac{5\lg 2}{2\lg 3} = \frac{25}{12}$.

故答案为 $\frac{25}{12}$

【点评】本题考查的知识点是对数的运算性质, 换底公式, 熟练掌握对数的运算性质及换底公式及其推论是解答对数化简求值类问题的关键.

15. (5分) 若函数 $f(x) = a^x - x - a$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 有两个零点, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{(1, +\infty)}$.

【解答】解: 令 $g(x) = a^x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$), $h(x) = x + a$, 分 $0 < a < 1$, $a > 1$ 两种情况.



在同一坐标系中画出两个函数的图象, 如图, 若函数 $f(x) = a^x - x - a$ 有两个不同的零点, 则函数 $g(x)$, $h(x)$ 的图象有两个不同的交点. 根据画出的图象只

有当 $a > 1$ 时符合题目要求.

故答案为: $(1, +\infty)$

【点评】作出图象, 数形结合, 事半功倍.

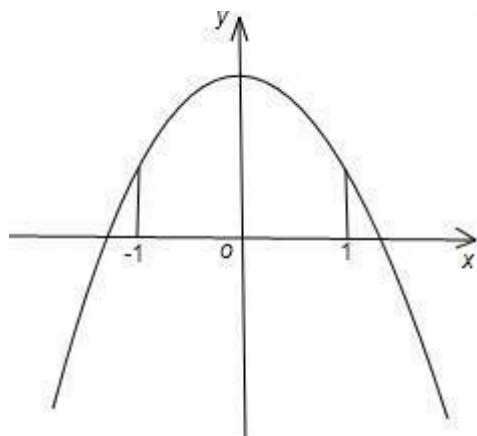
16. (5 分) 已知函数 $f(x)$ 是偶函数, 且它在 $[0, +\infty)$ 上是减函数, 若 $f(\lg x) > f(1)$, 则 x 的取值范围是 $(\frac{1}{10}, 10)$.

【解答】解: 该函数的草图如图

由图可知若 $f(\lg x) > f(1)$,

则 $-1 < \lg x < 1$,

$\therefore \frac{1}{10} < x < 10$.



【点评】函数性质的综合应用是函数问题的常见题型, 在解决这一类问题是要注意培养数形结合的思想方法.

三、解答题 (共 6 小题, 满分 70 分)

17. (10 分) 设集合 $A = \{x | 0 < x - m < 3\}$, $B = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 3\}$. 分别求满足下列条件的实数 m 的取值范围:

(1) $A \cap B = \emptyset$;

(2) $A \cup B = B$.

【解答】解: (1) $\because$ 集合 $A = \{x | 0 < x - m < 3\} = \{m < x < m+3\}$, $B = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 3\}$.

$A \cap B = \emptyset$,

$$\therefore \begin{cases} m \geq 0 \\ m+3 \leq 3 \end{cases}, \text{解得 } m=0.$$

$\therefore$ 实数 m 的取值范围是 $\{0\}$.

(2) $\because$ 集合 $A = \{x | 0 < x - m < 3\} = \{m < x < m+3\}$, $B = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 3\}$.

$$A \cup B = B,$$

$$\therefore A \subseteq B,$$

$$\therefore m \geq 3 \text{ 或 } m+3 \leq 0,$$

解得 $m \geq 3$ 或 $m \leq -3$.

$\therefore$ 实数 m 的取值范围是 $(-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$.

【点评】 本题考查实数的取值范围的求法, 考查并集、补集、子集等基础知识, 考查运算求解能力, 考查函数与方程思想, 是基础题.

18. (12分) (1) 计算: $(-3)^0 - (1 - 0.5^{-2}) \div (3\frac{3}{8})^{\frac{1}{2}}$

(2) 已知 $a = \log_3 2$, $3^b = 5$ 用 a , b 表示 $\log_3 \sqrt{30}$.

【解答】 解: (1) $(-3)^0 - (1 - 0.5^{-2}) \div (3\frac{3}{8})^{\frac{1}{2}} = 1 - (-3) \div [(\frac{3}{2})^3]^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{2\sqrt{6}}{3}$;

(2) $\because 3^b = 5$,

$$\therefore b = \log_3 5,$$

$$\text{则 } \log_3 \sqrt{30} = \frac{1}{2} \log_3 30 = \frac{1}{2} (\log_3 5 + \log_3 6) = \frac{1}{2} (\log_3 5 + 1 + \log_3 2) = \frac{1}{2} (1 + a + b).$$

【点评】 本题主要考查有理指数幂的化简求值, 考查对数的化简, 根据对数的运算性质是解决本题的关键, 是基础题.

19. (12分) 已知 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ ($x \in \mathbb{R}$) 且 $x \neq -1$, $g(x) = x^2 + 2$ ($x \in \mathbb{R}$).

