2014-2015 学年度下学期期末考试高一年级数学科试卷

注意事项：

1．本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。

3．回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

4．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一．选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）$\sin 210^\circ + \cos 300^\circ =$ （　　）

（A）-1　　（B）0　　（C）1　　（D）$\sqrt{3}$

（2）已知 $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$，则 $\tan(45^\circ + \alpha) =$ （　　）

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

（3）下列叙述中错误的是： （　　）

（A）如果事件 A 与事件 B 对立，则 $P(A)+P(B)=1$

（B）如果事件 A 与事件 B 互斥，则 $P(A\cup B)=1$

（C）如果事件 A 包含于事件 B，则 $P(A)\le P(B)$

（D）如果事件 A 与事件 B 相等，则 $P(A)=P(B)$

（4）现有一组数据：

17.7，16.3，14.6，18.7，17.9，12.0，15.3，14.6，14.0，18.9，21.0，18.1

某同学借助计算机对这组数据进行统计学分析. 在数据录入的过程中该同学不慎将某一数据的小数点遗漏（例如将数据 17.9 录入为 179）. 则有误数据的计算结果，与正确数据的计算结果可能相同的是 （　　）

（A）平均数　　（B）标准差　　（C）极差　　（D）中位数

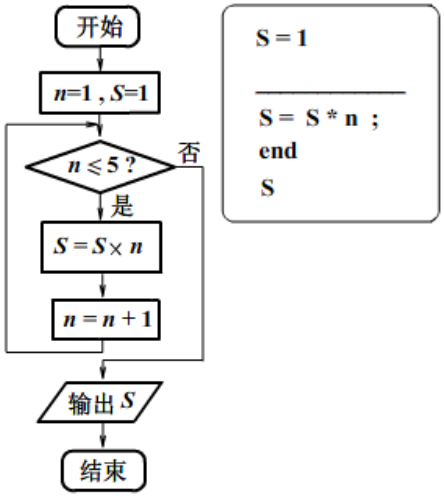
（5）已知 $\boldsymbol{a}=(1,3)$，$\boldsymbol{b}=(x,2)$，$\boldsymbol{c}=(1,2)$，若 $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) \parallel \boldsymbol{c}$，则 $x=$ （　　）

（A）-1　　（B）0　　（C）1　　（D）2

（6）已知平面向量$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，且$\boldsymbol{a}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则$|2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$的值是　　（　　）

（A）2　　（B）$2\sqrt{2}$　　（C）$2\sqrt{3}$　　（D）4

（7）根据程序框图（左图）写出程序（右图），则程序中横线处所缺少的语句及运行的结果是　　（　　）



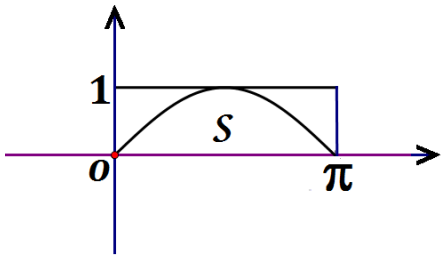
（A）for n=1 :1 : 5 和120

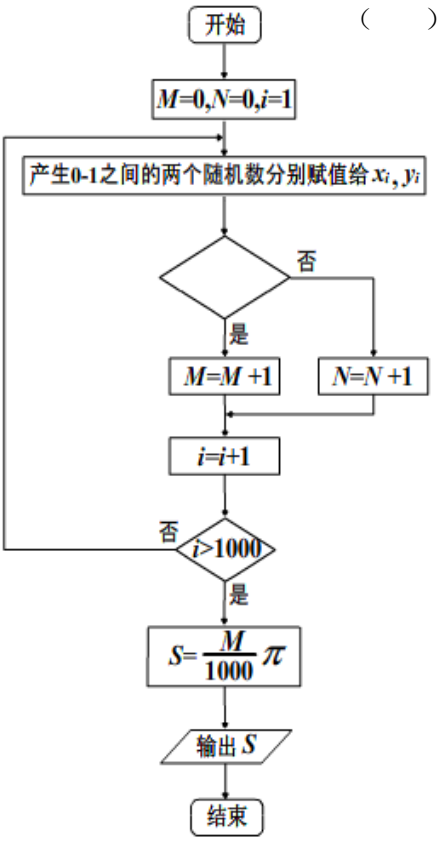
（B）for n=1 :1 : 5 和720

（C）while n=1 :1 : 5 和120

（D）while n=1 :1 : 5 和720

（8）设曲线$y=\sin x$（$0\le x\le\pi$）与线段$y=0$（$0\le x\le\pi$）所围成区域的面积为S（左图）．我们可以用随机模拟的方法估计S的值，进行随机模拟的程序框图如下．S表示估计结果，则图中空白框内应填入　　（　　）





（A）$y_i\le\sin x_i$

（B）$y_i\ge\sin x_i$

（C）$y_i\le\sin(\pi x_i)$

（D）$y_i\ge\sin(\pi x_i)$

(9) 将函数 $y=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ 的图象的横坐标扩大到原来的 2 倍(纵坐标不变)，然后再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，则所得图象的函数解析式是 （　　）

