

高一数学

一、填空 (36 分)

- 1、函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 的定义域为_____;
- 2、已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 2x-1 & x \geq 1 \end{cases}$, 若 $f(a) = 4$, 则 $a =$ _____;
- 3、已知 $f(x) = x^2 - \frac{1}{x-2}$, $g(x) = \frac{1}{x-2}$, 则 $f(x) + g(x) =$ _____;
- 4、已知 $f(\sqrt{x}+3) = 4x$, 则 $f(x) =$ _____;
- 5、函数 $f(x) = \sqrt{1-2^x}$ 的值域是_____;
- 6、函数 $f(x) = \frac{3^x+1}{3^x-1}$ 为_____函数 (填奇偶性);
- 7、函数 $f(x) = \sqrt{x^2-2x}$, 则函数 $f(x)$ 的单调递增区间为_____;
- 8、已知 $f(x)$ 为定义在 R 上的奇函数, 当 $x > 0$, $f(x) = 4x^2 - \frac{1}{x} + 1$, 则 $x \in R$ 时, $f(x) =$ _____;
- 9、已知 $f(x) = kx^2 - 2x$, 在 $[1, 2]$ 上单调递减, 则 k 的取值范围是_____;
- 10、若函数 $f(x) = mx^2 - x - 2$ 只有一个零点, 则实数 m 的取值范围是_____;
- 11、电信部门有两种付费方式。甲方案: 入网, 每月月租费 50 元, 通话费 0.38 元/分钟; 乙方案: 买卡, 不收月租费, 通话费为 0.6 元/分钟。若某人每月的通话时间为 300 分钟以上, 则应选_____方案 (填甲或乙);
- 12、已知 $f(x) = \frac{|x|}{x-1}$, 若函数 $g(x) = f(x) - kx$ 有三个不同的零点, 则实数 k 的取值范围是_____;

二、选择 (16 分)

- 13、设 $n \in \left\{-1, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\right\}$, 则使得 $f(x) = x^n$ 为奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减的 n 的个数为 ()
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- 14、若函数 $f(x) = 4x + \frac{a}{x}$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上为增函数, 则实数 a 的取值范围是 ()
(A) $a \leq 16$ (B) $0 < a \leq 16$ (C) $0 < a \leq 4$ (D) $a \geq 1$
- 15、已知函数 $f(x), g(x)$ 的定义域和值域都是 R , 则“ $f(x) < g(x)$, $x \in R$ ”成立的充要条件是 ()
(A) 存在 $x_0 \in R$, 使得 $f(x_0) < g(x_0)$; (B) 有无数多个实数 x , 使得 $f(x) < g(x)$;
(C) 对任意 $x \in R$, 使得 $f(x) + \frac{1}{2} < g(x)$ (D) 不存在实数 x , 使得 $f(x) \geq g(x)$

16、已知函数 $f(x) = x - \frac{1}{x+1}$ 与 $g(x) = x^2 - 2ax + 1$ 满足；对于任意的 $x_1 \in [0, 1]$ ，总存在 $x_2 \in [0, 1]$ ，

使得 $f(x_1) \geq g(x_2)$ ，则实数 a 的取值范围是 ()

(A) $[1, +\infty)$

(C) $[2, +\infty)$

(C) $[\sqrt{2}, +\infty)$

(D) $[4, +\infty)$

三、解答 (48 分)

17、已知函数 $f(x) = \frac{px^2 + 2}{3x + p}$ 是奇函数，且 $f(2) = \frac{5}{3}$ ，求实数 p, q 的值。(6 分)

18、用定义证明：函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 在 $[1, +\infty)$ 上为单调递增函数。(8 分)

19、已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x, x \in [m, n] (m < n)$ 的值域为 $[2m, 2n]$ ，求实数 m, n 的值。(8 分)

20、做出函数 $f(x) = \frac{2-|x|}{|x|-1}$ 的图像，并研究它的基本性质（只需要写出结论即可）。(10 分)

21、设 m 为实数，已知 $f(x) = 2x^2 + (x-m)|x-m|$ ，
$$h(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

(1) 若函数 $f(0) = 4$ ，求 m 的值；(4 分)

(2) 当 $m > 0$ 时，求证：函数 $h(x)$ 在 $[m, +\infty)$ 上是单调递减函数；(5 分)

(3) 若对于一切 $x \in [1, 2]$ ，不等式 $h(x) \geq 1$ 恒成立，求 m 的取值范围。(7 分)