(1) 求 $f(2)$, $g(2)$ 的值;

(2) 求 $f[g(2)]$ 的值;

(3) 求 $f[g(x)]$ 和 $g[f(x)]$ 的解析式.

【解答】 解: $\because f(x) = \frac{1}{1+x}$ ($x \in \mathbb{R}$ 且 $x \neq -1$), $g(x) = x^2 + 2$ ($x \in \mathbb{R}$),

$$(1) \therefore f(2) = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}, g(2) = 2^2+2=6,$$

$$\therefore f(2) = \frac{1}{3}, g(2) = 6,$$

$$(2) \text{ 由 (1) 知 } g(2) = 6,$$

$$\therefore f[g(2)] = f(6) = \frac{1}{6+1} = \frac{1}{7},$$

$$\therefore f[g(2)] = \frac{1}{7},$$

$$(3) f[g(x)] = f(x^2+2) = \frac{1}{x^2+2+1} = \frac{1}{x^2+3},$$

$$\therefore f[g(x)] = \frac{1}{x^2+3},$$

$$g[f(x)] = g\left(\frac{1}{1+x}\right) = \left(\frac{1}{1+x}\right)^2+2.$$

【点评】本题主要考察了已知函数解析式求函数值问题，使用方法就是代入取值，属于基础题.

20. (12 分) 已知奇函数 $f(x)$ 是定义在 $(-1, 1)$ 上的单调减函数，且 $f(1-a) + f(1-a^2) < 0$ ，求实数 a 的取值范围.

【解答】解：根据题意， $\because f(1-a) + f(1-a^2) < 0$,

$$\therefore f(1-a) < -f(1-a^2),$$

又 $\because f(x)$ 是奇函数，则 $-f(1-a^2) = f(a^2-1)$,

$$\therefore f(1-a) < f(a^2-1),$$

又由 $f(x)$ 是定义在 $(-1, 1)$ 上的单调减函数，

$$\text{则有 } \begin{cases} -1 < 1-a < 1 \\ -1 < a^2-1 < 1 \\ 1-a > a^2-1 \end{cases},$$

解可得 $0 < a < 1$;

则 a 的取值范围是 $(0, 1)$.

【点评】本题考查奇偶性与单调性的综合，解答的易错点为忽略函数的定义域，而只解“ $1-a > a^2-1$ ”一个不等式.

21. (12分) 设函数 $f(x) = \log_2(4x) \cdot \log_2(2x)$, $\frac{1}{4} \leq x \leq 4$,

(1) 若 $t = \log_2 x$, 求 t 取值范围;

(2) 求 $f(x)$ 的最值, 并给出最值时对应的 x 的值.

【解答】解: (1) $\because \frac{1}{4} \leq x \leq 4$,

$\therefore t = \log_2 x \in [-2, 2]$.

(2) 由(1)可得: $f(x) = \log_2(4x) \cdot \log_2(2x) = (2 + \log_2 x)(1 + \log_2 x) = t^2 + 3t + 2 = (t + \frac{3}{2})^2 - \frac{1}{4}$;

$\therefore t = -\frac{3}{2}$, 可得 $\log_2 x = -\frac{3}{2}$, 解得 $x = 2^{-\frac{3}{2}}$ 时, $f(x)_{\min} = -\frac{1}{4}$.

当 $t = 2$ 即 $x = 4$ 时, $f(x)_{\max} = 12$.

【点评】本题考查了指数函数与对数函数的单调性、二次函数的单调性, 考查了推理能力与计算能力, 属于中档题.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{1+a \cdot 2^x}{2^x+b}$ 是奇函数, 并且函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(1, 3)$.

(1) 求实数 a, b 的值.

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $x < 0$ 时的值域.

【解答】解: (1) 因为函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(1, 3)$,

所以 $f(1) = 3$, 即 $\frac{1+2a}{2+b} = 3$, ①

因为 $f(x) = \frac{1+a \cdot 2^x}{2^x+b}$ 是奇函数,

所以 $f(-1) = -3$, 即 $\frac{1+\frac{1}{2}a}{\frac{1}{2}+b} = -3$, ②

由①②解得 $a=1, b=-1$,

所以实数 a, b 的值为 $1, -1$;

(2) 由(1)得, $f(x) = \frac{1+2^x}{2^x-1} = 1 + \frac{2}{2^x-1}$,

又 $x < 0$, 则 $0 < 2^x < 1$, $-1 < 2^x - 1 < 0$,

所以 $\frac{2}{2^x - 1} < -2$, 即 $\frac{2}{1 + 2^x - 1} < -1$,

故函数 $f(x)$ 在 $x < 0$ 时的值域为 $(-\infty, -1)$.

【点评】 本题考查奇函数的性质, 指数函数的性质的综合应用, 考查待定系数法求函数的解析式.