辽宁省实验中学2014—2015学年度下学期期中阶段测试

高一数学试卷

考试时间：120分钟　　试题满分150分

第Ⅰ卷（选择题共60分）

一、选择题:本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的

1.时钟的分针在1点到3点20分这段时间里转过的弧度数为(　　)

A. $\frac{14\pi}{3}$　　B. $-\frac{14\pi}{3}$　　C. $\frac{7\pi}{18}$　　D. $-\frac{7\pi}{18}$

2.设$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$，且$\tan\alpha=\frac{1+\sin\beta}{\cos\beta}$，则（　　）

A. $3\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$　　B. $2\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$　　C. $3\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$　　D. $2\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$

3.设函数$f(x)=a\sin(\pi x+\alpha)+b\cos(\pi x+\beta)+4$（其中$a$、$b$、$\alpha$、$\beta$为非零实数)，若$f(2001)=5$，则$f(2016)$的值是(　　)

A.5　　B.3　　C.8　　D.以上答案都不对

4.函数$y=\sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\frac{\pi}{2})$图象的一条对称轴在$(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3})$内，则满足此条件的一个$\varphi$值为（　　）　A. $\frac{\pi}{12}$　B. $\frac{\pi}{6}$　C. $\frac{\pi}{3}$　D. $\frac{5\pi}{6}$

5.已知$\cos x+\cos y=1$，则$\sin x-\sin y$的取值范围是（　　）

A.$[-1,1]$　　B.$[-2,2]$　　C.$[0,\sqrt{3}]$　　D.$[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$

6.已知锐角三角形的边长分别为2、3、x，则x的取值范围是（　　）

A. $\sqrt{5}<x<\sqrt{13}$　B. $\sqrt{13}<x<5$　C. $2<x<\sqrt{5}$　D. $\sqrt{5}<x<5$

7.若$a\sin\theta+\cos\theta=1$, $b\sin\theta-\cos\theta=1$, 则ab的值是（　　）

A.0　　B.1　　C.−1　　D. $\sqrt{2}$

8.要得到函数$y=3\cos(2x-\frac{\pi}{4})$的图象，可以将函数$y=3\sin 2x$的图象(　　)

A.沿x轴向左平移$\frac{\pi}{8}$个单位　　B.沿x向右平移$\frac{\pi}{8}$个单位

C.沿x轴向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位　　D.沿x向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位

9.设$A(a,1),B(2,b),C(4,5)$为坐标平面上三点，O为坐标原点，若$\overrightarrow{OA}$与$\overrightarrow{OB}$在$\overrightarrow{OC}$方向上的投影相同，则a与b满足的关系式是（　　）

A．$4a-5b=3$　B. $5a-4b=3$　C. $4a+5b=14$　D. $5a+4b=14$

10．在实数集R中，我们定义的大小关系“＞”为全体实数排了一个“序”，类似的，我们在平面向量集$D=\{\vec{a}\mid\vec{a}=(x,y),x\in R.y\in R\}$上也可以定义一个称为“序”的关系，记为“$>>$”.

定义如下：对于任意两个向量$\overrightarrow{a_1}=(x_1,y_1)$，$\overrightarrow{a_2}=(x_2,y_2)$，"$\overrightarrow{a_1}>>\overrightarrow{a_2}$"当且仅当"$x_1>x_2$"或"$x_1=x_2$"且"$y_1>y_2$"，按上述定义的关系“＞＞”，给出如下四个命题：（　　　）

①若$\overrightarrow{e_1}=(1,0),\overrightarrow{e_2}=(0,1),\vec{0}=(0,0)$则$\overrightarrow{e_1}>>\overrightarrow{e_2}>>\vec{0}$;

②若$\overrightarrow{a_1}>>\overrightarrow{a_2}$，$\overrightarrow{a_2}>>\overrightarrow{a_3}$则$\overrightarrow{a_1}>>\overrightarrow{a_3}$；

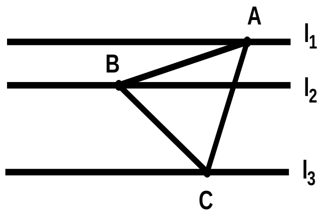
③若$\overrightarrow{a_1}>>\overrightarrow{a_2}$，则对任意$\vec{a}\in D,\overrightarrow{a_1}+\vec{a}>>\overrightarrow{a_2}+\vec{a}$；

④对于任意向量$\vec{a}>>\vec{0},\vec{0}=(0,0)$，若$\overrightarrow{a_1}>>\overrightarrow{a_2}$则$\vec{a}\cdot\overrightarrow{a_1}>\vec{a}\cdot\overrightarrow{a_2}$.

其中正确命题的个数为

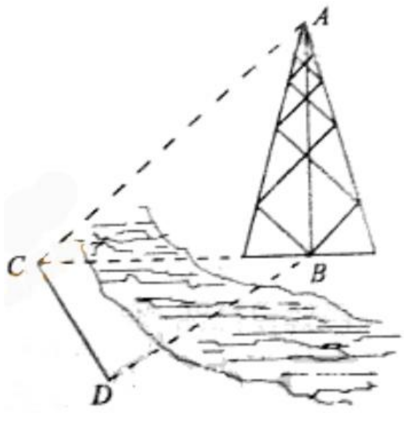
A、1个　　　B、2个　　　C、3个　　　D、4个

11.如图l_1,l_2,l_3是同一平面内的三条平行线，l_1与l_2间的距离为 1，l_2与l_3间的距离为 2，正三角形 ABC 的三顶点分别在l_1,l_2,l_3上，则△ABC 的边长是（　　）



