

新课标下高中数学教学有序性思考

[内容提要] 高中数学课程标准设置是有序的,相应教学内容上的有序,表现为尽量减少记忆量、一系列的教学链条、具体知识应用的步骤处理、不同阶段所配练习的不同方式、对不同程度学生采取不同的教学有序方式上;教学中难于确定深度与广度的问题也可以有序推演;教学有序性的影响可预见有:高考思维能力的变迁,系统化的有序性,考试命题形式也将出现有序的变革,备课形式的有序化变革。

我国的改革政策,多数是经过了“提出——研发——试行——颁布——实施——可行之推广”这一有序过程。高中数学课程标准(以下简称新课标)也不例外,现在的实施阶段虽然出现了这样或那样的问题,但这些问题有的在于教研机构或教师在理解执行上存在一些偏差^[1],而这些偏差又有相当一部分是因为不舍得多年积累的“精华”,从而想在课堂上将此“精华”一气倒给学生,愿望诚然不错,但教学毕竟不能一步到位,数学尤其如此,而应循序渐进,这种不固定具体模式而又循序渐进的思想称教学的有序性。

一、新课标有序性表现

新标有序性,不只表现在其课程的设置中,也表现在平时的教学方法和每节课对具体问题的处理中。

1、新课标设置的有序性

新课标设置表现在其模块内容中,这些模块内容,继承了前教学大纲的章节设置风格,考虑到了大学学习必备的知识情况,同时又兼顾了中学教学的实际。如函数部分的设置就层次比较分明:初中学习了函数的变化定义、几个具体的函数(一次函数、二次函数、反比例函数)和函数的直观性质(y 随 x 的变化而变化情况、趋近情况)→高中的必修(1)在集合的基础上,设置函数的数集对应定义,之后又交叉介绍了一些初等函数(常数函数、分段函数、对数函数、指数函数、幂函数)和函数的简单性质(单调性、奇偶性、最值、图象及平移变换、式子表示简单的对称性、直观感受函数的连续性、渗透反函数)→在必修(4)中介绍三角函数和函数的周期性→选修内容中在直线与曲线基础上介绍函数的导数并渗透函数的连续性。可以说,专家们在课程设置的有序性上的确下了不少功夫。

新标有序性还表现在学科之间的有机、有序渗透。如教材中的链接常与计算机科技相联系,阅读常与天文、地理、物理、化学及数学史相联,其例题中也不时出现以其他学科为背景的题目;同样在其他学科中也不时用数学知识来解答问题。所有这一切,说明各学科间是相互联系相互渗透的,既体现了数学学科的工具性,也对学生的综合素质培养是有益的。

新标有序性还表现在教材的参考性。教材习题本身设置了感受理解、思考运用和探究拓展三个有序的层次,前两者分别给师生提供了必须掌握的基础知识、基本方法方法和基本思想,后者则给师生以一定的探究方向和空间,同时配套的“一标多本”(一个课程标准多种教材)的政策照顾了各地不同的思维习惯与方式,就使用者个人而言,用教材而又不拘泥于教材,就教材本身进行必要的背景创新和有效的整合,这也是新课标大力提倡的。这里,教材不再是准绳,而是参考作用更加明显。但无论如何整合,材料的有序性和考虑学生学习的有序性是首要考虑的问题。

2、新课标下高中数学教学的有序性

新标的最终目的是为学生的发展服务,而要如此,在教学上首要坚持的原则即是“教学有法,教无定法”,这里的“有法”,最主要的一条就是循序渐进、有序。

(1) 教学内容上的有序性

新课标要求教学内容不是一步到位,而是按照既成的一定体系展开。这里首先表现为,数学是一个比较严谨的逻辑系统,知识前后之间具有一定的承接关系,将内容的次序颠倒,很容易使新课标本身的模块关系出现“失调”。如常常看到这种现象:由于原来的习惯使然,许多学校习惯于用某一现成的资料,由于这些资料按照原来的体系编排,所以教学上也仍按原来的体系展开,在必修(1)中加入了大量的绝对值不等式及一元二次不等式的解法,甚至将逻辑部分内容也加入其中,在函数定义域中又加入了大量的复合函数定义域求法,在函数与方程中加入了一元二次方程实数根的分布,似乎不这样,就难于对知识内容举例说明,以致于生员好的学校师生抱怨“时间不足”“讲得太快”,而使生员难于将知识内化,过早地出