（A） $y=\sin(x+\frac{\pi}{12})$　　（B） $y=\sin(x+\frac{7\pi}{12})$

（C） $y=\sin(4x+\frac{5\pi}{12})$　　（D） $y=\sin(4x+\frac{\pi}{12})$

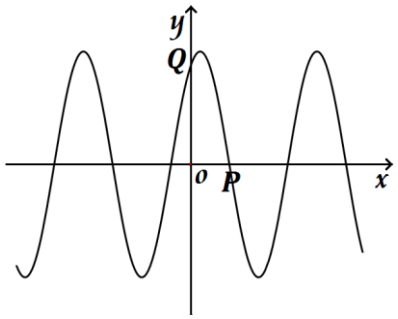
(10)函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0$，$0\le\varphi<2\pi$）的部分图像如图所示，点 $P(\frac{2\pi}{9},0)$ 是该图像与 x 轴一个交点，点 $Q(0,\sqrt{3})$ 是该图像与 y 轴交点，则 （　　）

（A） $f(x)=2\sin(3x+\frac{\pi}{3})$

（B） $f(x)=2\sin(3x+\frac{2\pi}{3})$

（C） $f(x)=2\sin(\frac{15}{2}x+\frac{\pi}{3})$

（D） $f(x)=2\sin(\frac{15}{2}x+\frac{2\pi}{3})$



(11) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 A．若函数 $f(x)$ 满足：（ⅰ）$A=\{x\mid x\neq 2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$；（ⅱ）函数 $f(x)$ 是奇函数；（ⅲ）对任意 $x\in A$，有 $f(x+1)=-\frac{1}{f(x)}$．则下面关于函数 $f(x)$ 的叙述中错误的是 （　　）

（A）函数 $f(x)$ 是周期函数，且最小正周期是 2

（B）函数 $f(x)$ 的图像关于点 $(1,0)$ 中心对称

（C）函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上是增函数

（D）函数 $f(x)$ 的零点是 $x=2k$（其中 $k\in\mathbf{Z}$）

(12) 已知点 O 是△ ABC 所在平面内一点，且点 O 不在△ ABC 三边所在直线上. 设点 P 满足 $\overrightarrow{OP}=\lambda_1\overrightarrow{OA}+\lambda_2\overrightarrow{OB}+\lambda_3\overrightarrow{OC}$（其中 $\lambda_i\in\mathbf{R}$，$i=1,2,3$），则下列叙述中正确的是

①当 $\lambda_1=1$ 且 $\lambda_2=\lambda_3=0$ 时，点 P 与点 A 重合； （　　）

②当 $\lambda_1+\lambda_2=1$ 且 $\lambda_3=0$ 时，点 P 在直线 AB 上；

③当 $\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3=1$ 且 $\lambda_i>0$（其中 $i=1,2,3$）时，点 P 在△ ABC 内.

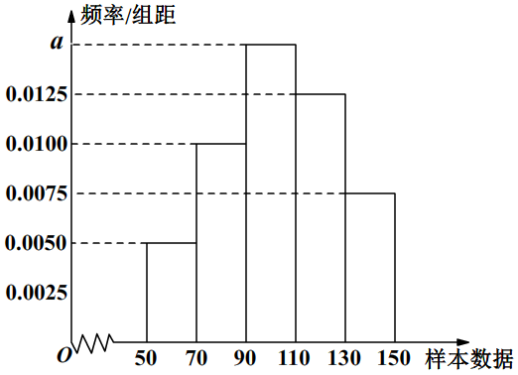
（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）3

第II卷

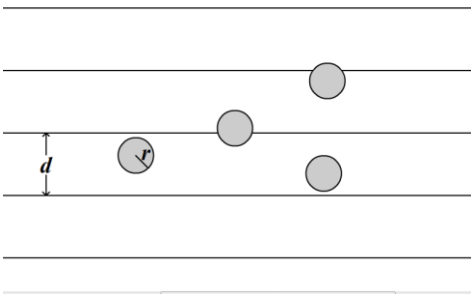
二．填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分。

（13）为了了解 2400 名学生的学习情况，计划采用系统抽样的方法从全体学生中抽取容量为 50 的样本，则分段间隔为_____.

（14）有一个容量为 200 的样本，样本数据分组为 $[50,70)$，$[70,90)$，$[90,110)$，$[110,130)$，$[130,150]$，其频率分布直方图如图所示．根据样本的频率分布直方图估计样本数据落在区间 $[90,110)$ 内的频数为_____.



第（14）题图



第（15）题图

（15）在一平面上画有一组间距为 d 的平行线. 现将一个质地均匀、半径为 r（$2r<d$）的圆形硬币随机地投掷到这个平面上，如图．则此硬币与任何一条平行线都不相交的概率是_____.