（A）$2\sqrt{3}$　　（B）$\frac{4}{3}\sqrt{6}$　　（C）$\frac{3}{4}\sqrt{17}$　　（D）$\frac{2}{3}\sqrt{21}$

12. 如图，测量河对岸的塔高AB时，可以选与塔底B在同一水平面内的两个测点C与D．现测得$\angle BCD=\alpha$，$\angle BDC=\beta$，$CD=s$，并在点C测得塔顶A的仰角为θ，则塔高AB为



（A）$\dfrac{s\cdot\tan\theta}{\sin\alpha}$　　（B）$\dfrac{s\cdot\tan\theta\sin\beta}{\sin\alpha\cos\beta}$

（C）$\dfrac{s\cdot\tan\theta\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$　　（D）$\dfrac{s\cdot\tan\theta\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$

第Ⅱ卷　（非选择题，共90分）

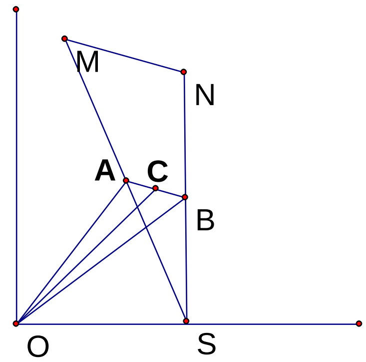
二、填空题：本大题共5小题，每小题5分，共20分。把答案填在答题卡相应的横线上

13. 函数$y=\log_{\frac{1}{2}}\left[\cos\left(-\frac{x}{3}-\frac{\pi}{4}\right)\right]$的单调递增区间为___________.

14. 已知函数$f(x)=\dfrac{1}{x-a}$，若存在$\varphi\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$，使$f(\sin\varphi)+f(\cos\varphi)=0,$则实数$a$的取

值范围是______________

15. 已知 $x^2-y^2=1,\quad 则u=\frac{1}{x^2}+\frac{2y}{x}$ 的值域为______________.



16. 如图，已知 $\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=3,$ 任意点 M 关于点 A 的对称点为 S，点 S 关于点 B 的对称点为 N，点 C 为线段 AB 中点，则 $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{OC}=$____________.

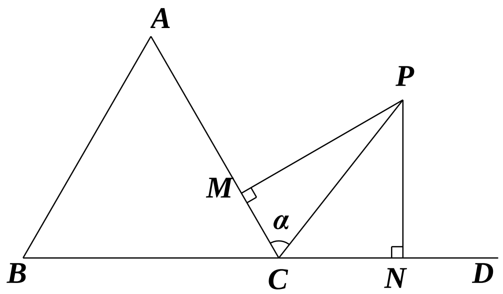
三、解答题：本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

17.（本题满分10分）已知 $\tan\alpha$，$\frac{1}{\tan\alpha}$ 是关于 x 的方程 $x^2-kx+k^2-7=0$ 的两个实根，且 $\frac{13\pi}{4}<\alpha<\frac{7}{2}\pi$，求 $\sin\alpha\cos\alpha+\sin^2\alpha$ 的值

18.（本题满分 12 分）若函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x+2\cos^2 x+m$ 在区间 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上的最小值为 3，求常数 m 的值及此函数当 $x\in[a,a+\pi]$ (其中 a 可取任意实数)时的最大值.

19.（本题满分 12 分）设△*ABC* 三个内角 *A*、*B*、*C* 所对的边分别为 *a*，*b*，*c*. 已知 $C=\frac{\pi}{3}$，$a\cos A=b\cos B$.（1）求角 *A* 的大小；

（2）如图，在△*ABC* 的外角∠*ACD* 内取一点 *P*，使得 *PC*＝2．过点 *P* 分别作直线 *CA*、*CD* 的垂线 *PM*、*PN*，垂足分别是 *M*、*N*．设∠*PCA*＝*α*，求 *PM*＋*PN* 的最大值及此时 *α* 的取值.



（第 19 题）

20.(本题 12 分)在 ΔABC 中，点 M 是 BC 的中点，ΔAMC 的三边长是连续三个正整数，且 $\tan\angle C=\cot\angle BAM.$（I）判断 ΔABC 的形状；（II）求 $\angle BAC$ 的余弦值。

21.（本题 12 分）已知 O 是锐角三角形 ABC 的外接圆的圆心，且 $\angle A=\dfrac{\pi}{4}$，其外接圆半径为 R，若 $\dfrac{\cos B}{c}\cdot\overrightarrow{AB}+\dfrac{\cos C}{b}\cdot\overrightarrow{AC}=\dfrac{1}{2R}m\cdot\overrightarrow{AO}$，则实数 m 的值为多少？

22.（本题 12 分）如图,游客从某旅游景区的景点 A 处下山至 C 处有两种路径.一种是从 A 沿直线步行到 C,另一种是先从 A 沿索道乘缆车到 B,然后从 B 沿直线步行到 C.现有甲、乙两位游客从 A 处下山,甲沿 AC 匀速步行,速度为 50m/min.在甲出发 2min 后,乙从 A 乘缆车到 B,在 B 处停留 1min 后,再从 B 匀速步行到 C.假设缆车匀速直线运动的速度为 130m/min,山路 AC 长为 1260m,经测量，$\cos A=\dfrac{12}{13}$，$\cos C=\dfrac{3}{5}$.

(1)求索道 AB 的长.

(2)问:乙出发多少分钟后,乙在缆车上与甲的距离最短?

(3)为使两位游客在 C 处互相等待的时间不超过 3 分钟,乙步行的速度应控制在什么范围内?