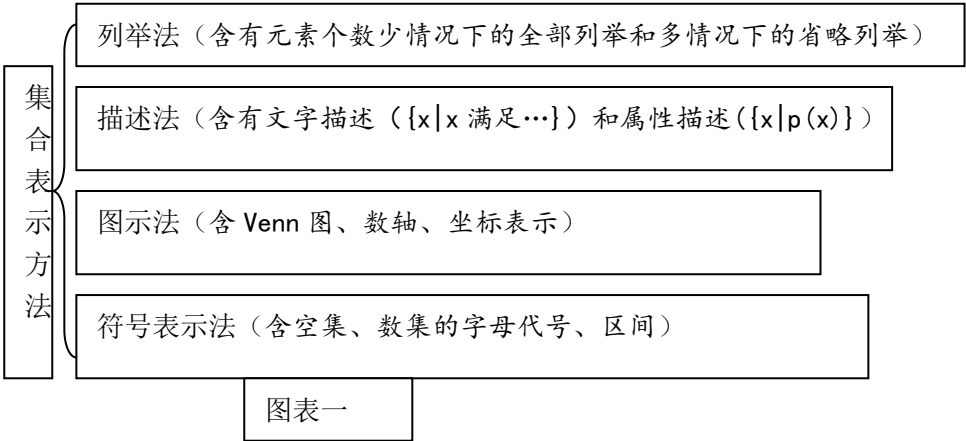
现“难消化”和两极分化现象，到了高二下学期或高三则时间又过剩！生员一般的学校则出现许多学生难于接受的“吃不消”现象。笔者认为，新课标虽然提倡对教材的整合，但这种整合不是将整个的有序体系打破而大规模的自搞一套，而是在背景和题上搞创新整合！新课标本身就是对以往内容的大规模变革，用“革命”一词也不为过，如果在“革命”刚刚开始之时再来一次对内容上有序性打破的“革命”，对于教育本身而言深值商榷。

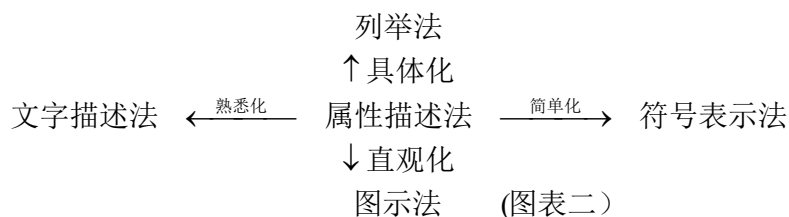
(2) 新课标在教学中的有序性还表现在尽量减少记忆量

新课标有个很主要的理念就是对过程的重视，通过对过程的再现与理解，来探究出结果、应用结果。既不同于传统意义上对结果的“强记→应用”，也不是对结果不加记忆而每次用到时总将其结果进行重复推导，这里的结果是蕴涵了过程的结果！以一元二次不等式解法为例，有些教师按照教材提供的思路，将二次项系数化为正，甚至再去让学生记住教材上总结出的表格结论，再进行应用，从而出现了这一表格难记且容易记混的现象，即便总结了什么“大于零取两边，小于零取中间”等的规律还是没有从根本上解决这一问题，这一现象的本质是强调了结果的应用而弱化了其形成过程，如何将其过程进行展现，并得出一套行之有效的、易于把握的具体措施呢？细究其过程的核心是通过函数的图象来观察得到的，因而将其得到过程可以就几个关键词简化为：看看（看二次项系数是负是正，它决定抛物线开口方向）→算算（计算判别式 Δ 的值，在 $\Delta \geq 0$ 时，再计算确定方程的根）→画画（画出函数图象）→写写（写出相应不等式的解）；更进一步，如果知道一个含变量（或参数）的一元二次不等式的解集，将上面步骤倒序进行可以求变量的范围；用这一有序的过程，既不用记住一大堆容易记混的结论，也不必将二次项系数先转化为正，减少了学习过程中的许多不必要的环节且更容易接受，较传统的教学方法优越，也为要介绍“穿根法”解高次不等式打下了坚实的基础。