（16）设△ ABC 的三个内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，下列有关等边三角形的四项叙述：

①若 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$，则△ ABC 是等边三角形；

②若 $\dfrac{a}{\cos A}=\dfrac{b}{\cos B}=\dfrac{c}{\cos C}$，则△ ABC 是等边三角形；

③若 $\dfrac{a}{\tan A}=\dfrac{b}{\tan B}=\dfrac{c}{\tan C}$，则△ ABC 是等边三角形；

④若 $\dfrac{a}{A}=\dfrac{b}{B}=\dfrac{c}{C}$，则△ ABC 是等边三角形.

其中，正确叙述的序号是_____.

三．解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分 10 分）

已知函数 $f(x)=(\sin x-\cos x)^2-\cos 2x$ （$x\in\mathbf{R}$）.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

（18）（本小题满分 12 分）

设锐角△ABC 内角 A,B,C 所对应的边分别为 a,b,c．已知 $2a\sin B=\sqrt{3}b$.

（Ⅰ）求角 A 的大小；

（Ⅱ）若 $a=\sqrt{7}$，$b=2$，求 $\cos C$.

（19）（本小题满分 12 分）

某同学为研究 G 地区年降水量(单位：毫米)对粮食单产(单位：公斤/公顷)的影响，对 2004 年至 2014 年的降水量 x_i 和粮食单产 y_i（$i=1,2,3,\cdots,11$）数据作了调查，相应数据如下：

年　份	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
降水量(毫米)	1455	1616	1816	1627	1523	1280	1803	1822	1368	1323	1488
单　产(公斤／公顷)	4118	4070	4132	4144	4228	4180	4150	4180	4222	3983	4391

（Ⅰ）画出散点图；

（Ⅱ）该同学对以上数据作了初步处理，得到下面一些统计量的值：

$$\bar{x}=1556,\qquad \bar{y}=4163,$$

$$\sum_{i=1}^{11}(x_i-\bar{x})^2\approx 3.90\times 10^5,\quad \sum_{i=1}^{11}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})\approx -6.28\times 10^2,$$

请根据这些数据，建立 y 关于 x 的回归直线方程（其中 $\hat{b}$ 保留两位有效数字，$\hat{a}$ 保留四位有效数字）；

（Ⅲ）气象局预计 2015 年 G 地区年降水量为 1700－1800 毫米，请由（Ⅱ）的结论估计 2015 年 G 地区的粮食单产 y（单位：公斤/公顷），并给出 G 地区年降水量 x（单位：毫米）对粮食单产 y（单位：公斤/公顷）影响的统计学结论.

附： 对于一组数据 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，……，(x_n,y_n)，其回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为：

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2},\quad a=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}.$$

（20）（本小题满分 12 分）

某校为了解甲乙两班学生英语考试成绩，在甲乙两班分别随机抽取10 名同学，记录他们的英语考试成绩（单位：分），获得数据如下：

甲班：129，118，133，125，119，126，124，130，127，121；

乙班：133，124，126，119，134，128，126，133，125，132.

（Ⅰ）根据两组数据完成两班英语考试成绩的茎叶图，并根据茎叶图判断哪个班的平均成绩较高（不要求计算出具体值，得出结论即可）；

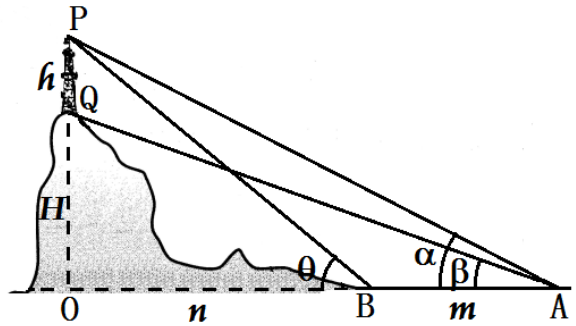
（Ⅱ）由这20 名同学中成绩高于129 分的同学组成一个小组；从该小组中任取2 名同学，求他们的英语成绩之差大于1 分的概率.

甲		乙
	13	
	12	
	11	

（21）（本小题满分 12 分）

如图，勘探队员朝一座山行进，在前后两处 A,B 观察塔尖 P 及山顶 Q. 已知 A,B,O 在同一水平面，P,Q,A,B,O 在同一平面且与水平面垂直.

设塔高 $PQ=h$，山高 $QO=H$，$AB=m$，$BO=n$，仰角 $\angle PAO=\alpha$，仰角 $\angle QAO=\beta$，仰角 $\angle PBO=\theta$.



（Ⅰ）试用 m,α,β,θ 表示 h；

（Ⅱ）设仰角 $\angle QBO=\omega$. 写出（不必说明理由）用 m,α,θ,ω 表示 h 的代数式.

（22）（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+\sin^2 x}+\sin x-1}{\sqrt{1+\sin^2 x}+\sin x+1}$，其中 $x\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）证明：2π 是函数 $f(x)$ 的周期；

（Ⅱ）①指出并证明函数 $f(x)$ 的奇偶性；

②写出（不必说明理由）函数 $y=f(x)$ 图像的一条对称轴；

（Ⅲ）求函数 $f(x)$ 的值域.