(3) 新课标在课堂教学中的有序性还表现为一系列的教学链条

数学知识，在原有的逻辑体系下，常常是“推导→知识→应用”，所以往往在各知识上具有鲜明的一步到位特征，已有多方面论证，这一模式忽视了学生的主体地位。新课标要求数学课堂教学基本形成一个“情景引入→知识→本质→方法→应用→数学思想感悟”的有序链条^[2]，至于用什么情景引入，如何提炼本质，怎样突出方法及通过什么手段感悟数学思想，则是教师备课的内容；由于一节课的时间有限，所以这一链条往往也不是一节课将此一气呵成，而是分成几个不同的有序阶段，一般阶段为：初学→单元或章节复习→总复习，各阶段有不同的目标与方式，不是对以往内容的简单重复，这也是新课标课堂教学有序性的一种表现。如：“集合的表示方法与运算”知识的有序处理过程可以设置为，初学将集合作为一种语言描述，重在表示方法的规范性，运算则重于子、交、并、补的基本运算的直观图形与式子表达的理解与掌握；单元或章节复习，则需要对集合的表示方法进行汇总（如表一），运算则汇总集合基本运算的性质及应用；总复习则说明集合思想的实质是其表示法间的转化（如表二），并对集合的运算进行综合应用，举例说明集合的运算多数情况下是自定义的。





(4) 新课标教学的有序性还表现在具体知识应用的步骤处理上

数学应用中的有些步骤，有的看似简单，但真正操作却不易，教师讲解也不容易说明，这样需要用简明扼要的语言将其过程概括出来，其中的先后次序本身就是一种有序。

如：拼凑法中的如何拼凑问题就是一例，一般用“先写后算”（即：先写上要拼凑的结果形式，然后看多算了什么，再进行加减乘除四则运算，以保持式子的值相等）加以概括^[3]。

数学中还有些问题，很简单，但学生总是容易在步骤上丢三落四，虽然一再强调但收效不大，这样就需要将其步骤进行有序的总结归纳，当然这一归纳一要保持有序，二要尽量简化，如：证明函数奇偶性，学生很容易在步骤上不全，可以将其步骤汇总为：求出（求出函数的定义域）→指出（指出定义域是否关于原点对称）→算出（在定义域关于原点对称情况下，对任意 x 计算 $f(-x)$ 与 $f(x)$ 的关系）→断出（判断出函数的奇偶性）；再如：求曲线方程的一般步骤可以汇总为：建（建立适当的坐标系，术语：以…为 x 轴，以…为 y 轴（或原点），建立直角坐标系）→设（设 (x, y) 表示所求曲线上任意一点 M 的坐标）→限（点 M 的限制条件列出，注意列全）→代（用坐标代入条件得到方程 $f(x, y)=0$ 及另外有限制条件的式子）→化（化方程 $f(x, y)=0$ 为最简形式）的有序步骤。

(5) 新课标在数学教学中的有序性还表现在不同阶段所配练习的不同方式上

教学一般分初学→单元或章节复习→总复习三个有序的阶段，不同阶段，由于目的的不同，采取的方式也不尽相同。数学一般都要有相互配备的训练题，训练题配备的创新程度也是一个值得关注的问题，毕竟初学配备全新又综合的题，学生难于接受，也将带来负面影响；另一方面，对于初学者的学生而言即便是老题对其感觉也是新的。从数学题的来由上看，数学题一般有精选、变题和编题三个途径，多数有经验教师的经验告诉我们：初学配题以精选为主，单元或章节复习以变题为主，而总复习则以新编创新题为主，这样滚动有序进行，比忽新忽旧的无序操作更为有效。这也是教学有序的一个方面。

(6) 新课标教学的有序性，还表现在对不同程度学生采取不同的教学有序方式上

数学学习与其他学科一样，长久不可避免地出现优等生、中等生、后进生的差异，不同程度的学生当用不同的方式进行教学。同时，一般高中生是基本要配备课外参考书的，但到底如何进行教学更好？又配备什么样参考书更佳？的确是一个值得探究的问题。笔者总结得出了一丝经验：

对于优等生，由于一般有好的学习习惯和比较扎实的基本功，所缺的一般是具体问题具体环节的处理，不时思维欠周密而自然过渡形成书写上不规范，同时往往满足于解决原有问题，至于在原有问题基础上“还有什么”的思考较少涉猎。所以教学上坚持：“点拨到位→严谨到位→思考到位”的有序原则，至于课外参考书的选择以“习题型”（全是题及最终解答）较好。

对于中等生，一般基础知识有，但理解不深，该注意的事项注意不到，问题以变化形式出现也不易看出其本质，所以坚持“讲解到位→变化到位→注意到位”的有序原则，相应的参考书选择“讲练结合型”（有讲有练的书）比较贴切。

对于后进生，往往是知识上有缺陷而对问题的理解出现偏差，相应的练习不会，堆积而使能力滑坡，所以坚持“分析阅读到位→训练到位→辅导到位”的有序原则，相应的参考书选择“讲解型”（一个问题配备一个详细解答）的书较妥当。

二、教学中难于确定深度与广度的问题也可以有序推演

由于新课标对中学师生而言，怎么说也是一新生事物，所以教学中难免出现个别讲与不讲、讲解深度如何、练到什么程度的疑问，这些疑问又不能凭想当然地根据长期养成的惯性去操作、去进行，一个可行的办法就是对之进行有序推演。

1、正向推演

目今许多学校抱怨数学课时不够，有一个原因就是习惯难改，长期积累的“精华”舍不得丢，对新课

标中明显削弱降低要求、甚至删除的内容仍作为重点进行教学。如空间几何中的三垂线定理就已经在删除之列，随之而来的求点到平面距离、作二面角的平面角（此点理科用空间向量解决）、用三垂线定理证明垂直也将不作要求；再如，在初中，由于一元二次方程根与系数的关系（即 **Viète** 定理）已不作要求，随之而来的圆锥曲线与弦长公式有关的计算也不作要求。这样，在舍弃、减弱、降低要求的内容上也是有序的。

另一方面，对于添加的内容也是有序的。如：算法设置就是：自然语言描述的算法→图形语言描述的算法（流程图或程序框图）→程序语言描述的算法（算法语句或伪代码）；同时，由于初高中要求不同，初中降低了要求而高中又用得很多的内容，如立方和与差公式、二次函数在某一范围内最值、一次不等式在某范围内恒成立等，也需要将之添加或渗透，如果是添加，这一过程基本是：确定内容→确定要求→编排适合学生阅读的材料，目前有的学校在作这项添加工作，具体操作是将编排的材料几科合订本在学生报到时发给学生，供其阅读。这也是考虑了初高中衔接的有序性。

再者，有些问题本身存在争议，这些争议对学生一段时间内是将之搁置，但并非教师也搁置不理，一味永远搁置、回避也不是科学的态度！最终需要通过许多人去思考、争论，从中得出更为合理的情形，这一过程虽然时间可能要长些，但总过程还是有序的。如：二面角平面角的范围是 $(0, \pi)$ 、 $[0, \pi)$ 、 $(0, \pi]$ 还是 $[0, \pi]$ ？原来就存有争论，现在就确定为 $[0, \pi]$ ；再如，函数的单调区间到底是包括端点的闭区间还是不包括端点的开区间，一段时间内认为“函数在某一个点处不具有单调性，所以包括与否都可以”，但是这样有了一个逻辑性错误“说某个班 18 岁之上的学生有谁？”难道能漏掉其中一个不说吗？所以一般说“函数的单调区间是……”指的是不遗漏任何一个值的区间（能闭则闭），而在哪个区间上单调增（或减）可以是其中一部分，这也正在形成共识^[4]；又如：“关于 x 的实系数一元二次方程的判别式为 0 到底是方程有一个实数解还是两个相同的实数解？”就一直存在争论，曾经有人提出“纯粹一元二次方程的解称两个等根，转化而成的一元二次方程这种情况称一个根”，这一说法非常牵强，改成集合语言描述不就不出现这类问题了吗？

2、逆向推演

教学中有些问题，开始不易把握深度，但由于课程是一个整体链条，根据后来的编排和要求，可以将之逆序反推，从而得出其始阶段的要求和深度。如：

(1)复合函数的单调性问题：高一起始是否讲解？讲解到什么程度？就是一个难于把握的问题。从选修 2-1 中复合函数的导数限于 $f(ax+b)$ 形式，可以反推：该阶段如果介绍，也介绍到这种程度为宜。

(2)空间角的运算问题，在其始阶段介绍多深？按照传统的教学，对于这个问题一般是“作出——证出——指出——求出”四个关键步骤，现在仍按这个展开教学吗？这里有明显的几点：首先，新课标规定为“计算不要求，在长方体模型中说明即可”，教材中举出的例子也多是为了说明成角的有关概念而不是侧重于计算；其次，在后来的选修 2-1 中空间向量求角，基本是“表示——计算——确定”这里并没有“作出”的环节；再次，同时作为“空间角”孪生者的“空间距离”早已界定为“不要求作出”。综合以上三点，起始的“角”也限于介绍概念，具体问题也当限于图中给出，这样其步骤修正为“找出——证出——指出——求出”。

(3)递推数列名称不再提，但新标准中对等差、等比数列提出了比较高的要求，而且要求“用等差、等比数列通项及前 n 项和公式解决简单问题”，这里简单的问题除了实际应用问题和等差等比数列的通项运算(等差+等比、等差×等比)型外，很容易过度到原来的递推数列，如果介绍，到何程度？看其后来前 n 项和的要求和通项一样是“掌握”的程度，反推可知，限于 $a_{n+1} = \alpha a_n + \beta$ （在 $\alpha=1$ 时就是等差数列， $\alpha \neq 1$ 时可以转化为等比数列）直接转化得到的形式。

(4)不等式的综合证明方法，原来是展开往往是在放缩、利用函数单调性上花费很大精力，但结果仍然是遇到以此立意的题，多数学生仍然不会；从这一结果逆向推演，综合法证明不等式当限于用基本不等式来证明上。

3、触类推演

有些教学内容或知识难于界定，是因为用描述性定义的不严格所致，这时可以回到其原始的来历中，从此有序推演出其界定。如：

(1)函数 $y=2\sin(-2x-\frac{\pi}{6})$, $x \in \mathbf{R}$, 振幅、初相问题就出现争议, 结果有以下几种: ①振幅为 2, 初相为 $-\frac{\pi}{6}$

($x=0$ 的相位值); ②等价化简为 $y=-2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$, 振幅为 -2, 初相为 $\frac{\pi}{6}$; ③等价化简为

$y=-2\sin(2x+\frac{\pi}{6})=2\sin(2x+\frac{\pi}{6}+\pi)=2\sin(2x+\frac{7}{6}\pi)$, 振幅为 2, 初相为 $\frac{7}{6}\pi$; ④仿③, 只不过等价化简为

$y=2\sin(2x+\frac{7}{6}\pi+2k\pi)$, $k \in \mathbf{Z}$, 振幅为 2, 周期为 $\frac{7}{6}\pi+2k\pi$ 。以上所有结论, 关键在于对振幅及初相的理解上。

其实, 振幅是简谐振动而引申出的一个物理概念, 现教材中也明确规定: “ $y=A\sin(\omega t+\phi)$ (其中 $A>0, \omega>0$), 其中 A 表示离开平衡位置的最大距离称振动的振幅, $\omega t+\phi$ 称相位, $t=0$ 时的相位 ϕ 称初相。”

故上面解答中①②不可取; 对于③、④主要在于初相的理解上, 原因在于教材不象物理一样没有明确的范围界定, 而物理上角一般是不用负角的, 因此一般将初相限定一个范围在 $[0, 2\pi)$ 内, 这样问题解答③比较贴切。

(2)求一条直线的方程, 结果到底表示成什么形式? 从道理上说, 什么形式也不能算错, 但实践下来发现, 如果对结果不加要求, 有多少人答题, 就有相当差不多的表示方法! 这对评判非常不便, 将之要求“写成一般式”也不能从根本上解决问题。如果考虑到初中阶段最简二次根式的思路, 直线的一般式方程 $Ax+By+C=0$ 是否能够化成最简呢? 这样诞生了其最简形式: ① x 前系数 A 非负, 特别的 $A=0$ 时要求 $B>0$; ②所有的系数 A 、 B 、 C 不含分母及除 1 以外的正公约数^[5]。

三、新课标教学有序性的影响

新课标是在重过程、重学生、重素质的背景下研发而来的, 因此实施起来, 其影响是多方面的。具体到教学的有序性上, 可以预见的有以下几个方面。

1、高考思维能力的变迁

对高中数学教学影响最大的, 莫过于高考, 高考数学中居于第一位的能力也是随课程标准的研发和实施的悄然发生变化: 逻辑思维能力 $\rightarrow$ 思维能力 $\rightarrow$ 抽象概括能力、推理论证能力、数据处理能力, 是个由综合到逐步具体的有序过程^[6], 在此过程中, 充分内化了教学的有序性。

2、系统化的有序性

高中数学, 无论是知识还是能力, 都是一个系统、网络的过程, 但这一过程也是逐步展开而非一步到位的。就以函数单调性这一知识方法的有序性而言, 初中阶段有描述定义 (y 随 x 的增大而变化情况) $\rightarrow$ 高中阶段的式子定义描述, 相应的其判断方法也是一个逐步展开的过程:

初学阶段: 图象观察法、定义验证法

章节复习阶段: 图象观察法 (内含了奇函数在原点两侧对称区间上单调性相同, 偶函数相反)、定义验证法、解析式观察法 (具体函数转化为基本初等函数判断)

总复习阶段: (1)观察法: ①解析式观察法 (内含 “两个函数的复合函数同向增, 异向减”、“ $f(x)$ 与

$Af(x)+B$ 在 $A>0$ ($A<0$) 同一区间上具有相同 (反) 的单调性”、“ $f(x)$ 恒正或恒负, $f(x)$ 与 $\frac{1}{f(x)}$ 在同一区间

上具有相反的单调性”、“ $f(x)$ 、 $g(x)$ 同增或同减, 则 $f(x)+g(x)$ 与它们具有相同的单调性”的规律)。②图象观察法 (内含: 关于直线 $x=a$ 对称的函数, 在对称轴两侧对称区间上单调性相反; 关于点 (a, b) 成中心对称的函数, 在中心两侧对称区间上单调性相同); (2)验证法: ①含原始定义验证 (若任意 $x_1<x_2$, 有 $f(x_1)<(或>)f(x_2)$, 则 $f(x)$ 单调增 (或减)) 和变形定义验证 (任意 $d>0$ 及 x , $f(x+d)>f(x)$ 则 $f(x) \uparrow$, $f(x+d)<f(x)$ 则 $f(x) \downarrow$); ②导数验证法。

在这一系统的有序化过程中, 知识和方法得到同步增长与内化。

3、备课形式的有序化变革

现流行的集体教案 $\rightarrow$ 二次备课 $\rightarrow$ 教后记的备课模式, 使教后记成为 “有心人” 的经验汇总, 集体教案本身也很容易流于形式。仔细分析一下这一有序过程: 集体教案, 多数是指定一人主笔 (个体) $\rightarrow$ 他人

用之进行二次备课（个体）→上课（个体）→有心人的教后记（个体），是一连串个体的过程，集体的作用呈现弱化；为什么不先人人主笔呢？人人准备一周课（个体）→定时间讨论，取长补短、存争执不定以供选用，而成集体教案（集体）→教师上课检验（个体自然感受），是一个：分→总→分的“个人与集体”结合的过程。随着新课标教学的进行，这种备课形式的有序变革必将随之而来。

4、考试命题形式也将出现有序的变革

有一个事实是：多数学生小学分数比初中高，而初中又比高中高，随着知识的增长，多数学生的学习成绩递减；到大学反倒又高了起来。不能说高中教师不尽力、不辛苦，这一问题的根源在于小学和大学教什么考什么，初中一部分教什么考什么，属于强化——检验型的考试，而高中则多数是考什么教什么，是个补充——选拔型的考试，更深的原因在于制订新课标、编写教材、命制对高中教学影响最大的高考试题的是三套人马、三套班子，将之合并是形势发展的要求与必然。带之而来的影响，高中的高一、高二年级将让交叉命题走入历史，高三方才进行查漏补缺型的交叉命题，如此才能使减轻学生负担真正落到实处。

本文主要参考资料

- [1]罗强.对高中数学新课程课时偏紧问题的一些认识[J].中学数学教学参考.2008(4).P21---P24
- [2]江苏省中小学教学研究室.普通高中课程标准教学要求[S].南京.江苏教育出版社.2007 年版.P29----P68
- [3]王明山.浅谈拼凑法[J].中学数学杂志.1999 优秀论文专辑.P133
- [4] 2008 年江苏省高考说明(数学科) [S]. 南京. 江苏教育出版社. 2007 年版. P53
- [5]王明山. 对高考数学计算能力演变的分析[J]. 数学通讯. 2000 (7). P40---P41
- [6]教育部考试中心. (2005~2008) 年全国高等学校统一招生考试大纲·数学[S]. 北京: 高等教育出版社, (2005~2007) .